

KURIKULUM STANDARD SEKOLAH MENENGAH

MATEMATIK TINGKATAN 2

Penulis

Bahariah binti Hj. Baharam
Baharizah binti Hj. Baharam
Nurul Jannah binti Ahmad
Nurazreen binti Mohd Tahir
Mohd Nazri bin Mohd Hanafiah

Editor

Mohan a/l Nanu
Muhammad Nur Syafiq bin Jamaluddin
Nafisah binti Yeop Mohamad Kassim

Pereka Bentuk

Mohamad Zairul bin Mohamad Kassim
Wan Nora Ashikin binti Abd Razak

Ilustrator

Ahmad Fitri bin Tajudin



RIMBUNAN ILMU SDN. BHD. 676602 - W

2017



**KEMENTERIAN
PENDIDIKAN
MALAYSIA**

NO. SIRI BUKU: 0062

KPM2017 ISBN 978-967-2031-05-5

Cetakan Pertama 2017

© Kementerian Pendidikan Malaysia

Hak Cipta Terpelihara. Mana-mana bahan dalam buku ini tidak dibenarkan diterbitkan semula, disimpan dalam cara yang boleh dipergunakan lagi, ataupun dipindahkan dalam sebarang bentuk atau cara, baik dengan cara elektronik, mekanik, penggambaran semula mahupun dengan cara perakaman tanpa kebenaran terlebih dahulu daripada Ketua Pengarah Pelajaran Malaysia, Kementerian Pendidikan Malaysia. Perundingan tertakluk kepada perkiraan royalti atau honorarium.

Diterbitkan untuk Kementerian Pendidikan Malaysia oleh:

RIMBUNAN ILMU SDN. BHD.

No. 92-G, 92-1 & 92-2, Blok 2, Wisma Salleh Saidin, Jalan Dwi Tasik, Dataran Dwi Tasik, Bandar Sri Permaisuri, 56000 Kuala Lumpur
Tel: 03-91722888 Faks: 03-91734888

Emel: rimbunanilmu@gmail.com

Reka Letak dan Atur Huruf:

RIMBUNAN ILMU SDN. BHD. (676602-W)

Muka taip teks: Times

Saiz taip teks: 11 poin

Dicetak oleh:

BHS BOOK PRINTING SDN. BHD. (95134-K)

Lot 4, Lorong CJ/1B, Kawasan Perindustrian Cheras, 43200 Cheras,
Selangor Darul Ehsan,
Malaysia

PENGHARGAAN

Penerbitan buku teks ini melibatkan kerjasama banyak pihak. Sekalung penghargaan dan terima kasih ditujukan kepada semua pihak yang terlibat:

- Jawatankuasa Penambahbaikan Prof Muka Surat, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Jawatankuasa Penyemakan Pembetulan Prof Muka Surat, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Jawatankuasa Penyemakan Naskhah Sedia Kamera, Bahagian Buku Teks, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Pegawai-pegawai Bahagian Buku Teks dan Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pendidikan Malaysia.
- Ahli panel penilaian dan peningkatan mutu.
- Bahagian Editorial dan Bahagian Produksi, terutamanya pereka bentuk dan ilustrator.
- Semua pihak yang terlibat secara langsung atau tidak langsung dalam menjayakan penerbitan buku ini.

KANDUNGAN

Pendahuluan	v	Bab 5 Bulatan	74
Simbol dan Rumus	vii	5.1 Sifat Bulatan	76
Bab 1 Pola dan Jujukan	1	5.2 Sifat Simetri Perentas	81
1.1 Pola	2	5.3 Lilitan dan Luas Bulatan	86
1.2 Jujukan	7	Bab 6 Bentuk Geometri Tiga Dimensi	98
1.3 Pola dan Jujukan	10	6.1 Sifat Geometri Bentuk Tiga Dimensi	100
Bab 2 Pemfaktoran dan Pecahan Algebra	18	6.2 Bentangan Bentuk Tiga Dimensi	102
2.1 Kembangan	21	6.3 Luas Permukaan Bentuk Tiga Dimensi	104
2.2 Pemfaktoran	27	6.4 Isi Padu Bentuk Tiga Dimensi	110
2.3 Ungkapan Algebra dan Hukum Operasi Asas Aritmetik	34	Bab 7 Koordinat	120
Bab 3 Rumus Algebra	42	7.1 Jarak dalam Sistem Koordinat Cartes	122
3.1 Rumus Algebra	44	7.2 Titik Tengah dalam Sistem Koordinat Cartes	132
Bab 4 Poligon	54	7.3 Sistem Koordinat Cartes	140
4.1 Poligon Sekata	56		
4.2 Sudut Pedalaman dan Sudut Peluaran Poligon	62		

PENDAHULUAN

Bab 8 Graf Fungsi	144	Bab 12 Sukatan Kecenderungan Memusat	244
8.1 Fungsi	146	12.1 Sukatan Kecenderungan Memusat	246
8.2 Graf Fungsi	151		
Bab 9 Laju dan Pecutan	168	Bab 13 Kebarangkalian Mudah	276
9.1 Laju	170	13.1 Kebarangkalian Eksperimen	278
9.2 Pecutan	179	13.2 Kebarangkalian Teori yang Melibatkan Kesudahan Sama Boleh Jadi	280
Bab 10 Kecerunan Garis Lurus	188	13.3 Kebarangkalian Peristiwa Pelengkap	287
10.1 Kecerunan	190	13.4 Kebarangkalian Mudah	290
		Jawapan	294
		Glosari	308
Bab 11 Transformasi Isometri	206	Rujukan	311
		Indeks	312
11.1 Transformasi	208		
11.2 Translasi	212		
11.3 Pantulan	218		
11.4 Putaran	223		
11.5 Translasi, Pantulan dan Putaran sebagai Isometri	230		
11.6 Simetri Putaran	234		

Buku teks Matematik Tingkatan 2 ini ditulis berdasarkan Kurikulum Standard Sekolah Menengah (KSSM). Buku ini terdiri daripada 13 bab yang disusun dan dirancang secara sistematik berdasarkan Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran (DSKP) Matematik Tingkatan 2.

Pada permulaan bab, murid akan diperkenalkan kepada aktiviti kreatif untuk merangsang pemikiran murid. Di samping itu juga, objektif pembelajaran dan rangkai kata turut disertakan untuk memberikan gambaran ringkas tentang kandungan bab.

Buku ini mengandungi ciri-ciri istimewa berikut:

ANDA AKAN MEMPELAJARI 	➔	Mengandungi standard pembelajaran yang akan dipelajari dalam setiap bab.
 RANGKAI KATA	➔	Daftar kata yang terkandung dalam setiap bab.
 IMBASAN SILAM	➔	Sejarah ilmuan terdahulu atau asal usul perkataan dalam mata pelajaran Matematik.
MASLAHAT BAB INI 	➔	Bidang pekerjaan yang berkaitan dengan bab ini atau kegunaan ilmu bab ini.
 AKTIVITI KREATIF	➔	Aktiviti induksi yang merangsang perbincangan dan pemahaman dalam kalangan murid.
RANGSANGAN MINDA Individu  Berkumpulan 	➔	Membantu murid memahami konsep asas matematik melalui aktiviti individu atau berkumpulan.
 IMBAS KEMBALI	➔	Mengimbas kembali kemahiran dan pengetahuan yang pernah dipelajari.
INGAT 	➔	Mendedahkan murid kepada pengetahuan tambahan yang perlu diketahui serta fakta penting dalam bab ini.
PERHATIAN 	➔	Menarik perhatian murid kepada fakta tambahan yang perlu diketahui, kesilapan yang dilakukan murid dan mengelakkan kecuaiannya.



SIMBOL DAN RUMUS

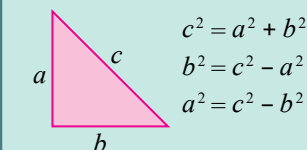
SIMBOL

$\sqrt{\quad}$	punca kuasa dua	\sphericalangle	sudut
$\sqrt[3]{\quad}$	punca kuasa tiga	T_n	sebutan ke- n
$=$	sama dengan	Σ	hasil tambah keseluruhan
\neq	tidak sama dengan	\geq	lebih besar daripada atau sama dengan
Δ	segi tiga	\leq	kurang daripada atau sama dengan
n	bilangan sebutan	$n(A)$	bilangan unsur peristiwa
π	pi		

RUMUS

Hasil tambah sudut pedalaman poligon = $(n - 2) \times 180^\circ$

Teorem Pythagoras:



Lilitan = $2\pi r$

Luas bulatan = πr^2

$\frac{\text{Luas sektor}}{\pi r^2} = \frac{\theta}{360^\circ}$

$\frac{\text{Panjang lengkok}}{2\pi r} = \frac{\theta}{360^\circ}$

Luas permukaan silinder = $2\pi r^2 + 2\pi r t$

Luas permukaan kon = $\pi r^2 + \pi r s$

Luas permukaan sfera = $4\pi r^2$

Isi padu prisma = luas keratan rentas \times tinggi

Isi padu silinder = $\pi r^2 t$

Isi padu kon = $\frac{1}{3} \pi r^2 t$

Isi padu sfera = $\frac{4}{3} \pi r^3$

Jarak dua titik = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Titik tengah = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Laju = $\frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}}$

Laju purata = $\frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Masa}}$

Kecerunan, $m = \frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}}$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$

Min = $\frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Bilangan data}}$

Kebarangkalian suatu peristiwa, $A = \frac{\text{Bilangan kesudahan bagi peristiwa } A}{\text{Jumlah bilangan kesudahan bagi ruang sampel, } S}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

Peristiwa pelengkap, $P(A') = 1 - P(A)$

JOM FIKIR

Mengutarakan soalan untuk merangsang pemikiran kreatif dan kritis.

JOM CUBA

Soalan di akhir subtopik untuk menguji kefahaman murid.

QR CODE

Quick Response Code ialah data seperti URL dalam bentuk pola yang dapat diterjemahkan menggunakan aplikasi dalam peranti mudah alih pintar.



QR Code yang boleh diimbas dengan menggunakan aplikasi imbasan QR Code pada telefon pintar.

TIP

Mendedahkan murid kepada pengetahuan tambahan yang perlu diketahui.

TAHUKAH ANDA?

Memberikan pengetahuan am yang dapat memperkaya bahan teks yang berkaitan.

MENJANA KECEMERLANGAN

Latihan sumatif untuk pengukuhan dan pengayaan di akhir setiap bab.



Soalan Kemahiran Berfikir Aras Tinggi (KBAT) untuk menguji kemahiran murid.

INTI PATI BAB

Rangkuman seluruh bab secara ringkas yang telah dipelajari.

REFLEKSI DIRI

Melihat kembali standard pembelajaran yang telah dipelajari sama ada tercapai atau tidak.

PROJEK MINI

Aktiviti luar bilik darjah untuk meningkatkan kefahaman dan kreativiti murid di akhir bab.



Muat turun aplikasi percuma imbasan QR Code daripada Google Play, App Store atau layaran lain ke peranti mudah alih pintar anda. Imbas QR Code atau layari laman sesawang http://rimbunanilmu.my/mat_t2/msvii untuk memuat turun fail video, GeoGebra, hamparan elektronik dan soalan latihan tambahan. Kemudian simpan fail yang dimuat turun untuk kegunaan luar talian.

Nota: Murid boleh muat turun perisian GeoGebra yang percuma untuk membuka fail yang berkenaan. <http://www.geogebra.org/>

BAB 1

Pola dan Jujukan

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 1.1 Pola
- 1.2 Jujukan
- 1.3 Pola dan Jujukan



RANGKAI KATA

- Pola nombor
- Nombor ganjil
- Nombor genap
- Nombor Fibonacci
- Segi Tiga Pascal
- Jujukan
- Ungkapan algebra
- Sebutan
- *Number pattern*
- *Odd number*
- *Even number*
- *Fibonacci Number*
- *Pascal's Triangle*
- *Sequence*
- *Algebraic expression*
- *Term*

Bunga matahari ialah bunga yang unik dari segi pola biji benihnya. Biji benihnya tersusun secara spiral dan mengikut arah tertentu. Jumlah biji benih pada spiral itu boleh dibentuk melalui suatu nombor yang dikenali sebagai Nombor Fibonacci. Biji benih ini biasanya terdiri daripada dua jenis spiral. Misalnya, 21 spiral mengikut arah jam dan 34 spiral lawan arah jam. Nombor 21 dan 34 adalah di antara nombor dalam jujukan Fibonacci.



IMBASAN SILAM

Nombor Fibonacci bermula daripada persoalan seorang ahli matematik berbangsa Itali, iaitu Leonardo of Pisa atau Fibonacci dalam bukunya 'Liber Abaci' tentang populasi arnab. Persoalan yang dikemukakan adalah jika seekor arnab betina dan arnab jantan ditempatkan di dalam sebuah ruang, berapakah pasangan arnab dapat dihasilkan dalam setahun? Jika setiap pasangan arnab akan menghasilkan satu pasangan yang baharu pada setiap bulan, maka penghasilan populasi arnab ini menghasilkan jujukan seperti yang berikut 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, Nombor ini dikenali sebagai Nombor Fibonacci. Nombor Fibonacci ini disusun dengan menambah nombor sebelumnya. Contohnya, pasangan arnab tadi ialah $1 + 1$, maka populasi arnab telah bertambah menjadi 2. Seterusnya, hasil tambah dua nombor sebelumnya 1 dan 2, maka populasi arnab telah bertambah menjadi 3, begitu juga yang seterusnya.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms001

MASLAHAT BAB INI

- Konsep pola dan jujukan boleh diaplikasi dalam seni bina, rekaan fesyen, sains, ilmu falak, kimia, fizik dan teknologi.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal corak

Bahan: Kentang, bawang, batang sawi, kertas lukisan dan cat air

Langkah:

1. Sediakan sehelai kertas lukisan.
2. Dengan pengawasan guru, murid dikehendaki memotong kentang, bawang dan batang sawi seperti gambar yang di bawah.



3. Gunakan bahan-bahan tersebut untuk mengecap pada kertas lukisan.
4. Selepas itu, keringkan cetakan.



5. Nyatakan corak yang diperolehi.

Daripada aktiviti di atas, murid dapat mengenal pelbagai jenis corak dari alam semula jadi. Corak ini disusun sehingga menghasilkan suatu susunan yang lebih menarik.

1.1 Pola

1.1.1 Mengenal pola nombor

RANGSANGAN MINDA

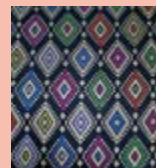


Tujuan: Mengenal corak

Bahan: Kain batik

Langkah:

1. Perhatikan rajah di sebelah yang menunjukkan corak pakaian tradisional masyarakat di Malaysia.



STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal dan memerihalkan pola pelbagai set nombor dan objek dalam kehidupan sebenar, dan seterusnya membuat rumusan tentang pola.

Perbincangan:

- (i) Apakah corak yang dapat dilihat?
- (ii) Bagaimanakah susunan corak tersebut?

Daripada aktiviti di atas, dapat diketahui bahawa corak yang dilihat berbentuk poligon dan berulang.

RANGSANGAN MINDA

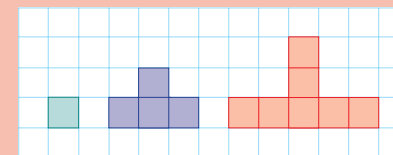


Tujuan: Mengenal pola

Bahan: Pensel warna, pembaris, pensel dan kertas grid

Langkah:

1. Murid membentuk kumpulan.
2. Buka fail MS003 untuk memperoleh kertas grid yang telah disediakan.
3. Setiap kumpulan dikehendaki melukis corak seperti yang di bawah dan warnakannya.
4. Kemudian, lukiskan pula corak yang keempat, kelima dan keenam. Seterusnya, warnakannya.



5. Lengkapkan jadual di bawah.

Nombor corak	1	2	3	4	5	6	7	8
Bilangan segi empat	1	4	7					

6. Bentangkan hasil dapatan anda.

Perbincangan:

- (i) Nyatakan susunan corak yang dapat diperhatikan.
- (ii) Hitung bilangan segi empat sama untuk corak yang ketujuh dan kelapan.

QR CODE

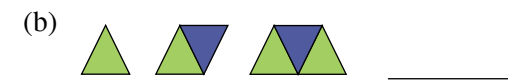
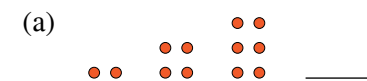
Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms003 untuk memperoleh kertas grid.

Daripada aktiviti di atas, bilangan segi empat sama yang dibentuk ialah 1, 4, 7, ... iaitu menambah 3 kepada nombor sebelumnya. Penambahan 3 ini dikenali sebagai **pola**.

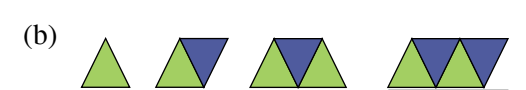
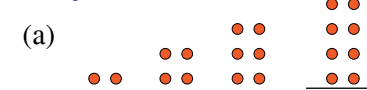
Pola ialah aturan atau corak tertentu dalam senarai nombor atau objek.

CONTOH 1

Lukis corak seterusnya bagi gambar rajah di bawah dan nyatakan polanya.



Penyelesaian:



Pola: Menambah dua titik kepada corak sebelumnya.

Pola: Menambah satu segi tiga kepada corak sebelumnya.

CONTOH 2

Nyatakan pola bagi set nombor berikut.

- (a) -10, -4, 2, 8, ...
- (c) 2, 6, 18, 54, ...
- (e) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$

Penyelesaian:

(a) $-10, -4, 2, 8, \dots$
 $+6 \quad +6 \quad +6$

Pola: Menambah 6 kepada nombor sebelumnya.

(c) $2, 6, 18, 54, \dots$
 $\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

Pola: Mendarab nombor sebelumnya dengan 3.

(e) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$
 $+\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2}$

Pola: Menambah $\frac{1}{2}$ kepada nombor sebelumnya.

- (b) 17, 7, -3, -13, ...
- (d) 81, 27, 9, 3, ...
- (f) -2.3, -2.6, -2.9, -3.2, ...

(b) $17, 7, -3, -13, \dots$
 $-10 \quad -10 \quad -10$

Pola: Menolak 10 daripada nombor sebelumnya.

(d) $81, 27, 9, 3, \dots$
 $\div 3 \quad \div 3 \quad \div 3$

Pola: Membahagi nombor sebelumnya dengan 3.

(f) $-2.3, -2.6, -2.9, -3.2, \dots$
 $-0.3 \quad -0.3 \quad -0.3$

Pola: Menolak 0.3 daripada nombor sebelumnya.

Nombor genap dan nombor ganjil

CONTOH 3

Diberi urutan nombor 7, 12, 17, 22, 27, ..., 67. Kenal pasti dan nyatakan pola bagi urutan nombor

- (i) ganjil
- (ii) genap

Penyelesaian:

$7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, 62, 67$

(i) **Nombor ganjil:** 7, 17, 27, 37, 47, 57 dan 67
 $+10 \quad +10$

Nombor ganjil diperoleh dengan menambah 10 kepada nombor sebelumnya.

(ii) **Nombor genap:** 12, 22, 32, 42, 52 dan 62
 $+10 \quad +10$

Nombor genap diperoleh dengan menambah 10 kepada nombor sebelumnya.

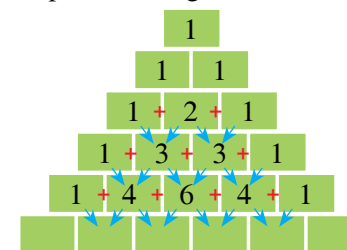
IMBAS KEMBALI

Nombor genap: nombor yang boleh dibahagi tepat dengan 2 seperti 2, 4, 6, 8, ...

Nombor ganjil: nombor yang tidak boleh dibahagi tepat dengan 2 seperti 1, 3, 5, 7, ...

Segi Tiga Pascal

Gambar rajah di bawah menunjukkan sebuah Segi Tiga Pascal. Berpandukan segi tiga tersebut, baris seterusnya diperoleh dengan menambah nombor-nombor pada baris sebelumnya.



Segi Tiga Pascal di atas bermula dengan nombor 1. Manakala baris kedua ialah 1, 1. Semua baris Segi Tiga Pascal akan bermula dan diakhiri dengan nombor 1. Nombor lain diperoleh dengan menjumlahkan dua nombor pada baris sebelumnya.

Nombor 2 dalam baris ketiga diperoleh dengan menjumlahkan nombor 1 dan nombor 1 pada baris sebelumnya. Seterusnya nombor 3 pada baris keempat diperoleh dengan menjumlahkan nombor 1 dan nombor 2 pada baris sebelumnya. Nombor 6 di baris kelima diperoleh dengan menjumlahkan nombor 3 dan nombor 3 pada baris sebelumnya.

Cuba anda lengkapkan baris yang seterusnya. Daripada segi tiga di atas pelbagai urutan nombor dengan pola tertentu boleh didapati, antaranya:

Kaedah 1	1		Kaedah 2	1							
	1	1		1	1						
	1	2	1		1	2	1				
	1	3	3	1		1	3	3	1		
	1	4	6	4	1		1	4	6	4	1

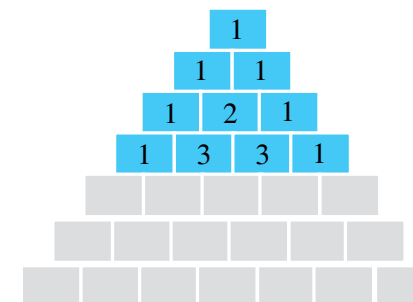
Urutan: 1, 2, 3, 4, ... Urutan: 1, 3, 6, ...

Pola: Menambah 1 Pola: Menambah 2, 3, 4, ...

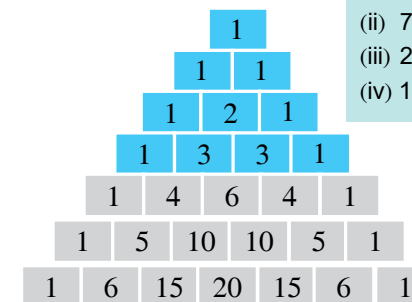
Pola bagi suatu urutan nombor merupakan corak yang mempunyai urutan yang tertib.

CONTOH 4

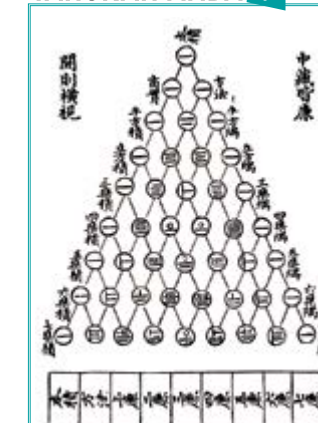
Lengkapkan Segi Tiga Pascal di bawah.



Penyelesaian:



TAHUKAH ANDA ?



Segi Tiga Yang Hui

Masyarakat Cina mengenal Segi Tiga Pascal dengan nama Segi Tiga Yang Hui dan digambarkan dengan menggunakan angka joran yang dilukiskan dengan sistem angka tongkat.

JOM FIKIR

1×1	1
11×11	121
111×111	12321
1111×1111	1234321
11111×11111	123454321

Tentukan nilai dua sebutan yang berikutnya.

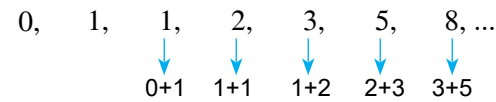
JOM FIKIR

Nyatakan dua sebutan nombor berikutnya.

- (i) 3, 8, 15, 24, 35, ...
- (ii) 7, 5, 8, 4, 9, 3, ...
- (iii) 2, 4, 5, 10, 12, 24, 27, ...
- (iv) 1, 4, 9, 18, 35, ...

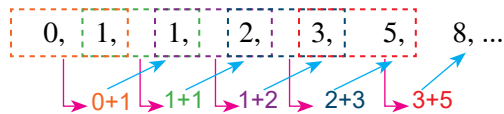
Nombor Fibonacci

Nombor Fibonacci merupakan suatu corak nombor yang berurutan.



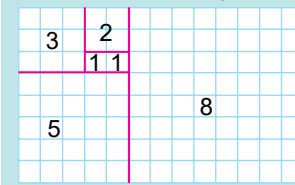
Urutan ini bermula dengan 0, 1, 1 dan sebutan seterusnya diperoleh dengan menambah dua sebutan sebelumnya.

Misalnya,



JOM FIKIR

Bagaimanakah anda akan membentuk segi empat Fibonacci seterusnya?



CONTOH 5

Lengkapkan urutan nombor di bawah.

(a) 0, 1, 1, , , , 8, 13, , ...

(b) 1, 3, , , 11, ...

Penyelesaian:

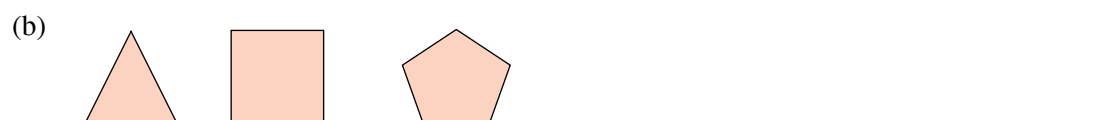
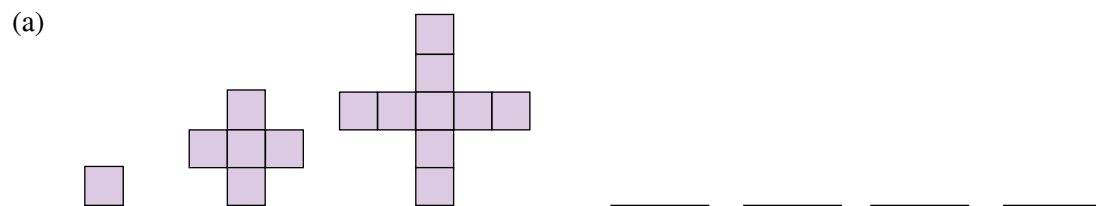
(a) 0, 1, 1, , , , 8, 13, , ...

(b) 1, 3, , , 11, ...

Pola merupakan suatu corak tertentu dalam sesuatu nombor atau objek. Suatu pola dalam senarai nombor ditentukan dengan menambah, menolak, mendarab atau membahagi nombor sebelumnya manakala suatu pola dalam objek ditentukan dengan memerhati susunan objek sebelumnya.

JOM CUBA 1.1

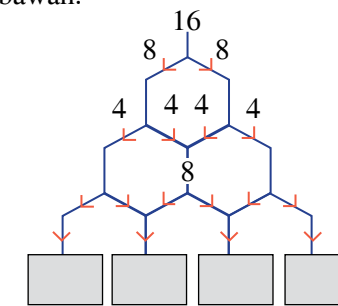
1. Lakar corak seterusnya bagi gambar di bawah.



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms006 untuk melihat salah satu urutan Fibonacci.

- Nyatakan pola bagi urutan berikut.
 - 5, 12, 19, 26, ...
 - 1, -4, -7, -10, ...
 - 4, 0, 4, 8, ...
 - 144, 72, 36, 18, ...
 - $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}, \dots$
 - 11.2, -33.6, 100.8, -302.4, ...
- Bagi urutan nombor 28, 37, 46, 55, ... , 145, kenal pasti dan nyatakan pola nombor bagi nombor
 - ganjil
 - genap
- Lengkapkan urutan Nombor Fibonacci berikut.
1, , 2, , , , , ...
- Lengkapkan rajah di bawah.



1.2 Jujukan

1.2.1 Jujukan

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti pola dalam urutan nombor dan corak

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

- Buka fail MS007 yang telah disediakan.
- Lengkapkan jadual berikut dengan melukis corak seterusnya.

Corak 1	
Corak 2	
Corak 3	

Perbincangan:

- Nyatakan pola yang anda dapati daripada aktiviti 1, 2 dan 3.
- Senaraikan urutan nombor dalam aktiviti 1, 2 dan 3.

STANDAR PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud jujukan.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms007 untuk mendapatkan lembaran kerja.



Daripada aktiviti sebelumnya, susunan corak seterusnya boleh ditentukan dengan mengikut corak sebelumnya. Suatu susunan nombor atau objek yang mengikut pola ini disebut sebagai **jujukan**.

Jujukan ialah suatu set nombor atau objek yang disusun mengikut suatu pola.

1.2.2 Pola suatu jujukan

CONTOH 6

Tentukan sama ada urutan nombor berikut suatu jujukan atau bukan.

- (a) $-10, -6, -2, 2, 6, \dots$ (b) $4, 5, -7, 10, -14, \dots$

Penyelesaian:

- (a) $-10, -6, -2, 2, 6, \dots$ (b) $4, 5, -7, 10, -14, \dots$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$ $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad +4 \quad +4 \quad +4 \quad +4$ $\quad \quad \quad +1 \quad -12 \quad +17 \quad -24$

Pola: Menambah 4
Maka, urutan nombor ini ialah jujukan.

Pola: Tiada
Maka, urutan nombor ini bukan jujukan.

Jujukan nombor

CONTOH 7

Lengkapkan jujukan nombor berikut.

- (a) $7, 13, \square, 25, \square, \square, \dots$ (b) $88, \square, 64, 52, \square, \square, \dots$
 (c) $\square, 0.3, \square, 0.027, 0.0081, \square, \dots$ (d) $\square, \square, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \square, \dots$

Penyelesaian:

- (a) $7, 13, \boxed{19}, 25, \boxed{31}, \dots$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad +6 \quad +6 \quad +6 \quad +6$
- (b) $88, \boxed{76}, 64, 52, \boxed{40}, \boxed{28}, \dots$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad -12 \quad -12 \quad -12 \quad -12 \quad -12$
- (c) $\boxed{1}, 0.3, \boxed{0.09}, 0.027, 0.0081, \boxed{0.00243}, \dots$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad \times 0.3 \quad \times 0.3 \quad \times 0.3 \quad \times 0.3 \quad \times 0.3$
- (d) $\boxed{-\frac{1}{3}}, \boxed{0}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \boxed{1}, \dots$
 $\quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad +\frac{1}{3} \quad +\frac{1}{3} \quad +\frac{1}{3} \quad +\frac{1}{3}$

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal pasti dan memerihalkan pola suatu jujukan, dan seterusnya melengkapkan dan melanjutkan jujukan tersebut.

TAHUKAH ANDA ?



CONTOH 8

Lengkapkan jujukan berikut berdasarkan pola yang diberikan.

- (a) Menolak 4 daripada nombor sebelumnya.
 $96, \square, \square, \square, \square, \square, \dots$
- (b) Mendarab nombor sebelumnya dengan 3.
 $7, \square, \square, \square, \square, \square, \dots$
- (c) Mengurangkan 8 daripada nombor sebelumnya.
 $21.3, \square, \square, \square, \square, \square, \dots$
- (d) Membahagi nombor sebelumnya dengan 5.
 $400, \square, \square, \square, \square, \square, \dots$

Penyelesaian:

- (a) $92, 88, 84, 80, 76, \dots$
 (b) $21, 63, 189, 567, 1701, \dots$
 (c) $13.3, 5.3, -2.7, -10.7, -18.7, \dots$
 (d) $80, 16, 3.2, 0.64, 0.128, \dots$

JOM CUBA 1.2

- Tentukan sama ada urutan nombor berikut ialah suatu jujukan atau bukan.

(a) $3, 18, 33, 48, \dots$ (b) $100, 116, 132, 148, \dots$
 (c) $1.0, -1.7, -2.4, 3.1, \dots$ (d) $-15, 30, 60, -120, \dots$
 (e) $\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{3}, \dots$ (f) $-0.32, -0.16, -0.8, -0.4, \dots$
- Lengkapkan jujukan nombor di bawah.

(a) $34, 28, \square, 16, \square, \square, \dots$ (b) $\square, \square, 32, 16, \square, 4, \dots$
 (c) $0.07, \square, 1.12, \square, 17.92, \dots$ (d) $1\frac{1}{10}, 1, \square, \square, \square, \dots$
 (e) $0.2, 2.4, 28.8, \square, \square, \dots$ (f) $\square, -80, -16, \square, \square, \dots$
 (g) $\square, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \square, \square, \dots$ (h) $-8.1, \square, -4.1, -2.1, \square, \dots$

TAHUKAH ANDA ?

Nombor segi tiga ialah nombor yang dibentuk dengan pola titik segi tiga.

$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, \dots$

1
3
6
10
15

3. Lengkapi jujukan nombor berikut berdasarkan pola yang dinyatakan.

(a) Menambah 7 kepada nombor sebelumnya.

42, , , , , , ...

(b) Membahagi nombor sebelumnya dengan 2.

96, , , , , , ...

1.3 Pola dan Jujukan

1.3.1 Pola suatu jujukan menggunakan nombor, perkataan dan ungkapan algebra

CONTOH 9

Nyatakan pola bagi jujukan nombor 1, 9, 17, 25, 33, ... menggunakan nombor, perkataan dan ungkapan algebra.

Penyelesaian:

(i) **Nombor**

1, 9, 17, 25, 33, ...
 $+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$

Maka, pola ialah +8.

(ii) **Perkataan**

1, 9, 17, 25, 33, ...
 $+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$

Maka, pola bagi jujukan di atas adalah menambah 8 kepada nombor sebelumnya.

(iii) **Ungkapan Algebra**

1, 9, 17, 25, 33, ...
 $+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$

$1 = 1 + 8(0)$
 $9 = 1 + 8(1)$
 $17 = 1 + 8(2)$
 $25 = 1 + 8(3)$
 $33 = 1 + 8(4)$

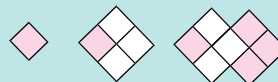
Maka, pola bagi jujukan nombor tersebut boleh ditulis sebagai $1 + 8n$ dengan keadaan $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat generalisasi tentang pola suatu jujukan menggunakan nombor, perkataan dan ungkapan algebra.

JOM FIKIR

Seorang juruhias dalam ingin menyusun jubin pada dinding seperti corak di bawah.



Apakah corak seterusnya?

IMBAS KEMBALI

Ungkapan Algebra ialah ungkapan yang menggabungkan nombor, pemboleh ubah atau simbol matematik lain dengan operasi.

Contoh:
 $2ab + 3c, 5a + 2b - 3c$

1.3.2 Sebutan bagi suatu jujukan

Sebutan sesuatu jujukan dikenali sebagai sebutan ke- n dan ditulis sebagai T_n iaitu T ialah sebutan manakala n ialah kedudukan sebutan.

$$T_n = \text{sebutan ke-}n$$

Misalnya,

4, 8, 12, 16, ...

Daripada jujukan di atas,

$T_1 = 4,$
 $T_2 = 8,$
 $T_3 = 12,$
 $T_4 = 16, \dots$

CONTOH 10

Nyatakan sebutan kelima bagi jujukan nombor berikut.

2, 10, 18, ...

Penyelesaian:

Langkah 1: Tentukan pola jujukan nombor tersebut.

2, 10, 18, ...
 $+8 \quad +8$

Pola nombor: Menambah 8 kepada nombor sebelumnya.

Langkah 2: Senaraikan semua sebutan hingga sebutan kelima seperti di bawah.

$T_1 = 2$ $T_4 = 26$
 $T_2 = 10$ $T_5 = 34$
 $T_3 = 18$

Maka, sebutan kelima ialah 34.

CONTOH 11

Diberi jujukan nombor 65, 60, 55, 50, Tentukan nombor 40 ialah sebutan yang beberapa dalam jujukan itu.

Penyelesaian:

Langkah 1:

65, 60, 55, 50, ...
 $-5 \quad -5 \quad -5$

Pola: Menolak 5 daripada nombor sebelumnya.

Langkah 2:

$T_1 = 65$ $T_4 = 50$
 $T_2 = 60$ $T_5 = 45$
 $T_3 = 55$ $T_6 = 40$

Maka, 40 ialah sebutan ke-6.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan sebutan tertentu bagi suatu jujukan.

TAHUKAH ANDA ?



Permaisuri lebah bertelur di dalam sarangnya. Sarang lebah mempunyai pola yang tersendiri, iaitu berbentuk heksagon.

JOM FIKIR

$2^2 + (2 + 2 + 1) = 3^2$
 $3^2 + (3 + 3 + 1) = 4^2$
 $4^2 + (4 + 4 + 1) = 5^2$
 $5^2 + (5 + 5 + 1) = 6^2$

(i) Nyatakan dua sebutan seterusnya.
 (ii) Nyatakan sebutan ke- n .

JOM FIKIR

Apakah pola untuk jujukan berikut?

(i) 1, 4, 9, 18, 35
 (ii) 23, 45, 89, 177
 (iii) 5, 7, 12, 19, 31
 (iv) 0, 4, 2, 6, 4, 8
 (v) 4, 7, 15, 29, 59, 117

JOM FIKIR

1(1) 3(2) 5(5) A C E
 2(1) 4(3) 6(8) B D

Nyatakan pasangan nombor yang sesuai dalam kedudukan A, B, C, D, E.

1.3.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 12



Mesin Pemberi Makanan Ikan Automatik

Spesifikasi

- Saiz bekas: Sederhana
- Makanan kering dan pelet boleh digunakan
- Pemasa disediakan untuk mengatur jadual pemberian makanan
- Menggunakan sistem terbaharu untuk mengelakkan makanan daripada menjadi lembap atau tersumbat di dalam bekas penyimpanan
- Boleh dikendalikan secara automatik atau manual
- Paparan skrin digital

Gambar di atas ialah mesin pemberi makanan ikan secara automatik dan spesifikasinya. Eng Wei menetapkan pemberian makanan ikannya 4 kali sehari. Pemberian makanan yang pertama pada pukul 7:35 pagi. Pada pukul berapakah ikan itu diberi makanan untuk kali yang ketiga?

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan jujukan.

Memahami masalah

Waktu memberikan makanan kepada ikan pada kali ketiga.

Merancang strategi

$$1 \text{ hari} = 24 \text{ jam}$$

$$1 \text{ kali} = \frac{24}{4} = 6 \text{ jam}$$

Melaksanakan strategi

Pola: 6 jam

$$T_1 = 7:35 \text{ pagi}$$

$$T_2 = 7:35 \text{ pagi} + 6 \text{ jam} = 1:35 \text{ petang}$$

$$T_3 = 1:35 \text{ petang} + 6 \text{ jam} = 7:35 \text{ petang}$$

Membuat kesimpulan

Maka, ikan diberi makanan kali ketiga pada pukul 7:35 petang.

JOM CUBA 1.3

- Tentukan pola jujukan nombor menggunakan perkataan.
 - 4, 12, 36, 108, 324, ...
 - 256, 128, 64, 32, 16, ...
- Tentukan pola jujukan nombor di bawah menggunakan ungkapan algebra.
 - 2, 4, 8, 16, ...
 - 5, 8, 11, 14, ...
 - 3, 6, 9, 12, ...
 - 3, 1, -1, -3, ...
- Hitung sebutan ketujuh dan kesebelas bagi jujukan nombor di bawah.
 - 3, 5, 13, ...
 - $4, 5\frac{1}{2}, 7, \dots$
 - 3.7, -4.3, -4.9, ...

- Jadual di bawah menunjukkan jadual perjalanan lima buah bas dari Kuala Lumpur ke Pulau Pinang.

Bas	Masa bertolak
A	8:00 pagi
B	8:30 pagi
C	9:00 pagi
D	
E	

Berdasarkan jadual di atas, jawab soalan yang berikut.

- Hitung selang masa bertolak antara dua buah bas.
- Pada pukul berapakah bas E akan bertolak?
- Pada pukul berapakah bas E akan sampai di Pulau Pinang jika perjalanan mengambil masa selama 5 jam?

MENJANA KECEMERLANGAN

- Padankan istilah berikut dengan pernyataan yang betul.

Segi Tiga Pascal

Nombor yang tidak boleh dibahagi tepat dengan 2.

Nombor ganjil

Urutan ini bermula dengan 0, 1, 1 dan sebutan seterusnya diperoleh dengan menambah dua sebutan sebelumnya.

Nombor Fibonacci

Nombor yang boleh dibahagi tepat dengan 2.

Nombor genap

Aturan geometri pada pekali binomial dalam sebuah segi tiga.

- Nyatakan pola bagi jujukan nombor yang diberikan.
 - 7, 13, 19, 25, ...
 - 54, 50, 46, 42, ...
 - 13, -39, -117, -351, ...
 - 1 296, 216, 36, 6, ...
- Lengkapkan jadual di bawah.

Jujukan	Nombor	Perkataan	Ungkapan Algebra
(a) 2, 4, 6, 8, ...			
(b) 100, 50, 25, 12.5, ...			

4. Lengkapkan urutan nombor berikut.

- (a) 1, 3, 5, , 9, , ...
- (b) , , -20, -10, -5, ...
- (c) 268, , , 169, 136, , ...
- (d) $\frac{1}{2}$, , $\frac{1}{3}$, , $\frac{1}{6}$, ...

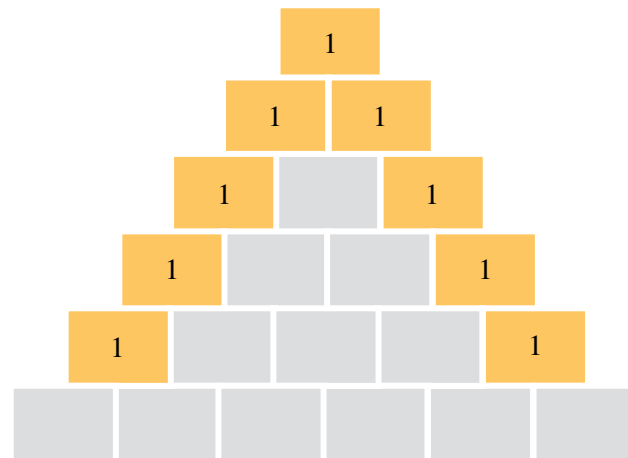
5. Empat sebutan pertama bagi suatu jujukan ialah 9, x , -5, -12, ...

- (a) Hitung nilai x .
- (b) Nyatakan pola jujukan itu menggunakan
 - (i) nombor
 - (ii) perkataan
 - (iii) ungkapan algebra

6. Lengkapkan Nombor Fibonacci di bawah.

0, 1, 1, , , , ...

7. Gambar rajah di bawah menunjukkan lima aras pertama untuk Segi Tiga Pascal. Lengkapkan Segi Tiga Pascal tersebut. Nyatakan bagaimana Segi Tiga Pascal itu dibentuk.

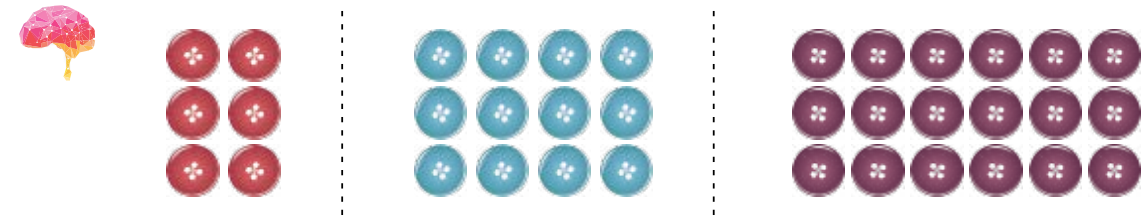


8. Empat sebutan pertama bagi suatu jujukan ialah 11, x , -5, -13, ...

- (a) Hitung nilai x .
- (b) Nyatakan sebutan ke-10, T_{10} .

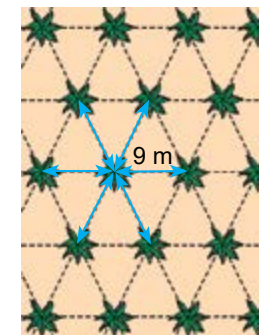


9. Nina menyusun butang baju seperti di bawah.



- (a) Nyatakan pola bagi bilangan butang baju.
- (b) Nyatakan urutan bilangan butang baju.
- (c) Lukiskan susunan butang baju untuk sebutan keempat.
- (d) Hitung nilai T_6 .

10. Encik Hamid ingin melakukan penanaman semula pokok kelapa sawit. Jarak bagi setiap pokok kelapa sawit ialah 9 m dan jarak tanaman tersebut berbentuk segi tiga sama sisi. Encik Hamid telah melakar satu peta tanamannya seperti rajah di bawah.



Jika Encik Hamid menanam 18 batang pokok kelapa sawit, berapakah luas tanah beliau?

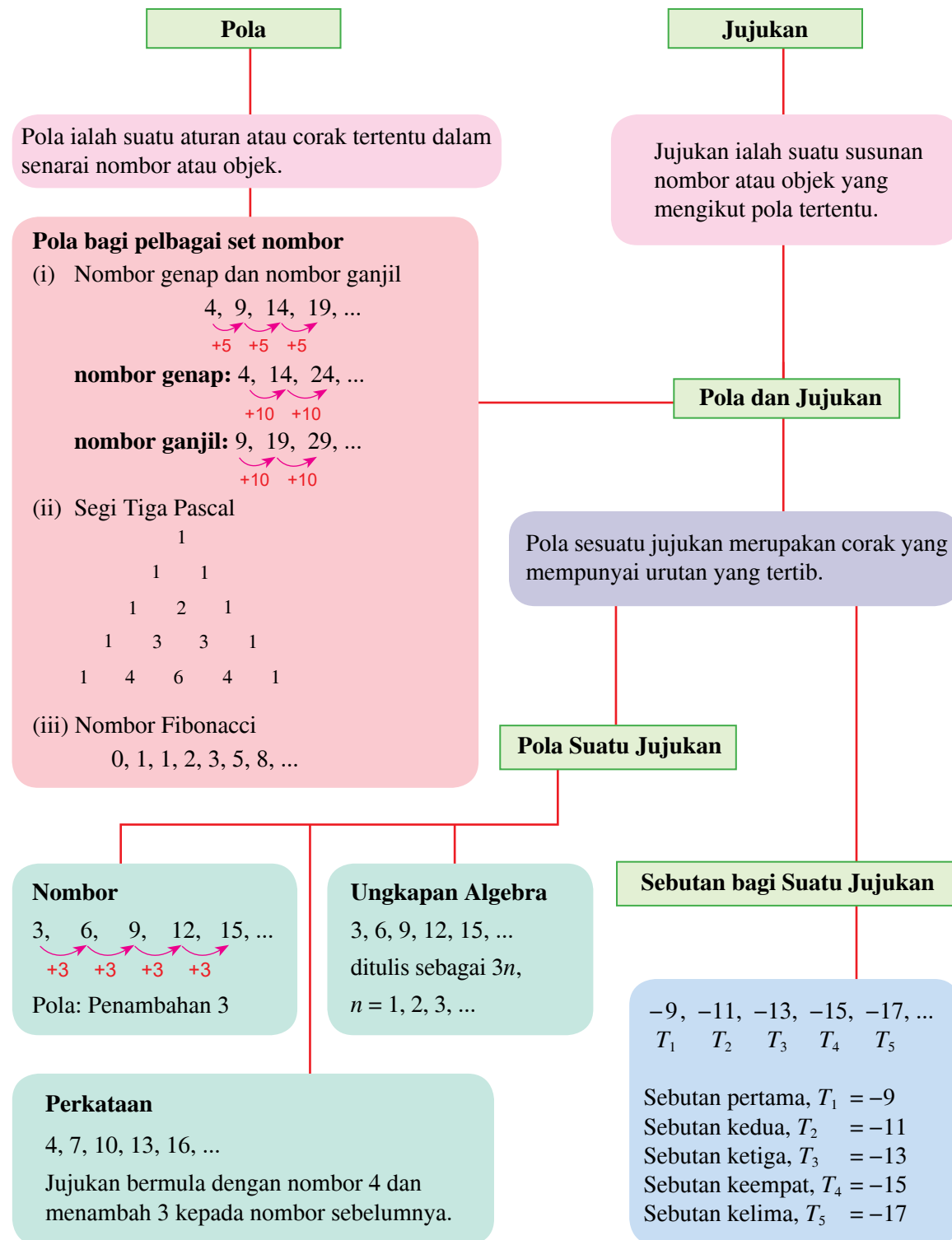
11. Raiyan telah pergi ke klinik untuk berjumpa dengan doktor kerana demam selesema yang berlanjutan melebihi tiga hari. Doktor telah memberikan tiga jenis ubat, iaitu ubat demam, antibiotik dan ubat selesema. Bantu Raiyan untuk membuat jadual pemakanan ubat jika dia bermula makan ubat pada pukul 8:30 pagi.



Ubat	1	2	3
Demam			
Antibiotik			
Selesema			

Ubat demam = 2 biji 3 kali sehari
 Antibiotik = 1 biji 2 kali sehari
 Ubat selesema = 1 biji 1 kali sehari

INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:

1. Mengenal dan memerihalkan pola pelbagai set nombor dan objek dalam kehidupan sebenar.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Menerangkan maksud jujukan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Mengenal pasti dan memerihalkan pola suatu jujukan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Melengkapkan dan melanjutkan jujukan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Membuat generalisasi tentang pola suatu jujukan menggunakan nombor, perkataan dan ungkapan algebra.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Menentukan sebutan tertentu bagi suatu jujukan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menyelesaikan masalah yang melibatkan jujukan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

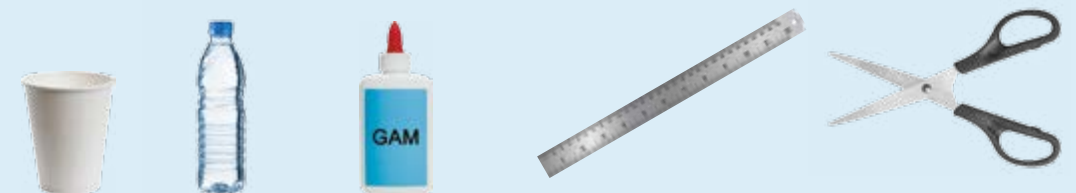
Tajuk: Blok futuristik

Bahan: Cawan kertas, botol mineral, gam, pembaris dan gunting

Setiap kumpulan dikehendaki menyediakan satu blok bangunan yang bercirikan masa hadapan (futuristik) menggunakan cawan kertas dan botol mineral.

Warnakan hasil binaan dan namakan blok tersebut.

Bentangkan hasil binaan setiap kumpulan.



BAB 2

Pemfaktoran dan Pecahan Algebra

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 2.1 Kembangan
- 2.2 Pemfaktoran
- 2.3 Ungkapan Algebra dan Hukum Operasi Asas Aritmetik

RANGKAI KATA

- Kembangan
- Ungkapan algebra
- Faktor
- Faktor Sepunya Terbesar (FSTB)
- Pecahan algebra
- Kuasa dua sempurna
- Pendaraban silang
- Pengangka
- Penyebut
- Sebutan terendah
- Gandaan Sepunya Terkecil (GSTK)
- *Expansion*
- *Algebraic expression*
- *Factor*
- *Highest Common Factor (HCF)*
- *Algebraic fraction*
- *Perfect square*
- *Cross multiplication*
- *Numerator*
- *Denominator*
- *Lowest term*
- *Lowest Common Multiple (LCM)*

Umumnya algebra merupakan cabang matematik yang digunakan bagi menerangkan perhubungan antara beberapa kuantiti unit, contohnya jarak dengan laju, berat dengan tinggi dan lain-lain. Melalui perhubungan ini, murid boleh mempelajari kemahiran menyelesaikan masalah dalam pelbagai situasi.



IMBASAN SILAM

Menurut buku berjudul 'al-Jabr w'al-Muqabala' yang ditulis oleh seorang ahli matematik berbangsa Arab, Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi, perkataan algebra berasal daripada 'al-Jabr'. Beliau juga digelar sebagai 'Bapa Algebra' atas sumbangan beliau dalam bidang algebra.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms019

MASLAHAT BAB INI

- Algebra banyak digunakan dalam perbandingan harga, proses jual beli, ukuran, perubahan nilai dan sebagainya.
- Algebra juga digunakan dalam bidang seperti bidang kimia, fizik, forensik dan lain-lain.

AKTIVITI KREATIF

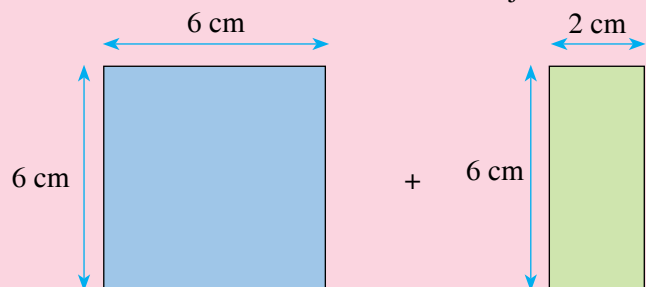
Tujuan: Mengira luas menggunakan kaedah jubin algebra

Bahan: Kertas berwarna hijau dan biru

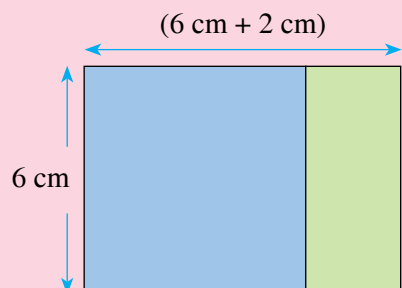
Langkah:

1. Potong kertas berwarna biru menjadi segi empat sama berukuran 6 cm panjang dan 6 cm lebar.
2. Potong kertas berwarna hijau mengikut ukuran saiz 6 cm panjang dan 2 cm lebar.
3. Hitung luas kertas biru dan kertas hijau dengan kaedah 1 dan kaedah 2.

Kaedah 1: Luas kertas biru + luas kertas hijau



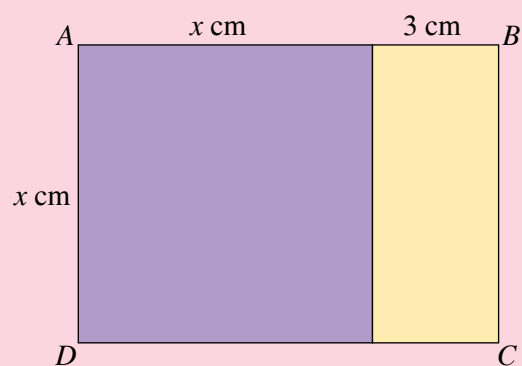
Kaedah 2: Panjang × (lebar biru + lebar hijau)



TAHUKAH ANDA ?

Jubin algebra adalah manipulatif matematik yang membolehkan murid untuk lebih memahami cara pemikiran algebra dan konsep algebra.

4. Adakah terdapat persamaan jawapan pada kedua-dua kaedah? Bincangkan.
5. Berdasarkan rajah di bawah, hitung luas segi empat $ABCD$.



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms020 untuk menonton video jenis-jenis jubin algebra.



2.1 Kembangan

2.1.1 Kembangan ungkapan algebra

Kembangan ungkapan algebra bermaksud hasil pendaraban satu atau dua ungkapan dalam kurungan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud kembangan dua ungkapan algebra.

IMBAS KEMBALI

Ungkapan algebra ialah ungkapan yang menggabungkan nombor, pemboleh ubah atau simbol matematik lain dengan operasi. Misalnya, $2a + 5$.

2.1.2 Kembangan dua ungkapan algebra

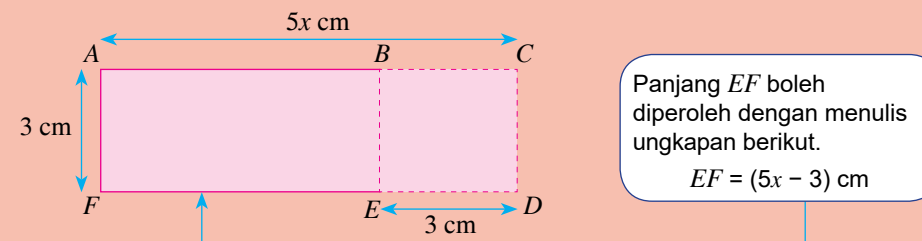
RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Menentukan luas segi empat $ABEF$

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Hitung luas $ABEF$ dengan menggunakan dua kaedah di bawah.



Kaedah 1 :
 Luas $ABEF$
 $=$ Luas $ACDF$ – Luas $BCDE$
 $=$ –
 $=$ cm^2

Kaedah 2:
 Luas $ABEF$
 $=$ panjang \times lebar
 $=$ $EF \times AF$
 $=$ \times
 $=$ cm^2

Perbincangan:

Adakah jawapan bagi kaedah 2 sama seperti kaedah 1? Terangkan.

Apabila melakukan kembangan ungkapan algebra, setiap sebutan dalam tanda kurungan mesti didarabkan dengan sebutan di luar kurungan.

CONTOH 1

Kembangkan setiap ungkapan berikut.

- | | |
|------------------|-----------------------------------|
| (a) $6(3 + 4w)$ | (b) $3r(r - 2s)$ |
| (c) $-5b(a + 3)$ | (d) $-\frac{2y}{3}(9y - 3z + 6x)$ |

IMBAS KEMBALI

$(+) \times (+)$	$+$
$(+) \times (-)$	$-$
$(-) \times (+)$	$-$
$(-) \times (-)$	$+$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 6(3 + 4w) \\ &= (6 \times 3) + (6 \times 4w) \\ &= 18 + 24w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & 3r(r - 2s) \\ &= (3r \times r) + [3r \times (-2s)] \\ &= 3r^2 - 6rs \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & -5b(a + 3) \\ &= (-5b \times a) + (-5b \times 3) \\ &= -5ab - 15b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad & -\frac{2y}{3}(9y - 3z + 6x) \\ &= \left(-\frac{2y}{3} \times 9y\right) + \left[-\frac{2y}{3} \times (-3z)\right] + \left(-\frac{2y}{3} \times 6x\right) \\ &= -6y^2 + 2yz - 4xy \end{aligned}$$

RANGSANGAN MINDA

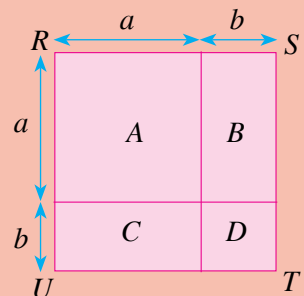


Tujuan: Melaksanakan kembangan dua ungkapan algebra

Bahan: Lembaran kerja

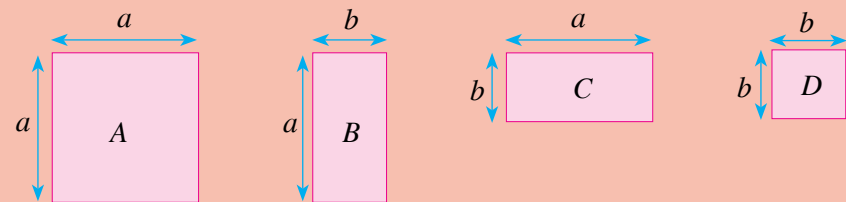
Langkah:

1. Aktiviti berikut dijalankan secara berpasangan.
2. Murid pertama menghitung luas segi empat sama RSTU dengan menggunakan kaedah 1.
3. Murid kedua menghitung luas segi empat sama RSTU dengan menggunakan kaedah 2.



Luas segi empat sama RSTU boleh dihitung dengan

Kaedah 1



Luas segi empat sama RSTU = Luas A + Luas B + Luas C + Luas D

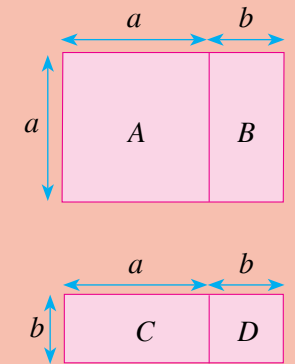
$$\begin{aligned} &= (_ \times _) + (_ \times _) + (_ \times _) + (_ \times _) \\ &= \square + \square + \square + \square \\ &= \square + \square + \square \end{aligned}$$

Kaedah 2

Asingkan segi empat sama kepada dua bahagian seperti berikut.

Luas segi empat RSTU = Luas A dan B + Luas C dan D

$$\begin{aligned} &= (_)(a + b) + (_)(a + b) \\ &= \square + \square + \square + \square \\ &= \square + \square + \square \end{aligned}$$



Perbincangan:

Adakah jawapan bagi kedua-dua kaedah terdapat persamaan?

Apabila melakukan kembangan dua ungkapan algebra dalam dua tanda kurungan, setiap sebutan dalam tanda kurungan pertama mesti didarabkan dengan setiap sebutan dalam tanda kurungan kedua. Misalnya,

$$\begin{aligned} & (a + 2)(a + 1) \\ &= a(a + 1) + 2(a + 1) \\ &= a^2 + \underbrace{a + 2a}_{\text{Sebutan serupa}} + 2 \\ &= a^2 + 3a + 2 \end{aligned}$$

Sebutan serupa boleh diselesaikan

TIP

$$\begin{aligned} (a + b)(a + b) &= (a + b)^2 \\ (a - b)(a - b) &= (a - b)^2 \\ (a + b)(a - b) &= (a \times a) + [a \times (-b)] + (b \times a) + [b \times (-b)] \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

CONTOH 2

Kembangkan setiap ungkapan berikut.

- (a) $(y + 1)(y - 3)$
- (b) $(4 + 3r)(2 + r)$
- (c) $(3r + 4s)(r - 2s)$
- (d) $(3p + 2)^2$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (y + 1)(y - 3) \\ &= y(y - 3) + 1(y - 3) \\ &= y^2 - 3y + y - 3 \\ &= y^2 - 2y - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & (4 + 3r)(2 + r) \\ &= 8 + 4r + 6r + 3r^2 \\ &= 8 + 10r + 3r^2 \\ &= 3r^2 + 10r + 8 \end{aligned}$$

PERHATIAN

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \\ (a + b)(a + b) &\neq a^2 + b^2 \\ (a - b)(a - b) &\neq a^2 - b^2 \end{aligned}$$

TAHUKAH ANDA?

Kaedah alternatif

(i) Pendaraban silang

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{l} a \\ \times \\ a \end{array} & \begin{array}{l} +2 \\ +1 \end{array} \\ \hline a^2 & +2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 2a \\ a \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ \end{array}$$

Maka, $a^2 + 3a + 2$

(ii) Bentuk lazim

$$\begin{array}{r} a + 2 \\ \times \quad a + 1 \\ \hline a^2 + 2a \\ (+) \quad a^2 + 2a \\ \hline a^2 + 3a + 2 \end{array}$$

(c) $(3r + 4s)(r - 2s)$
 $= 3r(r - 2s) + 4s(r - 2s)$
 $= (3r \times r) + [3r \times (-2s)] + (4s \times r) + [4s \times (-2s)]$
 $= 3r^2 - 6rs + 4sr - 8s^2$
 $= 3r^2 - 2rs - 8s^2$

Sebutan serupa boleh diselesaikan

Sebutan serupa $sr = rs$

(d) $(3p + 2)^2$
 $= (3p + 2)(3p + 2)$
 $= 9p^2 + 6p + 6p + 4$
 $= 9p^2 + 12p + 4$

Sebutan serupa boleh diselesaikan

TIP
 Sebutan algebra disusun daripada kuasa tertinggi kepada kuasa terendah.

JOM FIKIR

Hubungan antara pendaraban ungkapan Binomial secara berulang dengan Segi Tiga Pascal.

$$1 \quad (a + b)^0$$

$$1a + 1b \quad (a + b)^1$$

$$1a^2 + 2ab + 1b^2 \quad (a + b)^2$$


$$1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3 \quad (a + b)^3$$

$$1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4 \quad (a + b)^4$$

Nyatakan dua sebutan seterusnya.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms024a untuk menonton video kaedah pendaraban silang.

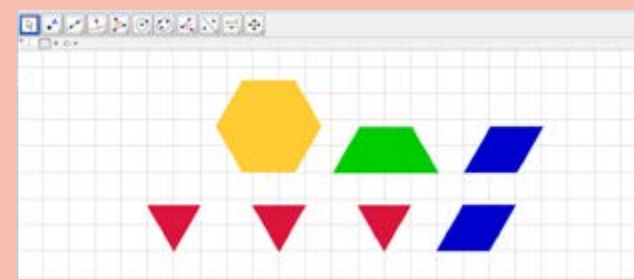


2.1.3 Gabungan operasi termasuk kembangan

Penyelesaian gabungan operasi bagi ungkapan algebra mahupun sebutan algebra mestilah mematuhi hukum 'BODMAS'.

RANGSANGAN MINDA Berkumpulan

Tujuan: Menulis hubungan algebra berdasarkan jubin algebra
Bahan: Perisian geometri dinamik
Langkah:



1. Buka fail MS024B untuk memperoleh paparan yang menunjukkan heksagon sekata berwarna kuning serta bentuk lain yang berwarna merah, biru dan hijau.
2. Pilih gabungan bentuk berwarna merah, biru atau hijau untuk dimasukkan ke dalam heksagon sekata berwarna kuning tersebut.
3. Tuliskan hubungan algebra yang diperolehi.
4. Pilih gabungan bentuk yang lain untuk dimasukkan ke dalam trapezium hijau.

Perbincangan:
 Bandingkan hasil dapatan anda dengan kumpulan lain.

STANDAR PEMBELAJARAN

Memperudahkan ungkapan algebra yang melibatkan gabungan operasi termasuk kembangan.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms024b untuk membina poligon.



CONTOH 3

Permudah.

(a) $(3w - 2)(4w - 1) - 10w$ (b) $(r - 3t)^2 + 4rt$
 (c) $(x + y)(x - y) + x(x - 2y)$

Penyelesaian:

(a) $(3w - 2)(4w - 1) - 10w = 3w(4w - 1) - 2(4w - 1) - 10w$
 $= 12w^2 - 3w - 8w + 2 - 10w$
 $= 12w^2 - 3w - 8w - 10w + 2$
 $= 12w^2 - 21w + 2$

(b) $(r - 3t)^2 + 4rt = (r - 3t)(r - 3t) + 4rt$
 $= r^2 - 3rt - 3rt + 9t^2 + 4rt$
 $= r^2 + 9t^2 - 3rt - 3rt + 4rt$
 $= r^2 + 9t^2 - 2rt$

(c) $(x + y)(x - y) + x(x - 2y) = x^2 - xy + xy - y^2 + x^2 - 2xy$
 $= x^2 + x^2 - y^2 - xy + xy - 2xy$
 $= 2x^2 - y^2 - 2xy$

2.1.4 Penyelesaian masalah

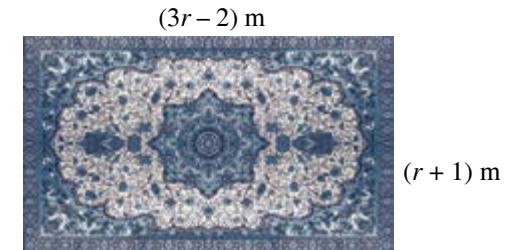
CONTOH 4

Puan Maria mempunyai sebidang permaidani yang panjangnya $(3r - 2)$ meter dan lebarnya ialah $(r + 1)$ meter. Hitung luas permaidani Puan Maria.

Penyelesaian:

Luas = panjang \times lebar
 $= (3r - 2)(r + 1)$
 $= 3r^2 + 3r - 2r - 2$
 $= 3r^2 + r - 2$

Maka, luas permaidani ialah $(3r^2 + r - 2)$ meter persegi.




CONTOH 5

Ramesh menerima wang saku sebanyak RM50 untuk $(y - 8)$ hari. Setiap hari dia membelanjakan sebanyak RM $(x - 3)$ untuk secawan kopi dan RM $(x + 4)$ untuk mi rebus. Hitung baki wang Ramesh.

IMBAS KEMBALI

B = Brackets
 O = Order
 D = Division
 M = Multiplication
 A = Addition
 S = Subtraction

Untuk maklumat lanjut:
 Imbas QR Code di bawah atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms025



IMBAS KEMBALI

Hukum Kalis Agihan digunakan apabila melakukan kembangan.

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

STANDAR PEMBELAJARAN

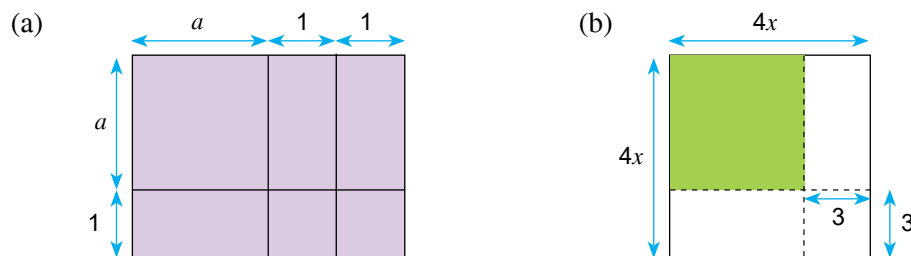
Menyelesaikan masalah yang melibatkan kembangan dua ungkapan algebra.

Penyelesaian:

Memahami masalah	Merancang strategi	Melaksanakan strategi	Membuat kesimpulan
<p>Kenal pasti jumlah harga kopi dan mi rebus.</p> $(x - 3) + (x + 4) = 2x + 1$	<p>Tentukan jumlah perbelanjaan dalam masa $(y - 8)$ hari dengan kaedah kembangan.</p> <p>Hari \times Harga</p> $= (y - 8)(2x + 1)$ $= 2xy + y - 16x - 8$	<p>Menghitung baki perbelanjaan dengan proses kembangan.</p> <p>Wang saku – Jumlah perbelanjaan</p> $= 50 - (2xy + y - 16x - 8)$ $= 50 - 2xy - y + 16x + 8$ $= 58 - 2xy - y + 16x$	<p>Baki wang saku.</p> $RM(58 - 2xy - y + 16x)$

JOM CUBA 2.1

1. Berdasarkan jubin algebra berikut, tulis luas kawasan berlorek dalam bentuk pendaraban dua ungkapan algebra.



2. Kembangkan ungkapan algebra berikut.

- | | | |
|------------------|----------------------------|--------------------|
| (a) $3(x + 2)$ | (b) $4(8x - 3)$ | (c) $2(a + 5)$ |
| (d) $p(6p - 8)$ | (e) $-\frac{r}{8}(2s - 8)$ | (f) $-2(pr - 2pq)$ |
| (g) $3(5bc - 6)$ | (h) $7(2ef + 3e)$ | (i) $8g(2 + gh)$ |

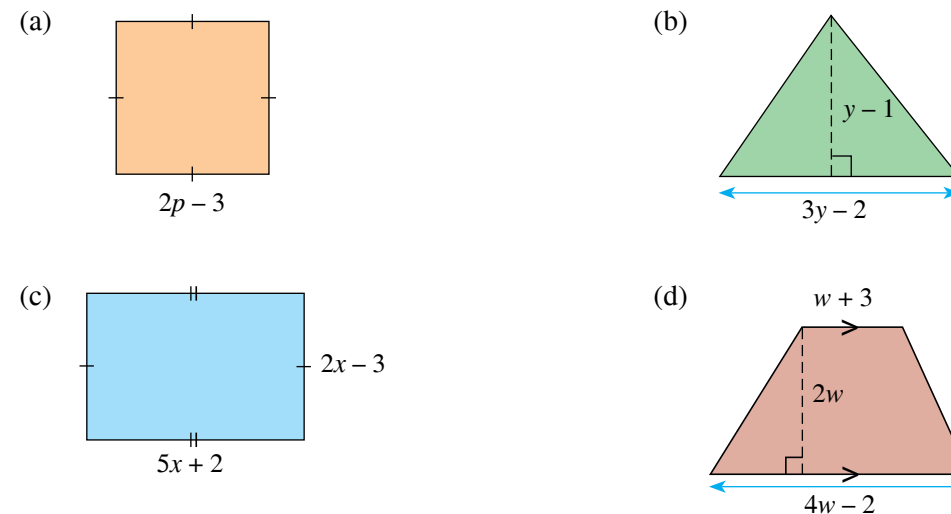
3. Kembangkan ungkapan algebra berikut.

- | | | |
|--|------------------------|-------------------------|
| (a) $(a + 1)(a + 2)$ | (b) $(x - 5)(x + 4)$ | (c) $(2 + m)(5 - m)$ |
| (d) $(3p - 2)(4p - 1)$ | (e) $(3r - 2)(4r - 1)$ | (f) $(2r + s)(4r - 3s)$ |
| (g) $(2d - \frac{1}{2}b)(3d - \frac{1}{2}b)$ | (h) $(r - 3s)^2$ | (i) $(4e - 3)^2$ |

4. Permudahkan ungkapan berikut.

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $(5b + 3) + 4(3b - a)$ | (b) $3(4m - 5mn) - 2(8m + mn)$ |
| (c) $(h - j)^2 - 2h(3h - 3j)$ | (d) $(x + y)(x - y) + 2x(x + 2y)$ |

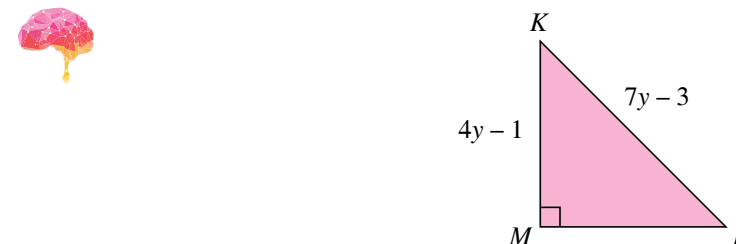
5. Hitung luas rajah berikut dengan menggunakan ungkapan algebra.



6. Hadila berumur 2 tahun lebih muda daripada Kai Yee. Umur bapa Kai Yee ialah kuasa dua umur Hadila. Jika Kai Yee berumur p tahun, hitung jumlah umur mereka bertiga. Ungkapkan jawapan anda dalam bentuk ungkapan algebra.

7. Sebuah permukaan meja berbentuk segi empat tepat mempunyai panjang $(5x - 2)$ meter dan lebar $(x + 2)$ meter. Encik Phillip ingin meletakkan cermin kaca di atas meja tersebut. Lebar meja yang tidak ditutupi dengan cermin ialah $(x - 3)$ meter. Ungkapkan luas permukaan meja yang tidak ditutupi dengan cermin kaca tersebut.

8. Hitungkan panjang LM dalam sebutan y .



2.2 Pemfaktoran

2.2.1 Konsep faktor dan pemfaktoran

Pemfaktoran ialah proses mengenal pasti faktor sebutan dan ungkapan algebra dan apabila didarabkan akan menghasilkan ungkapan asal. Pemfaktoran merupakan proses songsangan kepada kembangan.

Misalnya, faktor bagi $3p$

$1 \times 3p$ $3 \times p$

Maka, faktor bagi $3p$ ialah 1, 3, p dan $3p$.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menghubungkan pendaraban ungkapan algebra dengan konsep faktor dan pemfaktoran, dan seterusnya menyenaraikan faktor bagi hasil darab ungkapan algebra tersebut.

Faktor, Faktor Sepunya dan Faktor Sepunya Terbesar (FSTB) bagi hasil darab ungkapan algebra

Faktor sepunya ialah faktor bagi sebutan algebra yang membahagi dengan tepat dua atau lebih sebutan lain. Faktor Sepunya Terbesar (FSTB) ialah faktor yang terbesar antara semua faktor sepunya.

Perhatikan ungkapan,

$$4x + 2 = 2(2x + 1)$$

2 ialah faktor sepunya bagi 4x dan 2.

CONTOH 6

Senaraikan semua faktor sepunya bagi setiap sebutan berikut.

- (a) $6h, 4gh$ (b) $9c^2d, 3d^2e, 6def$

Penyelesaian:

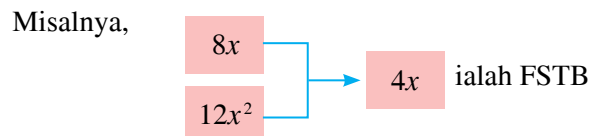
(a) $6h = 1 \times 6h$
 $2 \times 3h$
 $3 \times 2h$
 $h \times 6$
 $4gh = 1 \times 4gh$
 $4 \times gh$
 $2 \times 2gh$
 $2g \times 2h$
 $g \times 4h$
 $h \times 4g$

Maka, faktor sepunya bagi 6h dan 4gh ialah 1, 2, h dan 2h.

2.2.2 Pemfaktoran ungkapan algebra

Menggunakan FSTB

Ungkapan algebra boleh difaktorkan dengan mencari Faktor Sepunya Terbesar (FSTB).



Maka, ungkapan algebra bagi $8x + 12x^2$ boleh ditulis sebagai hasil darab dua faktor seperti,

$$4x(2 + 3x)$$

Ini dinamakan **pemfaktoran**.

TIP

Pemfaktoran ialah songsangan kepada kembangan.

Kembangan

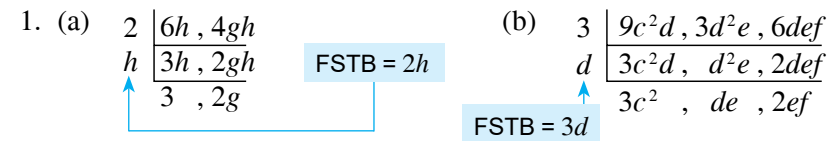
$$a(a + b) = a^2 + ab$$

Pemfaktoran

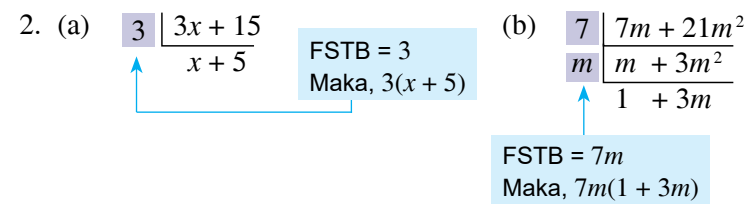
CONTOH 7

1. Tentukan Faktor Sepunya Terbesar (FSTB) bagi setiap sebutan
 (a) $6h, 4gh$ (b) $9c^2d, 3d^2e, 6def$
 2. Faktorkan setiap ungkapan berikut.
 (a) $3x + 15$ (b) $7m + 21m^2$

Penyelesaian:



Penyelesaian:



Menggunakan beza antara dua sebutan kuasa dua sempurna

$x^2 - y^2$ ialah sebutan beza kuasa dua. $x^2 - y^2$ boleh difaktorkan dengan beza kuasa dua sempurna. Kaedah ini hanya boleh digunakan jika kedua-dua sebutan algebra tersebut ialah kuasa dua sempurna.

Perhatikan,

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$$

CONTOH 8

Faktorkan setiap ungkapan berikut.

- (a) $b^2 - 1$ (b) $9m^2 - 100$
 (c) $3y^2 - 147$ (d) $5k^2 - 80$

Penyelesaian:

(a) $b^2 - 1 = b^2 - 1^2 = (b + 1)(b - 1)$
 (b) $9m^2 - 100 = (3m)^2 - 10^2 = (3m + 10)(3m - 10)$

TIP

$$\begin{array}{l} 4 \mid 8x, 12x^2 \\ x \mid 2x, 3x^2 \\ \hline 2, 3x \end{array}$$

FSTB = 4x

FSTB boleh ditentukan dengan kaedah pembahagian berulang.

Semak jawapan anda dengan kaedah kembangan.

$$4x(2 + 3x) = 8x + 12x^2$$

IMBAS KEMBALI

Nombor kuasa dua sempurna. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, ...

TIP

Semak semula dengan kaedah kembangan $(x + 2)(x - 2) = x(x - 2) + 2(x - 2) = x^2 - 2x + 2x - 4 = x^2 - 4$

TAHUKAH ANDA?

Nombor ganjil	Beza kuasa dua
1	$1^2 - 0^2$
3	$2^2 - 1^2$
5	$3^2 - 2^2$
7	$4^2 - 3^2$
9	$5^2 - 4^2$
11	$6^2 - 5^2$
13	$7^2 - 6^2$

PERHATIAN

'1' ialah faktor bagi semua sebutan algebra.

STANDAR PEMBELAJARAN

Memfaktorkan ungkapan algebra dengan pelbagai kaedah.

IMBAS KEMBALI

Faktor bagi 16

$$16 \div 1 = 16 \quad 16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 2 = 8 \quad 16 \div 16 = 1$$

$$16 \div 4 = 4$$

Maka, faktor bagi 16 ialah 1, 2, 4, 8 dan 16.

(c) $3y^2 - 147$
 $= 3(y^2 - 49)$
 $= 3(y^2 - 7^2)$
 $= 3(y + 7)(y - 7)$

FSTB 3 dan 147 ialah 3

(d) $5k^2 - 80$
 $= 5(k^2 - 16)$
 $= 5(k^2 - 4^2)$
 $= 5(k + 4)(k - 4)$

FSTB 5 dan 80 ialah 5

Suatu ungkapan algebra seperti $x^2 + 2xy + y^2$ boleh difaktorkan sebagai $(x + y)(x + y)$.

Menggunakan pendaraban silang

Bagi ungkapan algebra berbentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ dan a, b, c ialah suatu integer boleh difaktorkan dengan kaedah pendaraban silang.

Perhatikan contoh di bawah berserta penerangannya untuk pemfaktoran ungkapan algebra $x^2 + 6x + 8$.

Langkah 1: Bandingkan pekali

$$1x^2 + 6x + 8$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 a x^2 + b x + c

Maka, $a = 1, b = 6$ dan $c = 8$

Langkah 2: Faktor bagi 8 ialah 1, 2, 4 dan 8. 2 dan 4 dipilih kerana menepati c , iaitu $2 \times 4 = 8$.

Langkah 3: 2 dan 4 dipilih kerana menepati b , iaitu $2 + 4 = 6$.

Langkah 4: Lakukan darab silang seperti di bawah.

$$\begin{array}{r|l} x & +2 \\ \times & \times \\ x & +4 \\ \hline x^2 & +8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x \\ (+) \\ 4x \\ 6x \end{array}$$

\uparrow \uparrow
 c b

Langkah 5: Faktor $x^2 + 6x + 8$ ialah $(x + 2)(x + 4)$.

TIP

Identiti Pemfaktoran

(a) $(x + y)^2$
 $= (x + y)(x + y)$
 $= x^2 + 2xy + y^2$

(b) $(x - y)^2$
 $= (x - y)(x - y)$
 $= x^2 - 2xy + y^2$

(c) $x^2 - y^2$
 $= (x + y)(x - y)$

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms030 di bawah untuk menonton video tentang kaedah pemfaktoran menggunakan jubin algebra.



TIP

Hasil Tambah b	Hasil Darab c
$1 + 8 = 9$	$1 \times 8 = 8$
$-1 + (-8) = -9$	$-1 \times (-8) = 8$
$2 + 4 = 6$	$2 \times 4 = 8$
$-2 + (-4) = -6$	$-2 \times (-4) = 8$

TAHUKAH ANDA ?

Pemfaktoran dan pembahagian

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ x + 2 \sqrt{x^2 + 6x + 8} \\ \underline{(-) x^2 + 2x} \\ 4x + 8 \\ \underline{(-) 4x + 8} \\ 0 \end{array}$$

CONTOH 9

Faktorkan setiap ungkapan berikut.

(a) $x^2 - 6x + 9$

Penyelesaian:

(a) $x^2 - 6x + 9$

Pendaraban faktor 9:
 $(-1) \times (-9)$
 $(-3) \times (-3)$
 $-3 + (-3) = -6$

$$\begin{array}{r|l} x & -3 \\ \times & \times \\ x & -3 \\ \hline x^2 & +9 \end{array} \quad \begin{array}{l} -3x \\ (-) \\ -3x \\ -6x \end{array}$$

Maka, $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3)$.

CONTOH 10

Faktorkan ungkapan berikut.

$2m^2 + 7m + 6$

Penyelesaian:

Cubaan pertama:

$$\begin{array}{r|l} 2m & 1 \\ \times & \times \\ m & 6 \\ \hline 2m^2 & +6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1m \\ (+) \\ 12m \\ 13m \end{array}$$

Pendaraban faktor 6:
 1×6
 2×3

Cubaan kedua:

$$\begin{array}{r|l} 2m & 3 \\ \times & \times \\ m & 2 \\ \hline 2m^2 & +6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3m \\ (+) \\ 4m \\ 7m \end{array}$$

Maka, $2m^2 + 7m + 6 = (2m + 3)(m + 2)$.

Semak jawapan dengan kaedah kembangan

CONTOH 11

Faktorkan ungkapan berikut.

(a) $-2y^2 - 9y + 5$

Penyelesaian:

(a)

$$\begin{array}{r|l} 2y & -1 \\ \times & \times \\ -y & -5 \\ \hline -2y^2 & +5 \end{array} \quad \begin{array}{l} +y \\ (+) \\ -10y \\ -9y \end{array}$$

Maka, $-2y^2 - 9y + 5 = (2y - 1)(-y - 5)$.

(b) $m^2 - 2m - 8$

(b) $m^2 - 2m - 8$

Pendaraban faktor 8:
 $1 \times (-8)$
 -2×4
 $2 \times (-4)$
 $2 + (-4) = -2$

$$\begin{array}{r|l} m & 2 \\ \times & \times \\ m & -4 \\ \hline m^2 & -8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2m \\ (+) \\ -4m \\ -2m \end{array}$$

Maka, $m^2 - 2m - 8 = (m + 2)(m - 4)$.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms031 untuk menonton video tentang pemfaktoran menggunakan kaedah pendaraban silang.



JOM FIKIR

Penyelesaian bagi $-2y^2 - 9y + 5$ boleh juga ditulis $(-2y + 1)(y + 5)$. Bincangkan.

(b) $-3x^2 - 8x - 5$

(b)

$$\begin{array}{r|l} 3x & 5 \\ \times & \times \\ -x & -1 \\ \hline -3x^2 & -5 \end{array} \quad \begin{array}{l} -5x \\ (+) \\ -3x \\ -8x \end{array}$$

Maka, $-3x^2 - 8x - 5 = (3x + 5)(-x - 1)$.

Menggunakan faktor sepunya dalam empat sebutan algebra

$$ab + ac + bd + cd = (ab + ac) + (bd + cd)$$

$$= a(b + c) + d(b + c) \leftarrow \text{Hukum Kalis Agihan}$$

$$= (b + c)(a + d)$$

CONTOH 12

Faktorkan setiap ungkapan berikut.

(a) $pq + qr + ps + rs$

Penyelesaian:

$$(a) \quad pq + qr + ps + rs$$

$$= (pq + qr) + (ps + rs)$$

$$= q(p + r) + s(p + r)$$

$$= (q + s)(p + r)$$

Gabungkan sebutan yang ada faktor sepunya di dalam satu kurungan

Faktor sepunya

(b) $2px + 6qy - 4py - 3qx$

$$(b) \quad 2px - 4py - 3qx + 6qy$$

$$= (2px - 4py) - (3qx - 6qy)$$

$$= 2p(x - 2y) - 3q(x - 2y)$$

$$= (x - 2y)(2p - 3q)$$

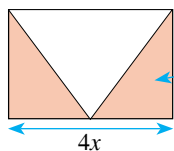
TAHUKAH ANDA ?

Pemfaktoran boleh dilakukan seperti berikut.
 $2x^2 + 7x + 3$
 $= 2x^2 + 6x + x + 3$
 $= 2x(x + 3) + (x + 3)$
 $= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$
 $= (2x + 1)(x + 3)$

2.2.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 13

Luas sebuah padang bola sepak berbentuk segi empat tepat ialah $(4x^2 + 16x)$ meter persegi. Padang itu telah ditenggelami air seperti dalam rajah di bawah. Jika lebar padang itu ialah $4x$ meter dan dua kawasan yang ditenggelami air ialah segi tiga bersudut tegak yang sama saiz, berapakah luas kawasan yang tidak ditenggelami air?



kawasan yang ditenggelami air

Penyelesaian:

Memahami masalah

Kenal pasti panjang padang

$$\text{Panjang} = \frac{\text{luas}}{\text{lebar}}$$

$$= \frac{4x^2 + 16x}{4x}$$

$$= \frac{4x(x + 4)}{4x}$$

$$= (x + 4)$$

Tentukan tapak segi tiga bersudut tegak

Tapak segi tiga bersudut tegak

$$= 4x \div 2$$

$$= 2x$$

Merancang strategi

Luas dua segi tiga bersudut tegak

$$\text{Luas} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{tapak} \times \text{tinggi} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2x \times (x + 4) \right)$$

$$= 2x^2 + 8x$$

Melaksanakan strategi

Luas kawasan yang tidak ditenggelami air = Luas padang - luas dua segi tiga bersudut tegak

$$= 4x^2 + 16x - (2x^2 + 8x)$$

$$= 4x^2 - 2x^2 + 16x - 8x$$

$$= 2x^2 + 8x$$

Membuat kesimpulan

Luas kawasan yang tidak ditenggelami air = $(2x^2 + 8x) \text{ m}^2$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan pemfaktoran.

JOM CUBA 2.2

1. Senaraikan faktor sepunya dan FSTB bagi setiap sebutan berikut.

- (a) $8y, 12y$ (b) $2b, 3b$ (c) $3w, 5w^2$
 (d) $10m^2, 15mk$ (e) $5bc, 2c^2, 3cd$ (f) $4a^2b, 8b^2c, 6bcd$

2. Faktorkan ungkapan algebra berikut.

- (a) $5e + 10$ (b) $2ab - 8a^2$ (c) $3abc + 6a^2b$
 (d) $4x - 12x^2$ (e) $ef + f^2 + fg$ (f) $2x^2 - 4xy + 6wx$

3. Faktorkan ungkapan algebra berikut.

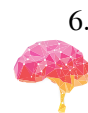
- (a) $b^2 - 81$ (b) $a^2 - b^2$ (c) $x^2 - 1$
 (d) $16y^2 - 49$ (e) $(m + 3)^2 - 16$ (f) $4(x - 1)^2 - 9$

4. Faktorkan ungkapan algebra berikut.

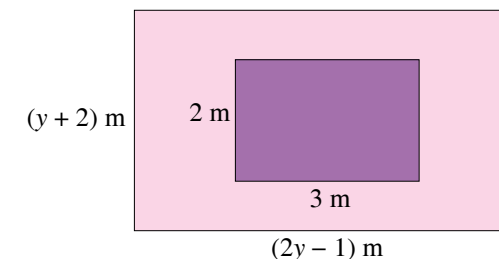
- (a) $x^2 + 9x + 14$ (b) $x^2 + 7x - 18$ (c) $x^2 - 5x - 24$
 (d) $m^2 + 11m - 26$ (e) $y^2 - 2y - 15$ (f) $k^2 - 8k + 16$
 (g) $2m^2 - 11m - 6$ (h) $9f^2 - 12f + 4$ (i) $2m^2 + 4m - 16$
 (j) $2x^2 - 5x - 7$ (k) $12y^2 + 8y - 15$ (l) $5p^2 + 6p - 8$
 (m) $-5m^2 - 6m + 8$ (n) $-3p^2 + 8p - 4$ (o) $-6x^2 - x + 15$

5. Faktorkan ungkapan algebra berikut.

- (a) $pq - qr - pw + rw$ (b) $x^2 + xy + 6x + 6y$
 (c) $3ab - 9ad + bc - 3cd$ (d) $ah + aj - bh - bj$
 (e) $jm - jn + ym - yn$ (f) $9xy - 3xz + 12py - 4pz$



6.



Lantai di sebuah bilik berbentuk segi empat tepat dan sebidang permaidani berukuran 3 meter panjang dan 2 meter lebar dibentangkan di dalam sebuah bilik.

- (a) Hitung luas lantai yang tidak ditutupi permaidani.
 (b) Felisa ingin menutupi keseluruhan lantai bilik dengan permaidani yang sama saiz. Nyatakan berapa bidang permaidani yang perlu dibeli sekiranya nilai $y = 2$.

2.3 Ungkapan Algebra dan Hukum Operasi Asas Aritmetik

Anda telah mempelajari kembangan, pemfaktoran dan penyelesaian masalah. Coba selesaikan gabungan operasi berikut yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.

2.3.1 Penambahan dan penolakan ungkapan algebra

CONTOH 14

Permudah.

(a) $2x^2 - 2(4x + 5)$

(b) $4w(w - 2) - 5$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 2x^2 - 2(4x + 5) &= 2x^2 - 8x - 10 \\ &= 2(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 4w(w - 2) - 5 &= 4w^2 - 8w - 5 \\ &= (2w - 5)(2w + 1) \end{aligned}$$

STANDAR PEMBELAJARAN

Melaksanakan penambahan dan penolakan ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.

► Menambah atau menolak pecahan algebra dengan penyebut yang sama

CONTOH 15

Permudah setiap yang berikut.

(a) $\frac{4a}{5} + \frac{3a}{5}$

(b) $\frac{y}{2x} - \frac{3y}{2x}$

(c) $\frac{x+2}{5w} - \frac{x-5}{5w}$

Penyelesaian:

(a) $\frac{4a}{5} + \frac{3a}{5}$

$$= \frac{7a}{5}$$

(b) $\frac{y}{2x} - \frac{3y}{2x}$

$$= \frac{y-3y}{2x}$$

$$= -\frac{2y}{2x}$$

$$= -\frac{y}{x}$$

Tanda negatif tidak boleh berada di bahagian penyebut

(c) $\frac{x+2}{5w} - \frac{x-5}{5w}$

$$= \frac{x+2-(x-5)}{5w}$$

$$= \frac{x+2-x+5}{5w}$$

$$= \frac{7}{5w}$$

$$(-) \times (-) = +$$

IMBAS KEMBALI

Sebelum menyelesaikan pecahan, langkah pertama ialah menyamakan penyebut.

(a) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

(b) $\frac{3y}{5} + \frac{8y}{5} = \frac{11y}{5}$

(c) $\frac{7x}{5} - \frac{x}{10}$

$$= \frac{7x \times 2}{5 \times 2} - \frac{x}{10}$$

$$= \frac{14x}{10} - \frac{x}{10}$$

$$= \frac{13x}{10}$$

(d) $\frac{4}{xy^2} - \frac{x}{y}$

$$= \frac{4}{xy^2} - \frac{x \times xy}{y \times xy}$$

$$= \frac{4}{xy^2} - \frac{x^2y}{xy^2}$$

$$= \frac{4-x^2y}{xy^2}$$

► Menambah atau menolak pecahan algebra yang penyebutnya tidak sama

Salah satu daripada penyebutnya ialah gandaan bagi penyebut yang lain

CONTOH 16

Permudah setiap ungkapan berikut.

(a) $\frac{3}{4y} - \frac{1}{2y}$

(b) $\frac{4}{rs} - \frac{2r}{s}$

Penyelesaian:

(a) $\frac{3}{4y} - \frac{1 \times 2}{2y \times 2} = \frac{3-2}{4y}$

Samakan penyebutnya

$$= \frac{1}{4y}$$

(b) $\frac{4}{rs} - \frac{2r \times r}{s \times r} = \frac{4-2r^2}{rs}$

IMBAS KEMBALI

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

Penyebut pecahan tersebut tidak mempunyai faktor sepunya

CONTOH 17

Permudah setiap ungkapan berikut.

(a) $\frac{5x}{3} - \frac{3x}{2}$

(b) $\frac{2a}{3} + \frac{b}{2c}$

Penyelesaian:

(a) $\frac{5x \times 2}{3 \times 2} - \frac{3x \times 3}{2 \times 3}$

$$= \frac{10x-9x}{6}$$

$$= \frac{x}{6}$$

(b) $\frac{2a}{3} + \frac{b}{2c}$

$$= \frac{2a \times 2c}{3 \times 2c} + \frac{b \times 3}{2c \times 3}$$

$$= \frac{4ac+3b}{6c}$$

IMBAS KEMBALI

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$$

Penyebut pecahan mempunyai faktor sepunya

CONTOH 18

Permudah setiap ungkapan berikut.

(a) $\frac{1}{4p} + \frac{4}{6p}$

(b) $\frac{m}{4r} - \frac{5m}{14rs}$

Penyelesaian:

(a) $\frac{1}{4p} + \frac{4}{6p} = \frac{1 \times 3}{4p \times 3} + \frac{4 \times 2}{6p \times 2}$

$$= \frac{3}{12p} + \frac{8}{12p}$$

$$= \frac{11}{12p}$$

$$\begin{array}{l} 2p \mid 4p, 6p \\ \quad 2, 3 \\ \hline \text{GSTK} = 2p \times 2 \times 3 \\ \quad = 12p \end{array}$$

(b) $\frac{m}{4r} - \frac{5m}{14rs} = \frac{m \times 7s}{4r \times 7s} - \frac{5m \times 2}{14rs \times 2}$

$$= \frac{7ms-10m}{28rs}$$

$$\begin{array}{l} 2r \mid 4r, 14rs \\ \quad 2, 7s \\ \hline \text{GSTK} = 2r \times 2 \times 7s \\ \quad = 28rs \end{array}$$

IMBAS KEMBALI

Gandaan Sepunya Terkecil (GSTK)

2.3.2 Pendaraban dan pembahagian ungkapan algebra

Untuk mendarab dan membahagi ungkapan algebra, anda perlu memfaktorkan ungkapan tersebut, kemudian memansuhkannya sekiranya terdapat faktor sepunya pada pengangka dan penyebutnya. Misalnya,

$$(2p + 4) \div (p^2 - 4) \text{ boleh ditulis sebagai } \frac{2p + 4}{p^2 - 4}$$

$$\frac{2p + 4}{p^2 - 4} = \frac{2(p + 2)}{p^2 - 2^2} \quad \text{Faktorkan pengangka}$$

$$= \frac{2(\cancel{p+2})}{(\cancel{p+2})(p-2)} \quad \text{Permudah ungkapan atau sebutan yang sama jika ada}$$

$$= \frac{2}{p-2}$$

Proses ini memerlukan kemahiran pemfaktoran yang telah anda pelajari.

CONTOH 19

Permudah.

$$(a) \frac{a^2 - 1}{2ab} \times \frac{b^2}{1 + a}$$

$$(b) \frac{(h + k)^2}{2k - h} \times \frac{6k - 3h}{h^2 - k^2}$$

$$(c) \frac{5a}{a + 2b} \div \frac{2ab}{3a + 6b}$$

$$(d) \frac{a^2 - b}{10a - 5b} \div \frac{(a - b)^2}{8a - 4b}$$

Penyelesaian:

$$(a) \frac{a^2 - 1}{2ab} \times \frac{b^2}{(1 + a)}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{2ab} \times \frac{b(b)}{(1+a)}$$

$$= \frac{b(a-1)}{2a} \quad \text{Permudah ungkapan yang sama}$$

$$(b) \frac{(h + k)^2}{2k - h} \times \frac{6k - 3h}{h^2 - k^2} \quad \text{Faktorkan}$$

$$= \frac{(h+k)(h+k)}{2k-h} \times \frac{3(2k-h)}{(h+k)(h-k)}$$

$$= \frac{3(h+k)}{h-k} \quad \text{Permudah ungkapan yang sama}$$

$$(c) \frac{5a}{a + 2b} \div \frac{2ab}{3a + 6b}$$

$$= \frac{5a}{(a+2b)} \times \frac{3(a+2b)}{2ab}$$

$$= \frac{15}{2b} \quad \text{Permudah ungkapan yang sama}$$

$$(d) \frac{a^2 - b^2}{10a - 5b} \div \frac{(a - b)^2}{8a - 4b}$$

$$= \frac{(a+b)(a-b)}{5(2a-b)} \times \frac{4(2a-b)}{1(a-b)(a-b)}$$

$$= \frac{4(a+b)}{5(a-b)} \quad \text{Permudah ungkapan yang sama}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan pendaraban dan pembahagian ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.

IMBAS KEMBALI

$$\frac{1m}{1mn} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{2s^2}{8sp} = \frac{2(s)(s)}{8(s)(p)} = \frac{s}{4p}$$

IMBAS KEMBALI

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

TIP

$$a + 1 = 1 + a$$

$$a - b = -(b - a)$$

$$(p - q)^2 = (q - p)^2$$

IMBAS KEMBALI

$$\frac{1}{x} \div \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \times \frac{x}{1} = 1$$

Salingan $\frac{1}{x}$ adalah $x \div 1$ dan tukarkan operasi \div kepada \times

TIP

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

2.3.3 Gabungan operasi ungkapan algebra

CONTOH 20

Selesaikan gabungan operasi berikut.

$$(a) \frac{2}{5b}(15a + 25b) + \frac{a}{b}$$

$$(b) \frac{9k^2 - 12k + 4}{(3k + 2)(3k - 2)}$$

$$(c) \frac{12m - 18m^2}{4n^2 - 16n} \times \frac{n}{m}$$

$$(d) \frac{a - b}{3a + b} \div \frac{(a - b)^2}{6a + 2b}$$

Penyelesaian:

$$(a) \frac{2}{5b}(15a + 25b) + \frac{a}{b} = \frac{2}{5b} \times 5(3a + 5b) + \frac{a}{b} = \frac{2(3a + 5b)}{b} + \frac{a}{b} = \frac{6a + 10b}{b} + \frac{a}{b} = \frac{7a + 10b}{b}$$

$$(b) \frac{9k^2 - 12k + 4}{(3k + 2)(3k - 2)} = \frac{(3k - 2)(3k - 2)}{(3k + 2)(3k - 2)} = \frac{3k - 2}{3k + 2}$$

$$(c) \frac{12m - 18m^2}{4n^2 - 16n} \times \frac{n}{m} = \frac{6m(2 - 3m)}{4n(n - 4)} \times \frac{n}{m} = \frac{3(2 - 3m)}{2(n - 4)}$$

$$(d) \frac{a - b}{3a + b} \div \frac{(a - b)^2}{6a + 2b} = \frac{a - b}{3a + b} \times \frac{6a + 2b}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)}{(3a + b)} \times \frac{2(3a + b)}{(a - b)(a - b)} = \frac{2}{a - b}$$

JOM CUBA 2.3

1. Permudah setiap yang berikut.

$$(a) 4(b - 1)^2 - 9$$

$$(b) (m + 3)^2 - 16$$

$$(c) (p - 5)^2 - 49$$

$$(d) 7x(x - 1) - 3$$

$$(e) (2c - 1)^2 + 2(4 + c)$$

2. Permudah setiap yang berikut.

$$(a) \frac{3y}{5} + \frac{3y}{5}$$

$$(b) \frac{3m + 2n}{m - 2n} - \frac{m - 5n}{m - 2n}$$

$$(c) \frac{4r - 3s}{2r + 3s} - \frac{3r - 4s}{2r + 3s}$$

3. Permudah setiap yang berikut.

$$(a) \frac{5}{p} - \frac{2}{p^2}$$

$$(b) \frac{2s}{3} - \frac{4s}{9}$$

$$(c) \frac{3}{x + y} - \frac{3z}{4(x + y)}$$

4. Permudah setiap yang berikut.

$$(a) \frac{3u}{4} + \frac{5v}{3}$$

$$(b) \frac{1}{6s} - \frac{2}{5t}$$

$$(c) \frac{2}{r - 2} + \frac{4}{3s}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan gabungan operasi ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.

PERHATIAN

Pemfaktoran dua, tiga dan empat sebutan:

Dua sebutan

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Contoh:
 $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

Tiga sebutan

Faktor dalam dua kurungan
() ()

Contoh:
 $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$

Empat sebutan

$$6xy + 2y + 9x + 3$$

Contoh:
 $(6xy + 2y) + (9x + 3) = 2y(3x + 1) + 3(3x + 1) = (2y + 3)(3x + 1)$

5. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{m}{9} + \frac{n}{12}$ (b) $\frac{3}{3mn} + \frac{n}{6m^2}$ (c) $\frac{4}{d^2g} + \frac{3}{5dg}$

6. Permudah.
 (a) $\frac{x^2 - x}{xy}$ (b) $\frac{6a + 15}{12}$ (c) $\frac{m + n}{m^2 - n^2}$ (d) $\frac{2k - 1}{4k^2 - 1}$ (e) $\frac{c^2 - 9}{2c + 6}$

7. Permudah.

(a) $\frac{2}{a-3} \times \frac{3}{3+a}$ (b) $\frac{h}{k-2} \times \frac{y}{h+3}$

(c) $\frac{3m}{(m-n)} \times \frac{2mn}{(n-2m)}$ (d) $\frac{2r}{s-2} \times \frac{s-4}{r+5}$

8. Permudah.

(a) $\frac{m}{x+2} \times \frac{2(x+2)}{m^2(x-a)}$ (b) $\frac{2r^2}{rs-s^2} \times \frac{5r-5s}{2r-4r^2}$

(c) $\frac{x}{x+2} \times \frac{x^2+5x+6}{5x^2}$ (d) $\frac{e+2f}{5e-2f} \times \frac{4f^2-10ef}{3e^2-9ef}$

9. Permudah.

(a) $\frac{5a}{2a+3} \div \frac{3b}{a+b}$ (b) $\frac{4}{n-3} \div \frac{8a}{3n-9}$

(c) $\frac{6y^2}{x^2+xy} \div \frac{18xy}{x+y}$ (d) $\frac{f-1}{eg+2e} \div \frac{fg-g}{g+2}$

10. Selesaikan gabungan operasi berikut.

(a) $\frac{x^2+x}{x^2-y^2} \times \frac{xy-y^2}{x+y}$ (b) $\frac{4p^2-1}{p^2-1} \times \frac{pq+q}{4p-2}$

(c) $\frac{pq-pr}{r^2-1} \div \frac{q^2-r^2}{r^2+r}$ (d) $\frac{st+tu}{4t^2-1} \div \frac{s^2-u^2}{4t^2+4t+1}$

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Kembangkan setiap ungkapan berikut.

(a) $\frac{1}{2}(6a+12b)$ (b) $(n+2)(n-5)$ (c) $(a+2b)^2$

(d) $(4x-y)^2$ (e) $\left(2v - \frac{1}{3w}\right)\left(3v + \frac{2}{3w}\right)$ (f) $(h-k)^2 - 4h(2k-3h)$

2. Faktorkan setiap ungkapan berikut.

(a) $12m - 18m^2$ (b) $y^2 - 81$ (c) $4ab - 8a^2b$

(d) $x^2 - 16y^2$ (e) $(s-3)^2 - 1$ (f) $x^2 + 4x + 3$

(g) $x^2 + 2x - 15$ (h) $x^2 + 6x + 8$ (i) $6cd - 2ce - 3bd + be$

3. Permudahkan setiap ungkapan berikut.

(a) $\frac{a+2}{4v} + \frac{a-b}{2v}$ (b) $\frac{3e}{5ab} - \frac{5d}{4c}$ (c) $\frac{4}{f^2g} - \frac{3}{5fg}$

(d) $\frac{n+2}{m^2} + \frac{n}{mp}$ (e) $\frac{5x}{8yz} + \frac{y-1}{12xz}$ (f) $\frac{rs}{4y} + \frac{2-r}{18yz}$

4. Nenek mempunyai sekeping coklat berukuran $(k^2 - 16)$ cm panjang dan dia ingin membahagikannya kepada cucunya seramai $(k - 4)$ orang. Berapakah ukuran panjang coklat yang akan diterima oleh setiap cucunya?



5. Gurdip dan Jumrang ialah pekerja sambilan di sebuah kedai runcit. Gurdip mendapat bayaran gaji RM3 per jam lebih murah daripada dua kali gaji Jumrang. Katakan gaji Jumrang ialah RM x per jam, hitung jumlah gaji bagi $(x + 2)$ jam gaji Gurdip dan $(2x + 3)$ jam gaji Jumrang. Tulis dalam bentuk ungkapan algebra.



6. Luas sebidang tanah untuk membuat parkir kereta di sebuah pasar raya ialah $25(x^2 - 8x + 16)$ meter persegi.

- (i) Jika luas seunit tapak parkir kereta ialah $(x - 4)^2$ meter persegi, berapa buahkah kereta yang dapat diparkirkan di tempat tersebut?
- (ii) 4 unit tapak parkir telah ditempah oleh pemilik pasar raya tersebut. Berapakah unit tapak parkir yang tinggal?



7. Khairul ingin menampal dindingnya dengan kertas hiasan dinding. Dindingnya berukuran $(x + 5)$ meter panjang dan $(3x - 2)$ meter lebar.

- (i) Berapakah luas kawasan dinding yang akan ditampal dengan kertas hiasan dinding sekiranya ukuran pintu ialah $(x - 1)$ meter panjang dan x meter lebar?
- (ii) Sekiranya harga kertas hiasan dinding tersebut ialah RM $8x$ per meter persegi, berapakah jumlah wang yang perlu dibayar oleh Khairul?



8. Swee Lee sepatutnya dapat menyiapkan $(28 + 16x)$ bilangan soalan matematik dalam masa 4 jam.

- (i) Berapakah bilangan soalan yang dapat disiapkan dalam masa 30 minit?
- (ii) Sekiranya Swee Lee hanya dapat menyiapkan $(14 + 8x)$ bilangan soalan tersebut, berapa lamakah masa yang diambilnya?

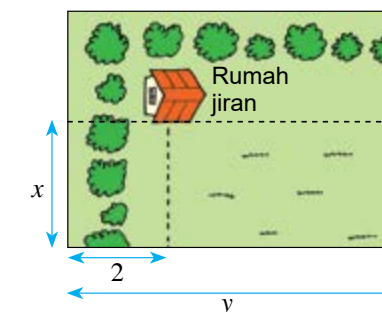


9. Azimah membuat seloyang kuih lapis berbentuk segi empat tepat berukuran $(3x + 2)$ cm panjang dan $(x + 2)$ cm lebar. Dia memotong kuih lapis tersebut kepada 6 bahagian panjang dan 3 bahagian lebar. Hitung luas sepotong kuih lapis tersebut dalam bentuk ungkapan algebra.



10. Encik Hanapi ingin mendirikan sebuah banglo satu tingkat di sebidang tanah berukuran x meter lebar dan y meter panjang. Dia perlu menyediakan 2 meter rizab jalan untuk jirannya.

- (i) Berapakah luas tanah Encik Hanapi yang asal?
- (ii) Berapakah perbezaan luas tanah yang asal dengan luas tanah selepas ditolak rizab jalan?
- (iii) Sekiranya harga tanah ialah RM18 per meter persegi, berapakah harga keseluruhan tanah Encik Hanapi?



INTI PATI BAB

Pemfaktoran dan Pecahan Algebra

Kembangan

Pendaraban suatu ungkapan dengan suatu sebutan lain atau ungkapan algebra yang lain.

- $a(x + y) = ax + ay$
- $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$
- $b(c + d) = bc + bd$
- $(b + c)(d + e) = bd + be + cd + ce$
- $(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$
- $(b - c)^2 = b^2 - 2bc + c^2$
- $(b + c)(b - c) = b^2 - c^2$

Pemfaktoran

Proses menulis suatu ungkapan algebra sebagai hasil darab dua atau lebih sebutan atau ungkapan algebra. Pemfaktoran ialah songsangan kepada kembangan.

- $2a - a^2 = a(2 - a)$
- $a^2 + 4a + 3 = (a + 1)(a + 3)$
- $a^2 - 7a + 10 = (a - 5)(a - 2)$
- $a^2 - 36 = (a^2 - 6^2) = (a - 6)(a + 6)$
- $ab + ac + bd + cd = (b + c)(a + d)$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Penambahan dan Penolakan

Sebelum menambah atau menolak dua pecahan algebra, semak penyebutnya dahulu. Jika penyebutnya tidak sama, anda perlulah samakannya.

- $\frac{a}{4} + \frac{b}{4} = \frac{a + b}{4}$
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b + a}{ab}$
- $\frac{1}{2a} - \frac{1}{ab} = \frac{1 \times b}{2a \times b} - \frac{1 \times 2}{ab \times 2} = \frac{b - 2}{2ab}$

Pendaraban dan Pembahagian

Laksanakan pemfaktoran kepada ungkapan jika perlu, sebelum pembahagian atau pendaraban dilakukan.

$$\frac{m + n}{x - y} \div \frac{(m + n)^2}{x^2 - y^2} = \frac{\cancel{m+n}^1}{x-y} \times \frac{(x+y)\cancel{(x-y)}^1}{(\cancel{m+n}^1)(m+n)} = \frac{x+y}{m+n}$$

REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



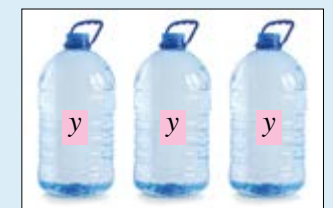
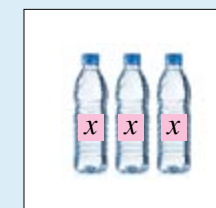
1. Menerangkan maksud kembangan dua ungkapan algebra.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Melaksanakan kembangan dua ungkapan algebra.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Mempermudah ungkapan algebra yang melibatkan gabungan operasi termasuk kembangan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menyelesaikan masalah yang melibatkan kembangan dua ungkapan algebra.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menghubungkan pendaraban ungkapan algebra dengan konsep faktor dan pemfaktoran, dan seterusnya menyenaraikan faktor bagi hasil darab ungkapan algebra tersebut.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Memfaktorkan ungkapan algebra dengan pelbagai kaedah.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menyelesaikan masalah yang melibatkan pemfaktoran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Melaksanakan penambahan dan penolakan ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9. Melaksanakan pendaraban dan pembahagian ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10. Melaksanakan gabungan operasi ungkapan algebra yang melibatkan kembangan dan pemfaktoran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Tajuk: Berapakah sukatan sebaldi air ini?

Bahan: Sebaldi air (dilabel z), beberapa botol mineral kecil (dilabel x), beberapa botol mineral besar (dilabel y) dan corong

Setiap kumpulan diberi beberapa botol mineral yang kosong (berbeza saiz) dan corong. Murid diminta menuangkan air tersebut ke dalam botol kosong. Tulis hubungan algebra tentang sukatan air tersebut. Bentangkan hasil jawapan setiap kumpulan. Adakah sukatan setiap kumpulan sama? Dapatkah anda menentukan isi padu air?



BAB 3

Rumus Algebra

ANDA AKAN MEMPELAJARI



3.1 Rumus Algebra

RANGKAI KATA

- Rumus algebra
- Pemboleh ubah
- Pekali
- Perkara rumus
- Algebraic formula
- Variable
- Coefficient
- Subject of formula

Sebuah kedai borong menjual pakaian dengan harga RM y . Pada musim perayaan, kedai borong tersebut memberikan diskaun kepada jumlah pembelian pakaian seperti yang berikut.



Sebagai seorang pengatur cara komputer, anda diminta untuk membangunkan satu atur cara yang mengandungi rumus pengiraan harga jualan pakaian tersebut.



Al-Khwarizmi memperkenalkan nombor negatif dan perpuluhan. Beliau juga mengasaskan satu pengaturcaraan matematik menggunakan satu set arahan untuk menyelesaikan suatu pengiraan yang kompleks.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms043

MASLAHAT BAB INI

- Rumus algebra diaplikasi oleh jurutera, ahli statistik, ahli matematik dan ahli astronomi dalam melaksanakan urusan kerjaya mereka.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengetahui rumus

Bahan: Kalendar persekolahan

Langkah:

1. Murid melakukan aktiviti ini secara berpasangan.
2. Hitung jumlah wang yang dapat disimpan daripada situasi berikut (anggap pengiraan bermula dari 1 hari bulan hingga hari terakhir setiap bulan).

Situasi 1

Badrul seorang murid tingkatan 2 yang suka menabung. Dia menerima wang saku sebanyak RM5 dan berbelanja sebanyak RM4.50 secara tetap pada setiap hari persekolahan. Berapakah jumlah wang simpanan Badrul pada bulan Januari?

Situasi 2

Sedthu mengumpul wang sebanyak RM15 setiap bulan. Jika dia menerima wang saku sebanyak RM10 sehari, hitung perbelanjaan Sedthu dalam sehari pada bulan April.

3. Nyatakan kaedah menghitung wang simpanan.

Daripada dua situasi di atas, anda perlu menulis persamaan yang menghubungkan nilai wang saku, nilai wang belanja dan bilangan hari dengan operasi tambah dan darab untuk mendapatkan nilai wang simpanan. Wang saku, wang belanja dan bilangan hari ialah pemboleh ubah. Anda boleh menentukan jumlah wang simpanan dengan mengubah nilai pemboleh ubah tersebut.

3.1 Rumus Algebra

Ungkapan algebra ialah gabungan dua atau lebih sebutan algebra menggunakan operasi tambah, tolak, darab atau bahagi. Rumus algebra ialah ungkapan algebra yang ditulis dalam bentuk persamaan.

3.1.1 Membentuk rumus

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Membentuk rumus algebra

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Murid melakukan aktiviti ini secara berkumpulan.

Sebuah kelab kebudayaan akan membuat persembahan pada malam kebudayaan peringkat sekolah. Jadual di sebelah menunjukkan bilangan penari mengikut jenis tarian dan bangsa yang diwakili oleh satu abjad seperti dalam jadual berikut.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membentuk rumus berdasarkan suatu situasi.

Jenis tarian	Bangsa		
	Melayu	Cina	India
Sumazau	a	$2c$	$2a$
Kuda Kepang	$2b$	b	$5b$
Singa	$2c$	$3a$	c

Abjad a , b dan c dikenali sebagai pemboleh ubah.

2. Terbitkan rumus untuk setiap perkara rumus yang berikut.
 - (a) s , bilangan penari berbangsa Cina.
 - (b) d , bilangan penari tarian Kuda Kepang.
 - (c) w , bilangan penari India dan Melayu.

Perbincangan:

- (i) Perbezaan rumus di antara kumpulan di dalam kelas anda.
- (ii) Kesimpulan daripada aktiviti di atas.

Rumus yang diterbitkan $s = 2c + b + 3a$, $d = 8b$, $w = 3a + 7b + 3c$. Daripada aktiviti di atas, rumus dibentuk dengan menghubungkan beberapa pemboleh ubah.

CONTOH 1

Suzi menjual dua jenis kek pada harga yang berlainan. Kek coklat dijual pada harga RM3 sepotong manakala kek keju dijual pada harga dua kali ganda harga kek coklat. Sempena pembukaan cawangan baru, dia memberikan diskaun 10% untuk semua harga kek. Terbitkan rumus pengiraan harga jualan kek, jika m potong kek coklat dan n potong kek keju berjaya dijual.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Harga kek keju} &= 2 \text{ kali ganda kek coklat} \\ &= 2 \times \text{RM3} \\ &= \text{RM6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Harga jualan, } z &= [(\text{bilangan kek coklat} \times \text{harga}) + (\text{bilangan kek keju} \times \text{harga})] \times \text{diskaun} \\ &= [(m \times \text{RM3}) + (n \times \text{RM6})] \times (100\% - 10\%) \\ &= (\text{RM}3m + \text{RM}6n) \times 90\% \\ &= (3m + 6n) \times 0.9 \end{aligned}$$

dengan, z = harga jualan

m = bilangan kek coklat

n = bilangan kek keju

$$\begin{aligned} \text{Rumus algebra; } z &= 0.9(3m + 6n) \\ &= 2.7m + 5.4n \end{aligned}$$

TAHUKAH ANDA ?

Tarian Sumazau ialah tarian tradisi suku kaum Kadazan Dusun di Sabah. Tarian Sumazau dipersembahkan pada Tadau Kaamatan yang disambut pada setiap bulan Mei.



<http://www.jkkn.gov.my/pemetaanbudaya/>

TIP

Dalam aktiviti di sebelah, s , d dan w ialah perkara rumus dan boleh ditulis di sebelah kiri atau kanan.

TIP

Pemboleh ubah dalam sesuatu rumus boleh diwakili dengan huruf a hingga z (dalam contoh 1, m dan n mewakili pemboleh ubah). z dalam rumus di sebelah dikenali sebagai perkara rumus.

JOM FIKIR

Adakah persamaan ini digelar rumus?

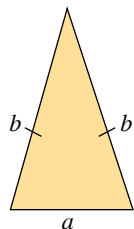
(i) $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

(ii) $\frac{p}{a} + \frac{q}{a} = \frac{b}{a}$

Bincangkan.

3.1.2 Menukar perkara rumus

Pemboleh ubah boleh diungkapkan menjadi perkara rumus suatu rumus algebra. Begitu juga perkara rumus boleh menjadi pemboleh ubah rumus algebra tersebut.



Perimeter, P bagi sebuah segi tiga sama kaki boleh diungkapkan dalam sebutan a dan b sebagai $P = a + 2b$

Perkara rumus bagi persamaan di atas boleh ditukar seperti berikut.

(i) $a = P - 2b$ (ii) $b = \frac{P-a}{2}$

CONTOH 2

Ungkapkan m sebagai perkara rumus.

(a) $q = m + p$ (b) $b = 2s - m$
 (c) $a = \frac{5}{2m}$ (d) $t = \frac{m-n}{-3}$

Penyelesaian:

(a) $m + p = q$
 $m + p - p = q - p$
 Maka, $m = q - p$
 m diungkapkan dalam sebutan p dan q

(b) $2s - m = b$
 $2s - 2s - m = b - 2s$
 $-m = b - 2s$
 $\frac{1}{-1} \times (-m) = \frac{1}{-1} (b - 2s)$
 $m = -b + 2s$
 Maka, $m = 2s - b$
 m diungkapkan dalam sebutan b dan s

(c) $a = \frac{5}{2m}$
 $a \times 2m = \frac{5}{2m} \times 2m$
 $2am = 5$
 $\frac{2am}{2a} = \frac{5}{2a}$
 Maka, $m = \frac{5}{2a}$
 m diungkapkan dalam sebutan a

(d) $\frac{m-n}{-3} = t$
 $\frac{m-n}{1} \times \frac{1}{-3} = t \times (-3)$
 $m-n = -3t$
 $m-n+n = -3t+n$
 $m = -3t+n$
 Maka, $m = n - 3t$
 m diungkapkan dalam sebutan n dan t

STANDARD PEMBELAJARAN

Menukar perkara rumus bagi suatu persamaan algebra.

TIP

Pekali bagi perkara rumus mesti bernilai 1.

IMBAS KEMBALI

$1 \times p = p$
 $-1 \times p = -p$
 $0 \times p = 0$
 $\frac{1}{3} \times p = \frac{p}{3}$
 $-\frac{1}{3} \times p = -\frac{p}{3}$

TIP

Perkara rumus sebaiknya ditulis di sebelah kiri persamaan.

IMBAS KEMBALI

Anda telah belajar menyelesaikan persamaan linear dengan tiga kaedah berikut.

- (a) Kaedah cuba jaya
- (b) Aplikasi konsep kesamaan
- (c) Kaedah pematahbalikan

m diungkapkan dalam sebutan n dan t

CONTOH 3

Ungkapkan p sebagai perkara rumus.

(a) $q = \sqrt{p}$ (b) $s = p^2$
 (c) $w = \sqrt{\frac{p}{3}}$ (d) $t = \frac{1}{p^2}$

Penyelesaian:

(a) $\sqrt{p} = q$
 $(\sqrt{p})^2 = (q)^2$ Kedua-dua belah persamaan dikuasadrakan
 $p = q^2$

(c) $\sqrt{\frac{p}{3}} = w$
 $(\sqrt{\frac{p}{3}})^2 = w^2$
 $\frac{p}{3} = w^2$
 $\frac{p}{3} \times 3 = w^2 \times 3$
 $p = 3w^2$

(d) $t = \frac{1}{p^2}$
 $t \times p^2 = \frac{1}{p^2} \times p^2$
 $tp^2 = 1$
 $p^2 = \frac{1}{t}$
 $p = \sqrt{\frac{1}{t}}$

TIP

$(\sqrt{a^2})^2 = a^2$
 $\sqrt{a^2} = a$

PERHATIAN

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
 $(\sqrt{x})^2 = (x^{\frac{1}{2}})^2$
 $= x^{\frac{1}{2} \times 2}$
 $= x$

PERHATIAN

Salingan
 $\frac{1}{x} = a, x = \frac{1}{a}$

Kuasa dua
 $(\sqrt{x})^2 = a^2, x = a^2$

Punca kuasa dua
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{a}, x = \pm\sqrt{a}$

3.1.3 Menentukan nilai pemboleh ubah

Nilai bagi satu perkara rumus boleh diperoleh apabila semua nilai pemboleh ubah diberikan. Sebaliknya, nilai suatu pemboleh ubah boleh diperoleh apabila nilai perkara rumus dan pemboleh ubah lain diberikan.

CONTOH 4

Diberi $w = 7t - 5u$, hitung nilai berikut

- (a) nilai w apabila $t = 3$ dan $u = -2$
- (b) nilai t apabila $w = 15$ dan $u = 4$

Penyelesaian:

(a) Gantikan $t = 3$ dan $u = -2$ ke dalam rumus.
 $w = 7(3) - 5(-2)$
 $= 21 + 10$
 $= 31$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan nilai suatu pemboleh ubah apabila nilai pemboleh ubah lain diberikan.

IMBAS KEMBALI

$-a + a = 0$
 $-a - a = -2a$
 $-a \times a = -a^2$
 $(-a) \times (-a) = a^2$
 $-a \div a = -1$
 $(-a) \div (-a) = 1$

(b) Gantikan $w = 15$ dan $u = 4$ ke dalam rumus.

$$7t - 5u = w$$

$$7t - 5(4) = 15$$

$$7t = 15 + 20$$

$$t = \frac{35}{7}$$

$$t = 5$$

CONTOH 5

Diberi $m = \frac{1}{4}(p - q)^2$, hitung nilai q jika diberi $m = 16$ dan $p = 3$.

Penyelesaian:

$$m \times 4 = \frac{1}{4}(p - q)^2 \times 4$$

$$4m = (p - q)^2$$

$$\sqrt{4m} = \sqrt{(p - q)^2}$$

← Kedua-dua belah persamaan dipuncakuasaduakan

$$p - q = \sqrt{4m}$$

$$-q = \sqrt{4m} - p$$

$$(-q) \times \frac{1}{-1} = (\sqrt{4m} - p) \times \frac{1}{-1}$$

← Kedua-dua belah persamaan didarab $\frac{1}{-1}$

$$q = -\sqrt{4m} + p$$

$$q = p - \sqrt{4m}$$

$$q = 3 - \sqrt{4(16)}$$

← Gantikan $m = 16$ dan $p = 3$

$$q = 3 - 8$$

$$q = -5$$

3.1.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 6

Harga seketul ayam goreng di kantin sekolah ialah dua kali ganda harga sebungkus roti. Dengan wang sebanyak RM5, Azman membeli dua bungkus roti dan seketul ayam. Baki perbelanjaan tersebut ialah RM1 dan disimpan. Jika Azman membawa RM12, berapa ketul ayam goreng yang dapat dibeli dengan jumlah bilangan roti yang sama?

IMBAS KEMBALI

Rumus Algebra

Pemboleh ubah
Pemboleh ubah ialah kuantiti yang nilainya belum dikenal pasti atau boleh berubah.

Pemalar
Pemalar ialah kuantiti yang nilainya tetap.

Rumus Algebra
Rumus algebra ialah persamaan yang menghubungkan beberapa pemboleh ubah.

Perkara Rumus
Perkara rumus ialah pemboleh ubah bersandar yang diungkapkan dalam sebutan pemboleh ubah tak bersandar bagi suatu rumus. Perkara rumus sentiasa mempunyai pekali 1. Penentuan perkara rumus melibatkan (a) satu daripada operasi asas matematik. (b) kuasa atau punca kuasa. (c) gabungan operasi asas dan kuasa atau punca kuasa.

TIP

Kaedah alternatif
Gantikan $m = 16$ dan $p = 3$

$$16 = \frac{1}{4}(3 - q)^2$$

$$64 = (3 - q)^2$$

$$\sqrt{64} = (3 - q)$$

$$8 = 3 - q$$

$$q = 3 - 8$$

$$q = -5$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan rumus.

Penyelesaian:

Memahami masalah

Bilangan ayam goreng yang boleh dibeli oleh Azman dengan wang sebanyak RM12.

Merancang strategi

Menentukan harga sebungkus roti
(a) Wakilkan harga roti dan ayam dengan huruf x .

$$\text{Harga roti} = \text{RM } x$$

$$\text{Harga ayam} = \text{RM } 2x$$

(b) Jumlah harga roti + Jumlah harga ayam + RM1 = Jumlah belanja

$$2(\text{RM}x) + \text{RM}2x + \text{RM}1 = \text{RM}5$$

$$2x + 2x + 1 = 5$$

$$4x + 1 = 5$$

$$x = \frac{5 - 1}{4}$$

$$= 1$$

Maka, harga sebungkus roti ialah RM1 dan harga seketul ayam ialah RM2.

Membuat kesimpulan

Azman dapat membeli 5 ketul ayam goreng.

Melaksanakan strategi

(a) Wakilkan bilangan ayam goreng dengan huruf y .

(b) Jumlah harga roti + Jumlah harga ayam = RM12

$$(\text{RM}1 \times 2) + (\text{RM}2 \times y) = \text{RM}12$$

$$2 + 2y = 12$$

$$y = \frac{12 - 2}{2}$$

$$= 5$$

JOM CUBA 3.1

- Ungkapkan huruf dalam kurungan sebagai perkara rumus.

(a) $z = m - qp$	[m]	(b) $v = u + 2$	[u]
(c) $3y = \frac{7w}{x}$	[x]	(d) $3a = \frac{4}{5 + b}$	[b]
(e) $5q = \frac{3}{u} - 5$	[u]	(f) $2w = -4 + \frac{5}{v}$	[v]
(g) $2a = \sqrt{3b} + 5$	[b]	(h) $(-5t)^2 = \frac{25w^2}{36}$	[w]
(i) $(-3m)^2 = 4p - 8$	[m]	(j) $\sqrt{(9r^2)} = 4s - 7$	[r]
- Harga sehelai kemeja ialah RM35, manakala harga sehelai seluar ialah RM45. Diskaun sebanyak 15% diberikan pada harga sehelai kemeja, manakala diskaun sebanyak 10% diberikan pada harga sehelai seluar. Tulis rumus jualan, z , jika Syamsul ingin membeli x helai kemeja dan y helai seluar.

3. Selesaikan yang berikut.

- (a) Diberi $c = 4d + 8$, hitung
 (i) nilai c apabila $d = 2$
 (ii) nilai d apabila $c = 10$
- (b) Diberi $4p = 18 - 5q$, hitung
 (i) nilai p apabila $q = 2$
 (ii) nilai q apabila $p = 2$
- (c) Diberi $\frac{1}{3}m = \frac{2}{3}n + 8$, hitung
 (i) nilai m apabila $n = -15$
 (ii) nilai n apabila $m = 30$
- (d) Diberi $\sqrt{4m} = \frac{n^2 - 5}{2}$, hitung
 (i) nilai n apabila $m = 4$
 (ii) nilai m apabila $n = 2$
- (e) Diberi $3u = 4r + s$, hitung
 (i) nilai u apabila $r = 5$ dan $s = -2$
 (ii) nilai r apabila $u = 3$ dan $s = 3$
 (iii) nilai s apabila $u = 2$ dan $r = \frac{1}{2}$
- (f) Diberi $\frac{3}{5}p = \frac{2}{3}q - \frac{1}{4}r$, hitung
 (i) nilai p apabila $q = 3$ dan $r = 8$
 (ii) nilai q apabila $r = -12$ dan $p = 10$
 (iii) nilai r apabila $p = -15$ dan $q = -15$
- (g) Diberi $\sqrt{3a} = 9b - 4c$, hitung
 (i) nilai a apabila $b = \frac{1}{3}$ dan $c = \frac{1}{2}$
 (ii) nilai b apabila $c = 3$ dan $a = 12$
 (iii) nilai c apabila $a = 3$ dan $b = 3$
- (h) Diberi $1\frac{1}{2}s = \frac{3}{5}t^2 + \frac{1}{3}u^2$, hitung
 (i) nilai s apabila $t = -5$ dan $u = 3$
 (ii) nilai t apabila $u = -6$ dan $s = 28$
 (iii) nilai u apabila $s = \frac{4}{6}$ dan $t = \frac{5}{6}$

4. Tulis rumus algebra berdasarkan situasi berikut.

- (a) Jumlah harga, RM z yang perlu dibayar oleh seorang pembeli yang membeli x buah buku kerja dan y kotak set geometri. Setiap buku kerja dan set geometri masing-masing berharga RM5.90 dan RM3.60.
- (b) Dalam suatu jamuan kelas, seorang guru membeli p karton minuman tin untuk diagihkan kepada q orang murid. Daripada sejumlah minuman tin tersebut, tujuh tin dikeluarkan untuk dibahagi kepada guru mata pelajaran. Jika satu karton mengandungi 24 tin minuman, hitung bilangan tin minuman yang diterima oleh setiap murid, b dalam sebutan p dan q .
- (c) Kasut A dijual dengan harga RM35 sepasang, manakala kasut B berharga RM76 sepasang. Kedai Kasut Cantik menawarkan diskaun sebanyak 15% untuk pembelian dua pasang kasut. Kasut A dan kasut B boleh dicampur bilangannya. Mei Ling membeli m pasang kasut A dan n pasang kasut B. Hitung harga yang perlu dibayar, P dalam sebutan m dan n .
- (d) Sebuah kereta mampu bergerak sejauh 10 km dengan isian petrol sebanyak 1 liter. Ungkapkan kos petrol, RM x yang perlu diisi untuk perjalanan sejauh s km jika satu liter petrol berharga RM t .

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Tulis rumus algebra daripada situasi berikut.

- (a) A mewakili luas, manakala x mewakili panjang sisi sebuah segi empat sama. Tulis rumus yang menghubungkan A dengan x .

- (b) Bayaran sewa sebuah gelanggang sepak takraw ialah RM5 bagi satu jam yang pertama. Bayaran bagi setiap jam yang berikutnya ialah RM3. Tulis rumus yang menghubungkan jumlah bayaran, p dan jam yang disewa, h .
- (c) Pecutan, a ialah perbezaan antara laju akhir, v_2 dan laju awal, v_1 yang dibahagikan dengan masa, t . Tulis hubungan antara a , v_2 , v_1 dan t .

2. Ungkapkan huruf dalam kurungan sebagai perkara rumus.

- (a) $m = -3q + p$ [q] (b) $x = -p - w$ [w]
 (c) $2e = 4g + 3h$ [g] (d) $\frac{3}{4}m - 6p = \frac{3}{4}q$ [q]
 (e) $w = 3v^2$ [v] (f) $2m = \frac{3}{4}n^2$ [n]
 (g) $3w = \frac{(v+1)^2}{2}$ [v] (h) $\frac{5}{4}f = \frac{5}{\sqrt{k-7}}$ [k]

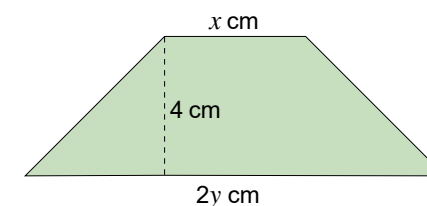
3. Hitung nilai yang berikut.

- (a) Diberi $w = \frac{x+y}{1+x}$, hitung nilai
 (i) w , jika $x = 2$ dan $y = -8$
 (ii) x , jika $w = 20$ dan $y = 5$
 (iii) y , jika $w = 5$ dan $x = 6$
- (b) Diberi $6b = \sqrt{\frac{c-d^2}{9}}$, hitung nilai
 (i) b , jika $c = 20$ dan $d = 2$
 (ii) c , jika $b = \frac{1}{9}$ dan $d = 2$
 (iii) d , jika $b = \frac{1}{2}$ dan $c = 90$
- (c) Diberi $-2p = \frac{(q+1)}{(r+q)}$, hitung nilai
 (i) p , jika $q = 3$ dan $r = 3q$
 (ii) q , jika $p = 3$ dan $r = 2q$
 (iii) r , jika $p = -\frac{1}{3}$ dan $q = 2p$
- (d) Diberi $4s^2 = \left(\frac{3t-4u}{5}\right)^2$, hitung nilai
 (i) s , jika $t = s - 1$ dan $u = 2s$
 (ii) t , jika $s = -5u$ dan $u = 3$
 (iii) u , jika $s = \frac{1}{3}t$ dan $t = 2 - u$

4. Seorang pengurus cawangan kedai makanan segera dibayar gaji 3 kali ganda berbanding dengan gaji pekerja sambilan, RM x sehari. Masa bekerja untuk pekerja sambilan ialah separuh dari masa bekerja pengurus itu, y dalam tempoh sebulan. Jika mereka bekerja 26 hari dalam sebulan, tulis rumus perbezaan gaji, RM z antara kedua-dua pekerja tersebut dalam sebutan x dan y .

5. Julia mengambil 40 saat untuk berjalan sejauh 50 meter. Bantu Julia menulis rumus mengira tempoh perjalanan, t dalam minit, dari rumahnya ke sekolah yang berjarak s kilometer.

6. Luas trapezium di bawah ialah 36 cm^2 . Jika $x + y = 11 \text{ cm}$, hitung nilai x dan y .



INTI PATI BAB

Rumus Algebra

Rumus algebra menggabungkan ungkapan algebra dengan operasi tambah, tolak, darab atau bahagi dalam bentuk persamaan.

1. $y = 3x - 5$
2. $w = \frac{6 - 7v}{v}$
3. $A = \frac{1}{2}th$
4. $L = \pi j^2$

Perkara rumus diwakili oleh abjad.

Perkara rumus boleh berubah bergantung kepada nilai pemboleh ubah yang ingin diperolehi.

$$w = -6 - 8t$$

$$t = \frac{-6 - w}{8}$$

Suatu nilai pemboleh ubah dalam rumus algebra boleh diperolehi apabila diberi suatu nilai pemboleh ubah yang lain.

Contoh:
 Diberi $Q = \frac{2v}{-v + u}$, hitung nilai u ,
 jika $v = 2, Q = 4$
 Maka, $u = 3$

Penyelesaian masalah melibatkan penukaran perkara rumus, gabungan operasi asas aritmetik, kuasa dan punca kuasa.

REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Membentuk rumus berdasarkan suatu situasi.



2. Menukar perkara rumus bagi suatu persamaan algebra.



3. Menentukan nilai suatu pemboleh ubah apabila nilai pemboleh ubah lain diberikan.



4. Menyelesaikan masalah yang melibatkan rumus.






PROJEK MINI

Tajuk: Papan mengira

Bahan: Kad manila, kotak terpakai, kertas warna, gam dan gunting

Langkah:

1. Buat satu papan mengira untuk mengira harga yang perlu dibayar oleh murid bagi pembelian tiga barang.
2. Contoh barang yang hendak dibeli ialah pen, air mineral dan buku tulis.
3. Harga pen, air mineral dan buku tulis ditentukan oleh murid mengikut harga semasa.

Barang			
Bilangan	<input type="text"/> <i>a</i>	<input type="text"/> <i>b</i>	<input type="text"/> <i>c</i>
Harga	$a \times \text{RM } \text{$	$b \times \text{RM } \text{$	$c \times \text{RM } \text{$
Jumlah	<input type="text"/> (i)	<input type="text"/> (ii)	<input type="text"/> (iii)
Jumlah keseluruhan	<input type="text"/> (i)	+ <input type="text"/> (ii)	+ <input type="text"/> (iii)

Contoh papan mengira

BAB 4

Poligon

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 4.1 Poligon Sekata
- 4.2 Sudut Pedalaman dan Sudut Peluaran Poligon

RANGKAI KATA

- Poligon
- Poligon sekata
- Poligon tak sekata
- Paksi simetri
- Sisi
- Sudut pedalaman
- Sudut peluaran
- Sudut penggenap
- Origami
- *Polygon*
- *Regular polygon*
- *Irregular polygon*
- *Axis of symmetry*
- *Side*
- *Interior angle*
- *Exterior angle*
- *Supplementary angle*
- *Origami*

Dalam kehidupan seharian, terdapat gabungan bentuk poligon di sekeliling kita terutamanya dalam reka bentuk bangunan. Gabungan bentuk poligon dapat menghasilkan suatu seni yang menarik dan pelbagai.

Pola geometri ini dapat dilihat pada Masjid Terapung Tanjung Bungah, Pulau Pinang yang memiliki keunikan gabungan seni bina tempatan dan Asia Barat.



Poligon berasal daripada perkataan 'polygon' yang bererti 'poly', banyak dan 'gon' yang bermaksud sudut. Poligon dinamakan mengikut jumlah sisinya. Untuk poligon yang lebih besar, ahli matematik menulis mengikut bilangan sisi, contohnya 17-gon.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms055

MASLAHAT BAB INI

- Poligon diaplikasikan dalam mencipta logo, membuat mural pada dinding sekolah dan membuat simetri pada lukisan.
- Dalam bidang teknologi, ilmu poligon digunakan dalam seni bina bangunan, bumbung, corak dalaman, rekaan pakaian dan banyak lagi.
- Kerjaya yang terlibat dalam bidang ini ialah juruukur, juruteknik, jurutera, arkitek, pereka grafik dan banyak lagi.

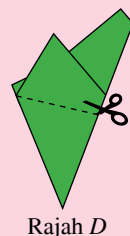
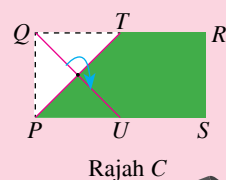
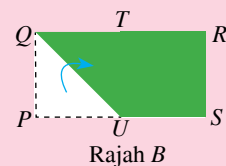
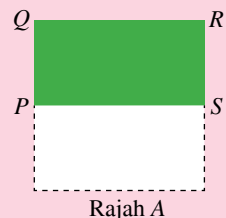
AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Menghasilkan pentagon menggunakan lipatan kertas (origami)

Bahan: Kertas berbentuk segi empat sama dan gunting

Langkah:

1. Lipat kertas segi empat sama kepada dua bahagian seperti Rajah A.
2. Labelkan setiap bucu segi empat tepat dengan $PQRS$.
3. Lipat bucu P rapat ke sisi QR . Pastikan bucu ditemukan dengan tepat sebelum anda menekan kertas untuk membentuk garisan lipatan seperti Rajah B. Buka lipatan.
4. Lipat bucu Q ke sisi PS seperti Rajah C. Buka lipatan. Terdapat kesan lipatan berbentuk X dan tandakan titik tengah.
5. Bawa bucu S ke titik tengah tadi, kemudian lipat.
6. Ambil bucu yang menyentuh titik tengah tadi dan bawa ke sisi paling kanan dan lipatkan.
7. Ambil bucu P , rapatkan ke sisi tengah TU menjadi bentuk seperti Rajah D.
8. Lipatkan ke belakang.
9. Akhir sekali, gunting bahagian atas lipatan seperti Rajah D.
10. Buka lipatan kertas, nyatakan bentuk origami yang terhasil.



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms056 untuk melihat video tutorial origami berbentuk pentagon.

STANDAR PEMBELAJARAN

Menghuraikan sifat geometri poligon sekata menggunakan pelbagai perwakilan.

TAHUKAH ANDA ?

Origami berasal daripada perkataan Jepun yang bermaksud 'ori' = seni, 'gami' = kertas

IMBAS KEMBALI

Poligon ialah bentuk tertutup pada satu satah yang dibatasi tiga atau lebih garis lurus sebagai sisi-sisinya.

4.1 Poligon Sekata

4.1.1 Sifat geometri poligon sekata

Poligon sekata ialah poligon yang semua sisinya sama panjang dan semua sudut pedalaman sama saiz.

Mengenal poligon sekata

RANGSANGAN MINDA *Individu*

Tujuan: Meneroka sifat geometri poligon sekata

Bahan: Pembaris dan jangka sudut

Langkah:

1. Ukur panjang sisi dan sudut pedalaman semua poligon.
2. Lengkapkan jadual di bawah.

Segi tiga ABC			
Panjang sisi	Ukuran sudut		
AB		$\angle CAB$	
BC		$\angle ABC$	
CA		$\angle BCA$	

Segi empat $DEFG$			
Panjang sisi	Ukuran sudut		
DE		$\angle GDE$	
EF		$\angle DEF$	
FG		$\angle EFG$	
GD		$\angle FGD$	

Pentagon $HIJKL$			
Panjang sisi	Ukuran sudut		
HI		$\angle HIJ$	
IJ		$\angle IJK$	
JK		$\angle JKL$	
KL		$\angle KLH$	
LH		$\angle LHI$	

Kesimpulan:

Kesimpulan:

Kesimpulan:

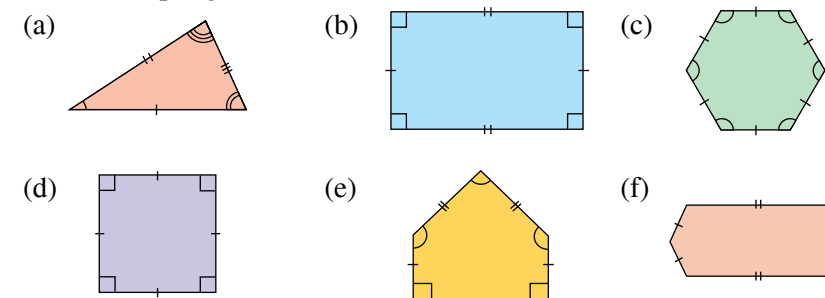
Perbincangan:

Bincangkan hasil dapatan anda.

Poligon sekata ialah poligon yang semua sisinya sama panjang dan semua sudut pedalaman sama saiz. Poligon sekata mempunyai sudut pedalaman yang kongruen. **Poligon tak sekata** pula ialah poligon yang tidak semua sisinya sama panjang.

CONTOH 1

Antara rajah berikut, yang manakah merupakan sebuah poligon sekata atau poligon tak sekata?



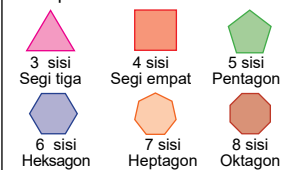
Penyelesaian:

- (a) Poligon tak sekata
- (b) Poligon tak sekata
- (c) Poligon sekata
- (d) Poligon sekata
- (e) Poligon tak sekata
- (f) Poligon tak sekata

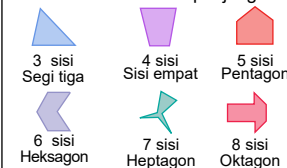
TAHUKAH ANDA ?

Menentukan jenis poligon
 Sesuatu poligon boleh mempunyai tiga atau lebih sisi.

Poligon Sekata
 Semua sisi sama panjang. Semua sudut pedalaman sama saiz.



Poligon Tak Sekata
 Tidak semua sisi sama panjang.



Poligon Cengkung
 Mempunyai sekurang-kurangnya satu sudut lebih daripada 180° .

Poligon Cembung
 Tiada sudut pedalaman lebih daripada 180° .

Poligon Kompleks
 Mempunyai garisan yang bersilang dalam poligon itu.

Bukan poligon

- Bulatan
- Bentuk yang mempunyai garisan melengkung
- Bentuk tak tertutup
- Objek tiga dimensi

► Menentukan paksi simetri

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menghuraikan paksi simetri poligon sekata

Bahan: Perisian geometri dinamik, pencetak, gunting dan kertas A4

Langkah:

1. Buka fail MS058A untuk memperoleh lembaran kerja yang telah disediakan. Cetak fail tersebut.
2. Bahagikan kelas kepada dua kumpulan.
3. Kumpulan pertama dikehendaki menggunting bentuk poligon sekata, manakala kumpulan kedua menggunting bentuk poligon tak sekata.
4. Dengan cara melipat poligon tersebut, tentukan paksi simetri bagi semua poligon sekata dan poligon tak sekata itu.
5. Lengkapkan jadual di bawah.

		Bilangan Sisi	Bilangan Paksi Simetri
Poligon sekata			
Poligon tak sekata			

Perbincangan:

- (i) Apakah kaitan antara bilangan sisi poligon sekata dengan bilangan paksi simetri?
- (ii) Buat kesimpulan hasil dapatan kumpulan pertama dan kumpulan kedua.

Bilangan paksi simetri bagi sebuah poligon sekata adalah sama dengan bilangan sisi poligon tersebut.

Bagi poligon tak sekata bilangan paksi simetri harus diterokai dengan kaedah lipatan.

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms058a untuk mendapatkan lembaran kerja.



QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms058b untuk mendapatkan nama poligon pelbagai sisi.



4.1.2 Membina Poligon Sekata

Poligon sekata boleh dibina dengan menggunakan pelbagai kaedah. Terokai aktiviti di bawah.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menghasilkan poligon sekata

Bahan: Perisian geometri dinamik, pencetak, kertas dan gunting

Langkah:

1. Buka fail MS059A untuk eksplorasi poligon sekata.
2. Klik arahan *polygon* dan pilih *regular polygon*.
3. Klik sebarang titik pada satah Cartes.
4. Klik sebarang titik kedua.
5. Pada tettingkap *regular polygon*, di ruangan *vertices* masukkan bilangan bucu yang hendak dibina. Contohnya, pentagon ada lima bucu.
6. Ulang langkah yang sama untuk heksagon sekata, heptagon sekata, oktagon sekata dan nonagon sekata.
7. Cetak dan tampilkan hasil kerja anda dalam buku.

Perbincangan:

Bincangkan hasil dapatan anda.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membina poligon sekata menggunakan pelbagai kaedah dan menerangkan rasional langkah-langkah pembinaan.

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms059a untuk eksplorasi rangsangan minda.



RANGSANGAN MINDA

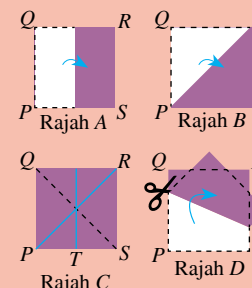


Tujuan: Menghasilkan oktagon sekata menggunakan origami

Bahan: Pencetak, kertas warna berbentuk segi empat sama dan gunting

Langkah:

1. Buka fail MS059B untuk menyaksikan tutorial menghasilkan origami berbentuk oktagon.
2. Lipat kertas kepada dua bahagian seperti Rajah A. Buka lipatan.
3. Bawa bucu *Q* ke bucu *S* dan lipat seperti Rajah B. Buka lipatan seperti Rajah C dengan kedudukan *T* berada di tengah-tengah sisi *PS*.
4. Bawa sisi *PS* dengan *T* berada di atas garisan pepenjuru *PR* seperti Rajah D dan lipat.
5. Guntingkan garisan putus-putus warna hitam.
6. Buka lipatan, maka terhasillah oktagon.



QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms059b untuk menyaksikan tutorial menghasilkan origami berbentuk oktagon.



RANGSANGAN MINDA

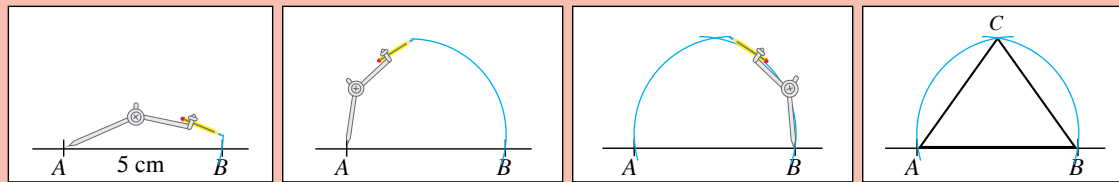


Tujuan: Membina poligon sekata menggunakan alat geometri

Bahan: Pensel, pembaris, kertas A4 dan jangka lukis

Aktiviti 1:

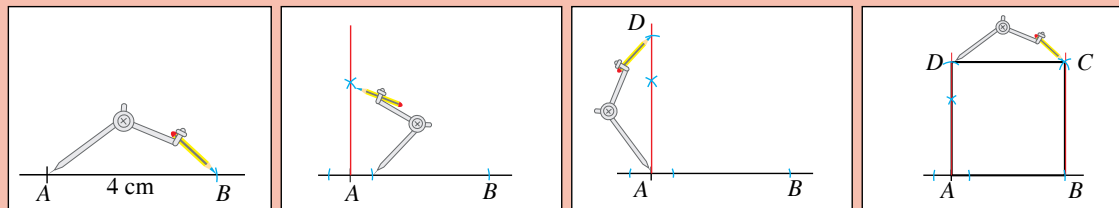
Bina segi tiga sama sisi dengan panjang sisi 5 cm.



- (a) Bina tembereng garis AB dengan panjang 5 cm.
- (b) Bina lengkok dengan jejari 5 cm dari titik A .
- (c) Bina lengkok dengan jejari 5 cm dari titik B supaya bersilang dengan lengkok pertama tadi. Titik persilangan dilabel C .
- (d) Lukiskan garisan dari A ke C dan B ke C . Terhasilah segi tiga sama sisi.

Aktiviti 2:

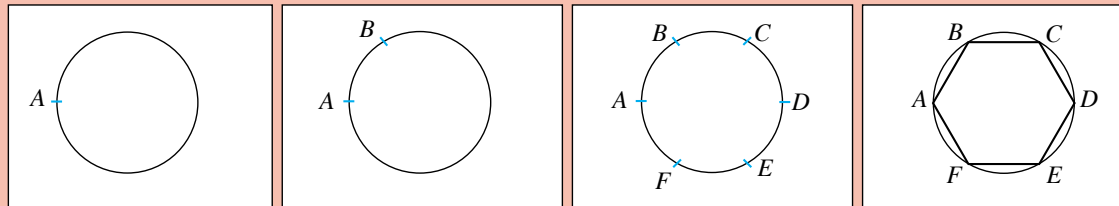
Bina segi empat sama bersisi 4 cm.



- (a) Bina tembereng garis AB dengan panjang 4 cm.
- (b) Bina satu garis serenjang dengan AB yang melalui titik A .
- (c) Bina satu lengkok berjarak 4 cm dari A supaya bersilang dengan garis serenjang itu. Titik persilangan dilabel D .
- (d) Bina dua lengkok berjarak 4 cm dari B dan D supaya kedua-dua lengkok itu bersilang. Titik persilangan dilabel C .

Aktiviti 3:

Bina sebuah heksagon sekata bersisi 3.5 cm.



- (a) Bina sebuah bulatan berjejari 3.5 cm. Tandakan satu titik pada lilitan dan label sebagai A .
- (b) Bina satu lengkok berjejari 3.5 cm dari A dan tandakannya sebagai B .
- (c) Bina lengkok berjarak 3.5 cm dari B dan tandakannya sebagai C dan ulang langkah tersebut sehingga F .
- (d) Lukiskan garisan AB , BC , CD , DE , EF dan FA untuk membentuk sebuah heksagon sekata.

Perbincangan:

Bincangkan hasil dapatan anda.

Daripada kesemua aktiviti yang telah dijalankan, kaedah yang paling jitu dalam membina poligon sekata adalah dengan menggunakan perisian geometri dinamik.

TIP

Poligon sekata juga boleh dibina dengan kaedah membahagi sama sudut di pusat bulatan mengikut bilangan sisi.

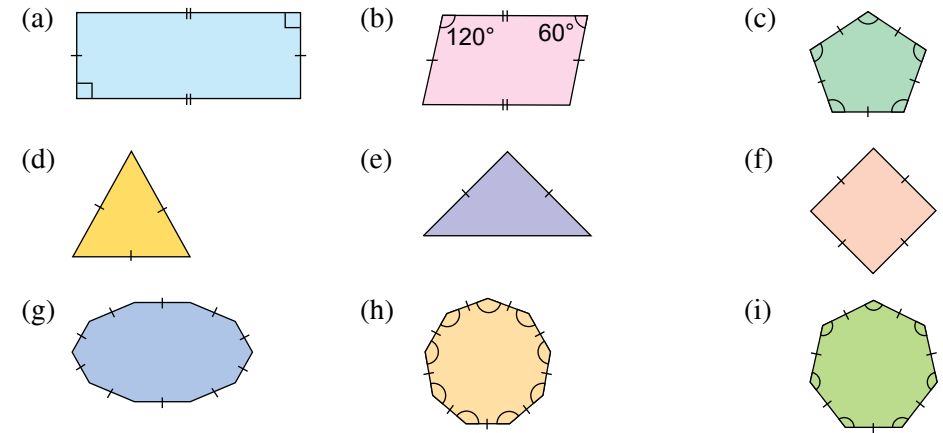
QR CODE

Imbas QR Code atau layari <http://rimbunanilmu.my/mat/t2/ms060> untuk menghasilkan poligon sekata menggunakan alat geometri.

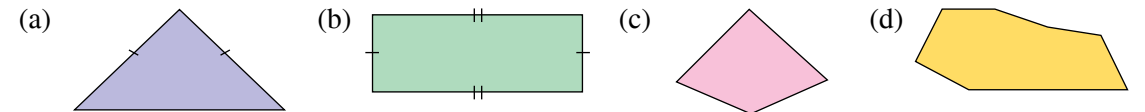


JOM CUBA 4.1

1. Tentukan sama ada setiap poligon berikut merupakan poligon sekata atau poligon tak sekata.



2. Surih rajah berikut. Tentukan bilangan paksi simetri pada setiap rajah jika ada.



3. Lengkapkan jadual berikut dengan ciri-ciri poligon.

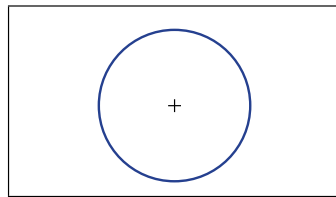
Poligon sekata	Nama poligon	Bilangan sisi	Bilangan bucu	Bilangan paksi simetri

4. Bina poligon sekata berikut dengan pembaris dan jangka lukis.

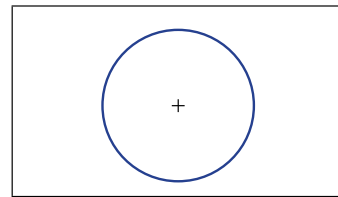
- (a) Segi tiga sama sisi dengan panjang sisi 3.4 cm.
- (b) Segi empat sama bersisi 3.6 cm.
- (c) Heksagon sekata bersisi 4 cm.
- (d) Heptagon sekata bersisi 4.2 cm.
- (e) Oktagon sekata bersisi 4.5 cm.

5. Lukis poligon sekata yang berikut dengan membahagi sudut pada pusat secara sama saiz.

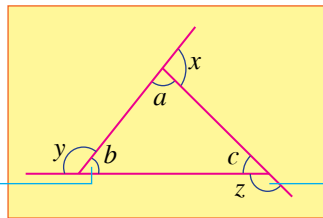
(a) Pentagon sekata



(b) Heksagon sekata



4.2 Sudut Pedalaman dan Sudut Peluaran Poligon



Sudut pedalaman ialah sudut yang terbentuk oleh dua sisi bersebelahan di dalam sesuatu poligon.

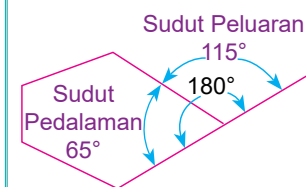
Sudut a , b dan c ialah sudut pedalaman.

Sudut peluaran ialah sudut yang terbentuk apabila satu sisi poligon dipanjangkan. Penggenap kepada sudut pedalaman.

Sudut x , y dan z ialah sudut peluaran.

TAHUKAH ANDA ?

Sudut peluaran + Sudut pedalaman = 180° .



IMBAS KEMBALI

Hasil tambah sudut pedalaman satu segi tiga ialah 180° .



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus hasil tambah sudut pedalaman suatu poligon.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms062 untuk mendapatkan lembaran kerja bentuk-bentuk poligon.



4.2.1 Hasil tambah sudut pedalaman

Terdapat perkaitan antara bilangan sisi sebuah poligon dengan hasil tambah sudut pedalamannya. Perhatikan aktiviti di bawah.

RANGSANGAN MINDA



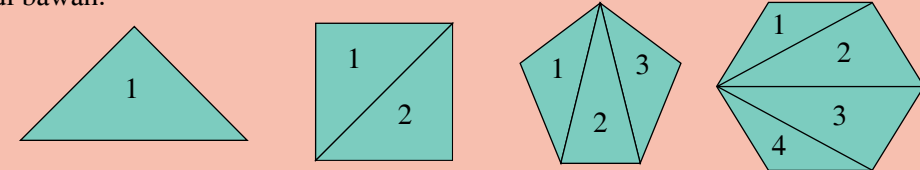
Tujuan: Meneroka bilangan setiap segi tiga di dalam poligon

Bahan: Kertas dan protractor

Langkah:

1. Buka fail MS062 untuk mendapatkan maklumat tentang bentuk-bentuk poligon.
2. Cetak segi tiga, segi empat, pentagon, heksagon, heptagon, oktagon dan nonagon.

3. Sambungkan bucu setiap poligon untuk membentuk segi tiga dalam poligon seperti contoh di bawah.



4. Lengkapkan jadual di bawah.

Poligon	Bilangan sisi (n)	Bilangan segi tiga	Hasil tambah sudut pedalaman
Segi tiga	3	1	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$
Segi empat	4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
Pentagon			
Heksagon			
Heptagon			
Oktagon			
Nonagon			
Dekagon			

Perbincangan:

- (i) Apakah hubungan antara bilangan sisi, n dengan bilangan segi tiga?
- (ii) Apakah hubungan antara bilangan sisi segi tiga dengan hasil tambah sudut pedalaman?

5. Hasil tambah sudut pedalaman suatu poligon = Bilangan segi tiga $\times 180^\circ$

$$= \text{[]} \times 180^\circ$$

Dalam sebutan n

$$\text{Hasil tambah sudut pedalaman suatu poligon} = (n - 2) \times 180^\circ.$$

CONTOH 2

Nyatakan bilangan segi tiga yang terbentuk bagi setiap poligon yang berikut.

- (a) Poligon 13 sisi (b) Poligon 18 sisi

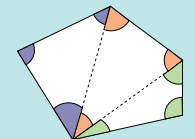
Penyelesaian:

(a) Bilangan segi tiga = $13 - 2$
= 11

(b) Bilangan segi tiga = $18 - 2$
= 16

JOM FIKIR

Pentagon boleh dibahagi kepada 3 segi tiga. Cuba anda nyatakan jumlah sudut pedalaman pentagon.

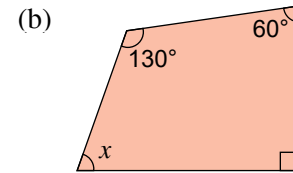
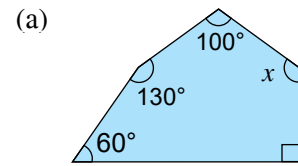


TAHUKAH ANDA ?

Bilangan sisi	Nama Poligon
12	dodekagon
13	tridekagon
14	tetradekagon
15	pentadekagon
16	heksadekagon
17	heptadekagon
18	oktadekagon
19	enneadekagon
20	ikosagon

CONTOH 3

Hitung nilai x bagi poligon berikut.



Penyelesaian:

(a) Hasil tambah sudut pedalaman
 $= (n - 2) \times 180^\circ$
 $= (5 - 2) \times 180^\circ$
 $= 540^\circ$

Maka, $x + 100^\circ + 130^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 540^\circ$
 $x + 380^\circ = 540^\circ$
 $x = 540^\circ - 380^\circ$
 $x = 160^\circ$

(b) Hasil tambah sudut pedalaman
 $= (n - 2) \times 180^\circ$
 $= (4 - 2) \times 180^\circ$
 $= 360^\circ$

Maka, $x + 130^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ$
 $x + 280^\circ = 360^\circ$
 $x = 360^\circ - 280^\circ$
 $x = 80^\circ$

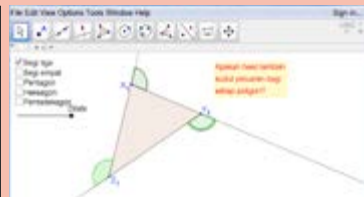
4.2.2 Hasil tambah sudut peluaran poligon

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Meneroka hasil tambah sudut peluaran
Bahan: Perisian geometri dinamik

Poligon	n	Hasil tambah sudut peluaran	
		Konjektur	Kesahan (Ya / Tidak)



Langkah:

1. Buka fail MS064 untuk memperoleh lembaran kerja yang telah disediakan. Cetak fail tersebut.
2. Buat konjektur bagi setiap poligon di ruang yang disediakan dalam lembaran bercetak.
3. Buka fail *hasil tambah sudut peluaran.ggb*.
4. Teroka setiap poligon yang disediakan.
5. Seret penggelongsor *dilate* untuk mengubah saiz sisi poligon yang dipaparkan.
6. Sahkan hasil tambah sudut peluaran poligon.

Perbincangan:

Bincangkan hasil tambah sudut peluaran poligon.

Hasil tambah sudut peluaran sebuah poligon ialah 360° .

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat dan mengesahkan konjektur tentang hasil tambah sudut peluaran poligon.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms064 untuk mendapatkan lembaran kerja di sebelah.

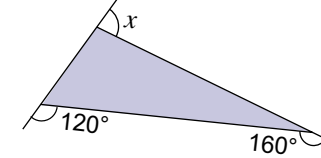


TIP

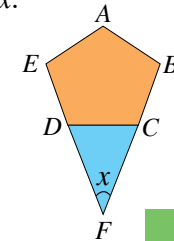
Konjektur ialah proposisi atau teorem yang kelihatan benar. Keputusan konjektur tidak dibuktikan secara formal. Konjektur membolehkan kita membuat spekulasi daripada suatu situasi matematik. Contohnya, jika kita menambah dua nombor positif, maka hasilnya sentiasa lebih besar daripada nombor tersebut.

CONTOH 4

(a) Hitung nilai x bagi setiap rajah berikut.



(b) Dalam rajah di bawah, $ABCDE$ ialah sebuah pentagon sekata. BCF dan EDF ialah garis lurus. Hitung nilai x .



Penyelesaian:

(a) Hasil tambah sudut peluaran = 360°
 $x + 160^\circ + 120^\circ = 360^\circ$
 $x + 280^\circ = 360^\circ$
 $x = 360^\circ - 280^\circ$
 $x = 80^\circ$

(b) $\angle FCD = \frac{360^\circ}{5}$
 $= 72^\circ$
 $x = 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ$
 $= 36^\circ$

TIP

Sudut peluaran poligon sekata = $\frac{360^\circ}{n}$
 Sudut pedalaman = $180^\circ - \text{sudut peluaran}$

4.2.3 Nilai sudut pedalaman, sudut peluaran dan bilangan sisi suatu poligon

CONTOH 5

Hitung nilai sudut pedalaman bagi sebuah heksagon sekata.

Penyelesaian:

Bilangan sisi heksagon sekata, $n = 6$
 Hasil tambah sudut pedalaman
 $= (n - 2) \times 180^\circ$
 $= (6 - 2) \times 180^\circ$
 $= 4 \times 180^\circ$
 $= 720^\circ$

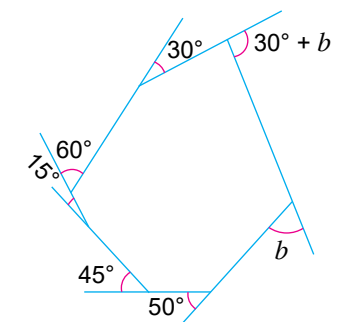
Maka, sudut pedalaman = $\frac{\text{Hasil tambah sudut pedalaman}}{\text{Bilangan sisi}}$
 $= \frac{720^\circ}{6}$
 $= 120^\circ$

CONTOH 6

Hitung nilai b bagi rajah di sebelah.

Penyelesaian:

$360^\circ = (30^\circ + b + b + 50^\circ + 45^\circ + 15^\circ + 60^\circ + 30^\circ)$
 $360^\circ = 230^\circ + 2b$
 $2b = 360^\circ - 230^\circ$
 $2b = 130^\circ$
 $b = 65^\circ$



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan nilai sudut pedalaman, sudut peluaran dan bilangan sisi suatu poligon.

TIP

Sudut pedalaman poligon sekata
 $= \frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$

CONTOH 7

Hitung nilai sudut peluaran bagi sebuah oktagon sekata.

Penyelesaian:

Bilangan sisi sebuah oktagon sekata, $n = 8$
 Hasil tambah sudut peluaran $= 360^\circ$
 Maka, sudut peluaran $= \frac{360^\circ}{8}$
 $= 45^\circ$

CONTOH 8

Hitung bilangan sisi sebuah poligon sekata berikut apabila diberi nilai sudut pedalaman.

- (a) 108° (b) 144°

Penyelesaian:

(a) Sudut peluaran $= 180^\circ - 108^\circ$
 $= 72^\circ$
 Bilangan sisi, $n = \frac{360^\circ}{\text{sudut peluaran}}$
 $n = \frac{360^\circ}{72^\circ}$
 $n = 5$

(b) Sudut peluaran $= 180^\circ - 144^\circ$
 $= 36^\circ$
 Bilangan sisi, $n = \frac{360^\circ}{\text{sudut peluaran}}$
 $n = \frac{360^\circ}{36^\circ}$
 $n = 10$

PERHATIAN

POLIGON SEKATA

3 segi tiga, 4 segi empat, 5 pentagon, 6 heksagon

Jumlah sudut pedalaman $(n - 2) \times 180^\circ$
 $4 \times 180^\circ = 540^\circ$ (bilangan segi tiga)

Sudut pedalaman $\frac{\text{jumlah sudut pedalaman}}{\text{bilangan sisi}}$
 atau $180^\circ - \text{sudut peluaran}$

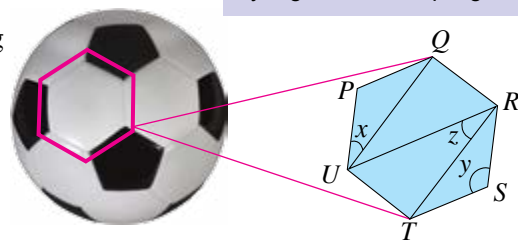
Sudut peluaran $\frac{360^\circ}{\text{bilangan sisi}}$
 atau $180^\circ - \text{sudut pedalaman}$

4.2.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 9

Gambar rajah di sebelah ialah heksagon sekata yang dibesarkan daripada corak pada sebiji bola sepak.

- (a) Hitung sudut y .
 (b) Hitung perbezaan antara y dengan $(x + z)$.



STANDAR PEMBELAJARAN
 Menyelesaikan masalah yang melibatkan poligon.

Memahami masalah

Menghitung sudut y menggunakan rumus $\frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$
 Sudut x berada dalam segi tiga sama kaki. $\angle UPQ = \angle TSR = y$
 $\frac{180^\circ - \angle UPQ}{2}$

Merancang strategi

(a) $y = \frac{(6 - 2) \times 180^\circ}{6}$
 $y = 120^\circ$
 (b) $x = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2}$
 $x = 30^\circ$
 $z = 30^\circ$ (sudut selang seli)

Melaksanakan strategi

(b) Perbezaan antara y dengan $(x + z)$
 $= 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ)$
 $= 60^\circ$

Membuat kesimpulan

(a) $y = 120^\circ$
 (b) $y - (x + z) = 60^\circ$

JOM CUBA 4.2

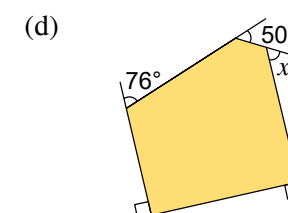
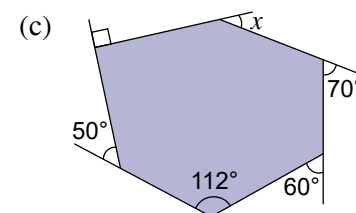
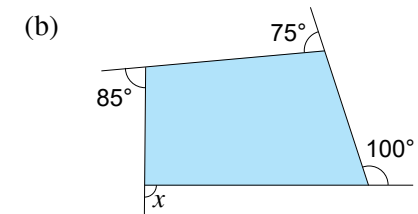
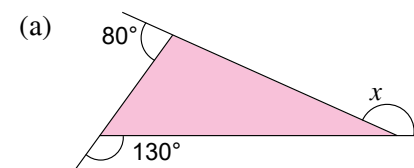
1. Nyatakan bilangan segi tiga yang terhasil dalam poligon berikut dan hitung jumlah sudut pedalamanya.

Poligon	Bilangan segi tiga dalam poligon	Jumlah sudut pedalaman
Pentagon		
Heksagon		
Heptagon		
Oktagon		
Nonagon		

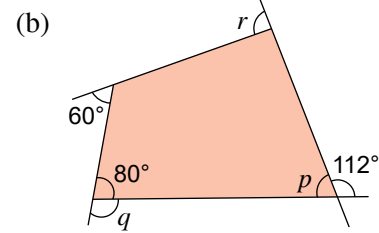
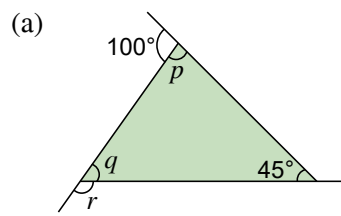
2. Namakan semua sudut pedalaman dan sudut peluaran bagi setiap poligon yang berikut.

(a)	(b)
Sudut pedalaman:	Sudut pedalaman:
Sudut peluaran:	Sudut peluaran:

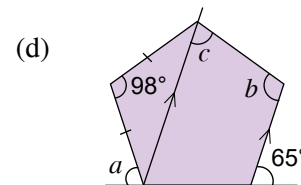
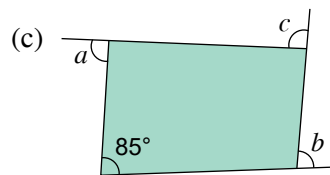
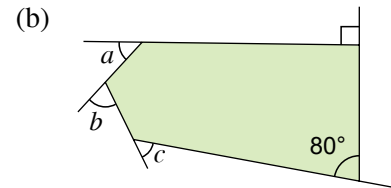
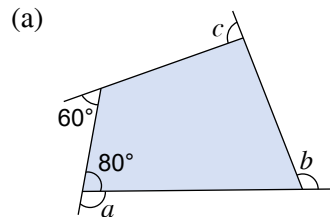
3. Hitung nilai x bagi setiap rajah berikut.



4. Bagi setiap rajah di bawah, hitung nilai p , q dan r .



5. Hitung nilai $a + b + c$.



6. Tentukan bilangan sisi bagi poligon yang mempunyai hasil tambah sudut pedalaman

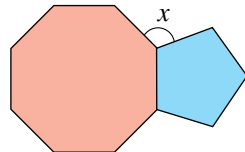
- (a) 900° (b) $1\ 080^\circ$ (c) $1\ 260^\circ$

7. Zaidi mempunyai sebuah kebun sayur berbentuk poligon sekata. Garis putus-putus dalam rajah di bawah merupakan paksi simetri kebun beliau.

- (a) Apakah bentuk sebenar kebun sayur Zaidi?
 (b) Hitung nilai y .



8. Rajah menunjukkan dua buah kolam renang di sebuah pusat sukan berbentuk oktagon dan pentagon sekata. Apakah nilai sudut x ?

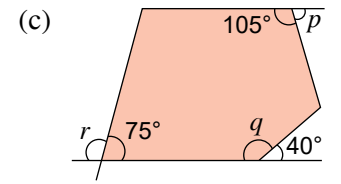
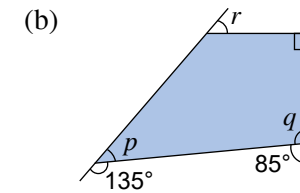
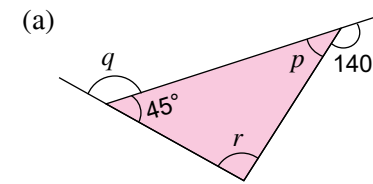


MENJANA KECEMERLANGAN

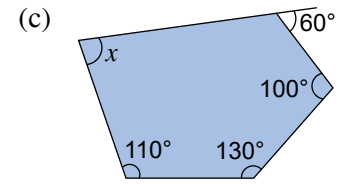
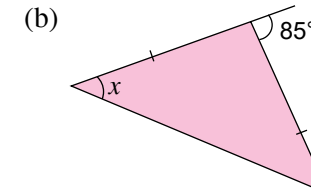
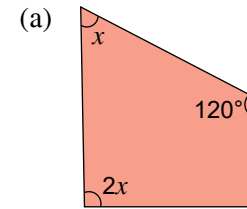
1. Bina poligon berikut dengan jangka lukis dan pembaris.

- (a) Segi tiga sama sisi ABC dengan sisi 4 cm.
 (b) Segi empat sama $PQRS$ dengan sisi 3 cm.

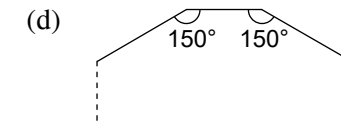
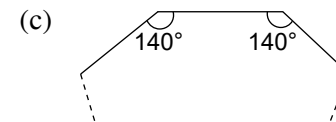
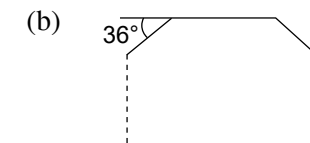
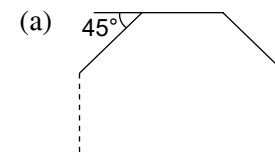
2. Hitung nilai p , q , dan r dalam rajah yang berikut.



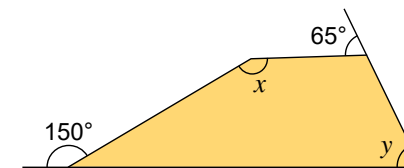
3. Hitung nilai x bagi poligon berikut.



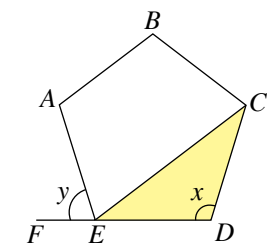
4. Hitung bilangan sisi bagi setiap poligon sekata berikut.



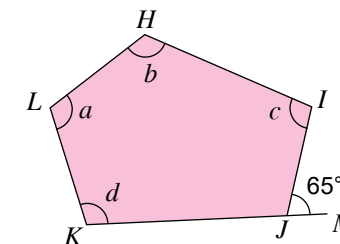
5. (a) Hitung nilai bagi $x + y$ dalam rajah di bawah.



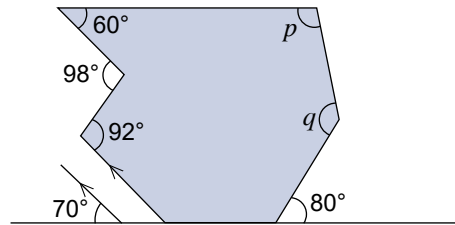
(b) Rajah menunjukkan logo berbentuk pentagon sekata. FED ialah garis lurus. Hitung nilai $x + y$.



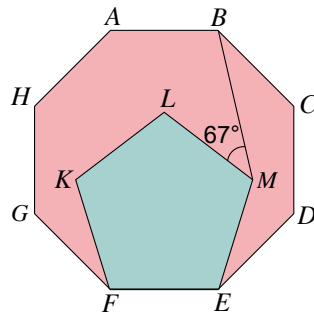
(c) Dalam rajah di bawah, $Hijkl$ ialah sebuah pentagon. KJM ialah garis lurus. Hitung nilai $a + b + c + d$.



- Azreen ingin melukis logo bagi Kelab Pembimbing Rakan Sebaya di sekolahnya. Dia memilih bentuk heksagon sekata berjejari 4 cm. Bantu Azreen melukis logonya dengan menggunakan pembaris, protractor dan jangka lukis.
- Hasil tambah semua sudut pedalaman sebuah poligon sekata ialah 2700° . Nyatakan bilangan sisi poligon itu.
- Dalam rajah di bawah, hitung nilai $p + q$.



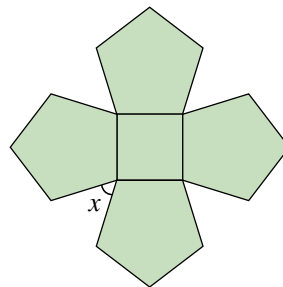
- Berdasarkan rajah di bawah, $ABCDEFGH$ ialah sebuah oktagon sekata dan $EFKLM$ ialah sebuah pentagon sekata. Hitung $\angle CBM$.



- Sudut peluaran sebuah poligon sekata ialah $2h$, manakala sudut pedalaman poligon yang sama ialah $7h$.

- Hitung nilai h .
- Hitung sudut pedalaman dan sudut peluarannya.
- Hitung bilangan sisi poligon dan namakan poligon tersebut.

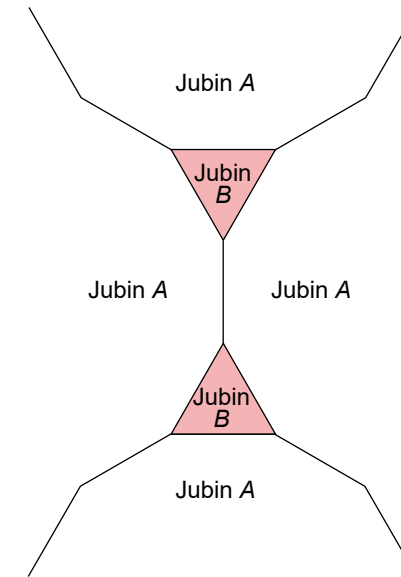
- Rajah di bawah ialah 4 buah pentagon sekata dan sebuah segi empat sama. Hitung nilai x .



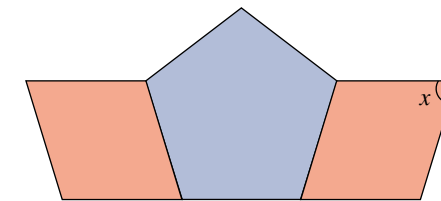
- Bahar ingin membina sebuah poligon yang mempunyai jumlah sudut pedalaman 300° . Bolehkah Bahar membina poligon tersebut? Jelaskan jawapan anda.



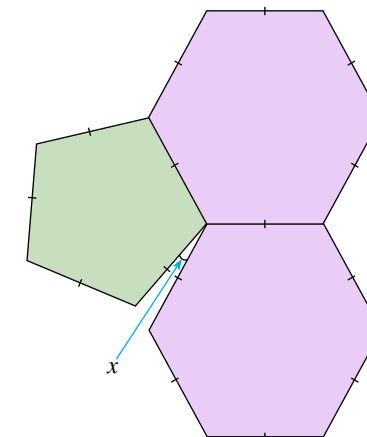
- Rajah di bawah menunjukkan sebahagian daripada corak yang terhasil melalui cantuman jubin. Terdapat dua jenis jubin, iaitu jubin A dan jubin B yang merupakan poligon sekata. Hitung bilangan sisi jubin A.



- Devaa adalah seorang pelajar jurusan reka grafik di sebuah universiti tempatan. Bantu Devaa menghitung nilai x untuk membina bingkai gambar bercirikan gabungan poligon yang terdiri daripada sebuah pentagon sekata dan dua buah rombus.



- Hitung nilai x .



INTI PATI BAB

Bilangan paksi simetri poligon sekata dengan n sisi ialah n paksi simetri.




Poligon Sekata

- Sudut Pedalaman $= \frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$
- Sudut Peluaran $= \frac{360^\circ}{n}$

Hasil tambah sudut pedalaman $= (n - 2) \times 180^\circ$

Hasil tambah sudut peluaran $= 360^\circ$

Poligon sekata ialah poligon yang semua sisinya sama panjang dan semua sudut pedalamannya sama saiz.

	Sudut Peluaran	Sudut Pedalaman
	$= \frac{360^\circ}{3}$	$= \frac{(3 - 2) \times 180^\circ}{3}$
	$= \frac{360^\circ}{4}$	$= \frac{(4 - 2) \times 180^\circ}{4}$
	$= \frac{360^\circ}{5}$	$= \frac{(5 - 2) \times 180^\circ}{5}$

Poligon Tak Sekata

Sudut peluaran sebuah poligon ialah penggenap kepada sudut pedalaman poligon itu.

Sudut Peluaran + Sudut Pedalaman $= 180^\circ$

Hasil tambah sudut peluaran $= 360^\circ$

Poligon tak sekata ialah poligon yang tidak semua sisinya sama panjang.



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:

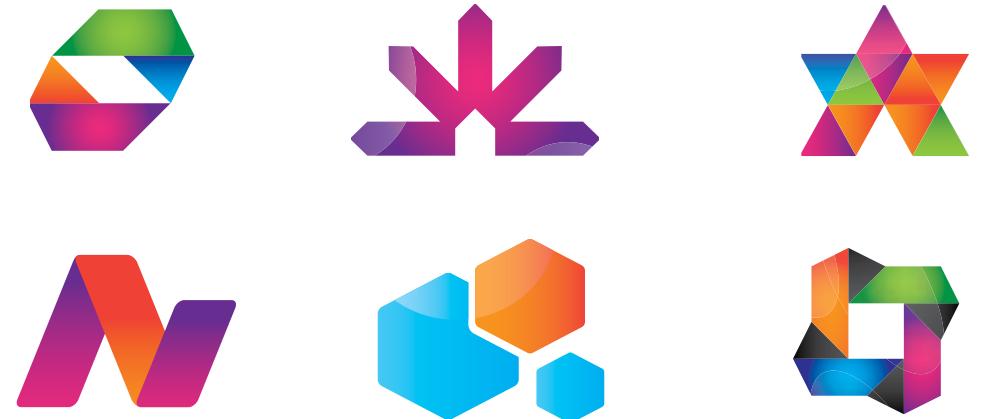
1. Menghuraikan sifat geometri poligon sekata menggunakan pelbagai perwakilan.
2. Membina poligon sekata menggunakan pelbagai kaedah dan menerangkan rasional langkah-langkah pembinaan.
3. Menerbitkan rumus hasil tambah sudut pedalaman suatu poligon.
4. Membuat dan mengesahkan konjektur tentang hasil tambah sudut peluaran poligon.
5. Menentukan nilai sudut pedalaman, sudut peluaran dan bilangan sisi suatu poligon.
6. Menyelesaikan masalah yang melibatkan poligon.



<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Sebagai seorang peniaga kedai makanan, reka cipta sebuah logo perniagaan anda menggunakan gabungan bentuk dua atau tiga poligon. Anda boleh menggunakan perisian geometri dinamik, alat geometri atau origami dalam menghasilkan logo anda. Bentangkan rasional pemilihan logo perniagaan anda itu di dalam kelas.



Contoh logo

BAB 5

Bulatan

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 5.1 Sifat Bulatan
- 5.2 Sifat Simetri Perentas
- 5.3 Lilitan dan Luas Bulatan

RANGKAI KATA

- Bulatan
- Lilitan
- Jejari
- Pusat
- Diameter
- Perentas
- Tembereng
- Sektor
- Sektor minor
- Sektor major
- Tembereng minor
- Tembereng major
- Simetri
- *Circle*
- *Circumference*
- *Radius*
- *Centre*
- *Diameter*
- *Chord*
- *Segment*
- *Sector*
- *Minor sector*
- *Major sector*
- *Minor segment*
- *Major segment*
- *Symmetry*

Pergerakan jarum jam akan menghasilkan bulatan pada pusingan lengkap 360° . Dalam bahasa Yunani, pergerakan jarum jam disebut 'kirkos' yang bermaksud berpusing dan melengkok.



IMBASAN SILAM

Bulatan ditakrifkan sebagai lingkaran bagi titik yang bergerak dari satu titik tetap pada jarak yang sama. Titik tetap itu dikenali sebagai pusat bulatan dan jarak yang sentiasa sama ini disebut sebagai jejari. Bulatan juga merupakan satu lengkung tertutup yang dinamakan lilitan bulatan atau perimeter bulatan. Ahli matematik bernama Euclid ialah orang pertama yang mengkaji bulatan. Beliau juga dikenali sebagai 'Bapa Geometri' kerana kajiannya.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms075

MASLAHAT BAB INI

- Bab ini boleh diaplikasikan dalam seni bina, ilmu falak, reka bentuk dan astronomi.

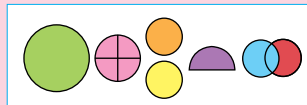
AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal bulatan

Bahan: Kertas warna, gam, gunting, tali dan penebuk

Langkah:

1. Murid membentuk kumpulan.
2. Setiap kumpulan dikehendaki menyediakan seberapa banyak bulatan dalam pelbagai saiz. Contohnya seperti rajah di sebelah.
3. Bulatan yang dibina akan digunakan untuk menghias kelas.
4. Tulis rumus matematik yang telah dipelajari sebelum ini seperti rumus luas segi empat, luas segi tiga, isi padu kubus, isi padu kuboid, teorem Pythagoras dan sebagainya dalam bulatan.



5.1 Sifat Bulatan

5.1.1 Mengenal bahagian bulatan

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal bahagian bulatan

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

1. Buka fail MS076 yang telah disediakan.
2. Perimeter sebuah bulatan dinamakan .
3. Seret titik *A* yang berada di tengah bulatan ke semua arah.
 - (i) Titik *A* dinamakan bulatan.
4. Seret titik *B* mengelilingi bulatan.
 - (i) Garisan dari pusat bulatan ke sebarang titik pada perimeter bulatan dinamakan .
5. Seret titik *C* mengelilingi bulatan, kemudian seret titik *C'* mengelilingi bulatan.
 - (i) Garisan *CC'* yang melalui pusat dan menyentuh lilitan dinamakan .
6. Seret titik *E* dan titik *D* mengelilingi bulatan.
 - (i) Garisan yang menyambung dua titik pada lilitan bulatan dinamakan .
 - (ii) Rantau yang dibatasi itu dinamakan .
7. Seret titik *C* dan *D*.
 - (i) Apakah dua garisan yang terhasil? Garisan *AC* dan .
 - (ii) Rantau yang dibatasi oleh dua jejari ini dinamakan .

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal bahagian bulatan dan menerangkan sifat bulatan.

QR CODE

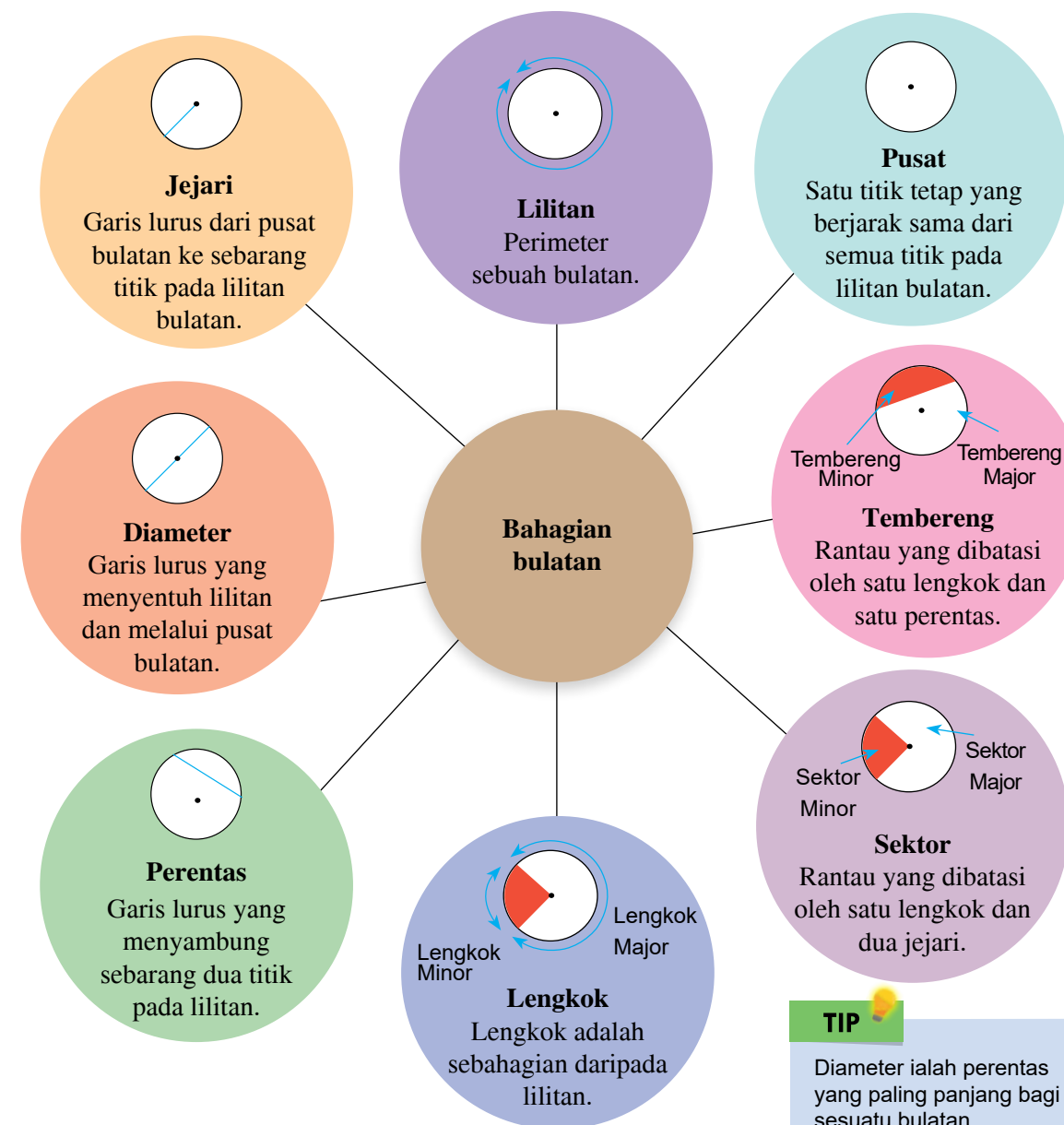
Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms076 di bawah untuk mengenal bahagian bulatan.



Perbincangan:

Bina satu kesimpulan tentang penerokaan anda.

Daripada aktiviti di atas, beberapa bahagian bulatan telah dikenal pasti seperti rajah di sebelah.

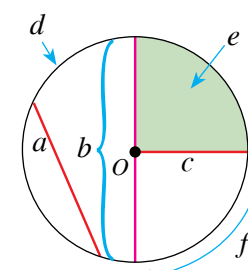


CONTOH 1

Dalam rajah, *O* ialah pusat bulatan. Kenal pasti bahagian bulatan berikut.

Penyelesaian:

- a*, Perentas
- b*, Diameter
- c*, Jejari
- d*, Lilitan
- e*, Sektor
- f*, Lengkuk



TIP
Diameter ialah perentas yang paling panjang bagi sesuatu bulatan.

TIP
Bulatan ialah lingkaran bagi satu titik yang bergerak sama jarak dari satu titik tetap.

JOM FIKIR
Mengapakah bola, glob dan guli tidak dikenali sebagai bulatan?

5.1.2 Membina bulatan

RANGSANGAN MINDA 

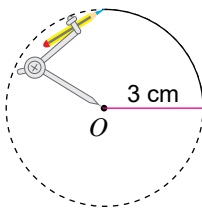
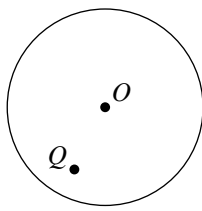
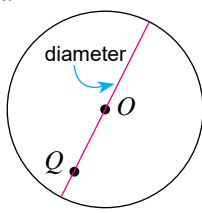
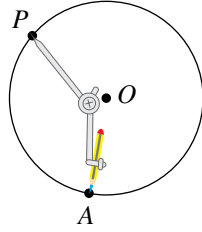
Tujuan: Membina suatu bulatan dan bahagian bulatan berdasarkan syarat yang diberikan

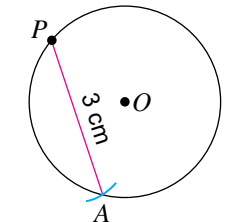
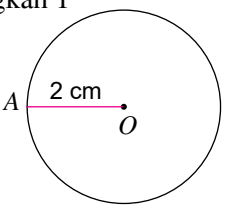
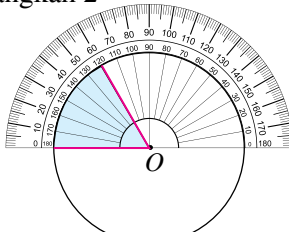
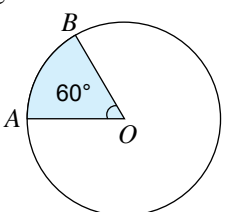
Bahan: Jangka lukis, protractor, pembaris dan pensel

Langkah:

STANDAR PEMBELAJARAN

Membina suatu bulatan dan bahagian bulatan berdasarkan syarat yang diberi.

Syarat	Langkah	Penyelesaian
(a) Bina bulatan apabila diberi jejari 3 cm dan berpusat O .	<ol style="list-style-type: none"> Tandakan satu titik O. Ukur jangka lukis berjarak 3 cm pada pembaris. Letakkan hujung tajam jangka lukis pada titik O dan lukis sebuah bulatan berjejari 3 cm. 	
(b) Bina diameter yang melalui titik Q dalam bulatan yang berpusat di titik O .	<ol style="list-style-type: none"> Sambungkan titik O dan Q dengan garis lurus menggunakan pembaris. Lanjutkan garis itu sehingga menyentuh lilitan. Maka, garis lurus yang melalui Q dan pusat yang menyentuh lilitan ialah diameter. 	<p>Langkah 1</p>  <p>Langkah 2</p> 
(c) Bina dua perentas dengan panjang 3 cm dari titik P pada bulatan.	<ol style="list-style-type: none"> Buka jangka lukis pada pembaris dan ukur selebar 3 cm. Letakkan hujung tajam jangka lukis pada titik P. Lukis lengkok yang memotong lilitan dan labelkan titik A. 	<p>Langkah 1</p> 

	<ol style="list-style-type: none"> Sambungkan titik P ke titik A yang telah ditanda pada lilitan. Maka, garisan PA ialah perentas. 	<p>Langkah 2</p> 
(d) Bina sektor bulatan bersudut 60° pada pusat bulatan yang berjejari 2 cm.	<ol style="list-style-type: none"> Lukis sebuah bulatan berpusat O dengan panjang jejari OA ialah 2 cm. Dengan menggunakan protractor, tandakan satu titik pada sudut 60° dari jejari OA. Lukis jejari OB dengan menyambung pusat O dari titik itu dengan garis lurus. Maka, AOB ialah sektor bulatan. 	<p>Langkah 1</p>  <p>Langkah 2</p>  <p>Langkah 3</p> 

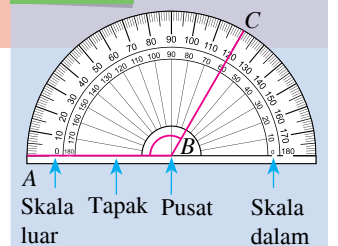
Perbincangan:

Daripada aktiviti di atas, apakah bahagian bulatan yang telah dibina?

Daripada aktiviti di atas, murid dapat

- membina suatu bulatan apabila diberi panjang jejari atau diameter.
- membina diameter melalui satu titik yang tertentu dalam suatu bulatan.
- membina perentas melalui satu titik yang tertentu dan diberi panjang perentas.
- membina sektor bulatan apabila diberi sudut sektor dan panjang jejari suatu bulatan.

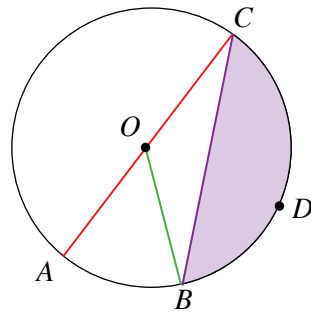
TIP



Untuk mengukur sudut ABC , letakkan pusat protractor di atas bucu sudut tersebut. Pastikan garisan yang tertera nilai 0 terletak di atas garisan AB . Baca sudut menggunakan skala luar. Maka, sudut ABC ialah 120° .

JOM CUBA 5.1

- Namakan
 - titik O .
 - garis AOC .
 - sektor AOB .
 - garis OA .
 - lengkuk AB .
 - garis BC .
 - kawasan berlorek BCD .



- Bina bulatan yang berjejari
 - 3 cm
 - 4.5 cm
 - 2.5 cm
 - 6 cm

- Bina diameter yang melalui titik Q bagi setiap bulatan berpusat di O .



- Bina perentas sebuah bulatan dengan jejari dan panjang perentas seperti berikut.

	Jejari	Panjang Perentas
(a)	3 cm	4 cm
(b)	4.5 cm	6.7 cm

- Dengan menggunakan protractor, bina sektor AOB dengan O ialah pusat bulatan. Jejari dan $\angle AOB$ adalah seperti berikut.

	Jejari	$\angle AOB$
(a)	3 cm	70°
(b)	3.6 cm	120°

5.2 Sifat Simetri Perentas

5.2.1 Ciri-ciri bulatan

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menentukan

- sifat diameter sebuah bulatan.
- hubungan jejari yang berserenjang dengan perentas.

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

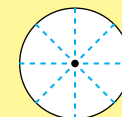
- Buka fail MS081 untuk memperoleh fail yang telah disediakan.
- Klik kotak *Aktiviti*.
- Seret titik Q ke titik P, T, U, B, V dan Z .
 - Namakan diameter bulatan tersebut. Garisan .
 - Perhatikan nilai sudut yang terdapat di pusat bulatan apabila diameter QQ' digerakkan. Adakah pergerakan ini menghasilkan nilai sudut yang sama? Adakah bentuk terhasil juga sama?
 - Jika anda melipat bulatan tersebut pada garisan QQ' , adakah bentuk itu dapat bertindih dengan tepat?
 - Diameter pada suatu bulatan dikenali sebagai .
- Klik semula kotak *Aktiviti* untuk aktiviti seterusnya.
- Seret penggelongsor *Gerakkan Saya* sehingga selesai.
 - Jejari yang membahagi dua sama perentas adalah dengan perentas tersebut.
 - Jejari yang berserenjang dengan perentas perentas tersebut.
 - Perentas yang sama panjang menghasilkan lengkuk yang .



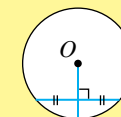
Perbincangan:

Nyatakan kesimpulan bagi semua aktiviti penerokaan di atas.

Diameter sebuah bulatan merupakan suatu paksi simetri bulatan tersebut.



Jejari yang berserenjang dengan perentas membahagi dua sama perentas itu.



STANDAR PEMBELAJARAN

- Menentukan dan menerangkan bahawa
- diameter ialah paksi simetri bulatan;
 - jejari yang berserenjang dengan perentas membahagi dua sama perentas itu dan sebaliknya;
 - pembahagi dua sama seranjang dua perentas bertemu di pusat bulatan;
 - perentas yang sama panjang menghasilkan lengkuk yang sama panjang; dan
 - perentas yang sama panjang adalah sama jarak dari pusat bulatan dan sebaliknya.

TAHUKAH ANDA?

Bulatan mempunyai bilangan paksi simetri yang tidak terhingga kerana sebarang garis lurus yang melalui pusatnya merupakan paksi simetri bagi bulatan tersebut.

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms081 untuk sifat simetri perentas 1.



TIP

Diameter ialah perentas yang melalui pusat bulatan.

RANGSANGAN MINDA 

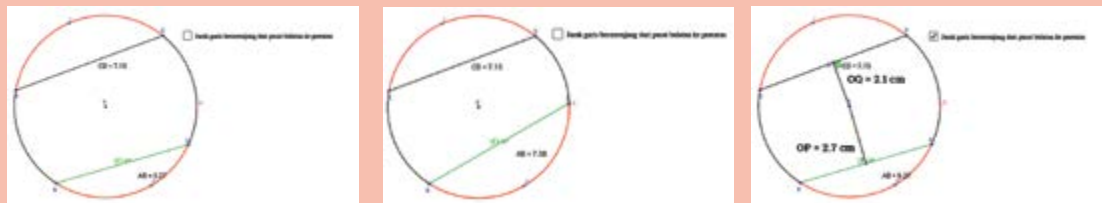
Tujuan: Menentusahkan

- (i) sifat pembahagi dua sama serenjang dua perentas.
- (ii) sifat-sifat perentas yang sama panjang dalam suatu bulatan.

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

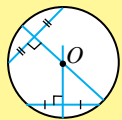
1. Buka fail MS082 untuk memperoleh fail yang telah disediakan.
2. Seret titik A supaya $AB = CD$.
3. Klik kotak pada jarak garis berserenjang dari pusat bulatan.
4. Ulang langkah 1 dan 2 jika ingin mendapat nilai jarak yang lain.



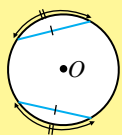
Perbincangan:

- (i) Di manakah garisan OP dan OQ bertemu?
- (ii) Adakah panjang lengkok AGB dan CID sama?
- (iii) Jika panjang $AB = CD$, jarak $OP =$ jarak .
- (iv) Adakah jarak OP dan OQ sama?

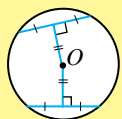
Pembahagi dua sama serenjang dua perentas bertemu di pusat bulatan.



Perentas yang sama panjang menghasilkan lengkok yang sama panjang.



Dua perentas yang sama panjang adalah sama jarak dari pusat bulatan dan sebaliknya.



QR CODE



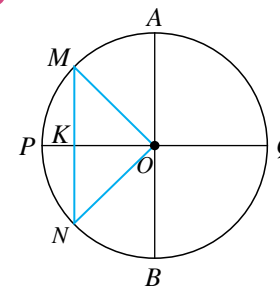
Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms082 untuk sifat simetri perentas 2.



JOM FIKIR

Berapakah bilangan paksi simetri untuk separuh bulatan?

CONTOH 2

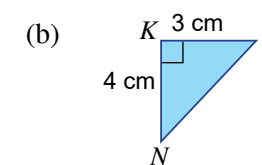


Rajah di atas menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan garis MN ialah perentas.

- (a) Namakan paksi simetri bagi rajah ini.
- (b) Diberi $OK = 3$ cm dan $NK = 4$ cm, hitung panjang ON .
- (c) Namakan sudut yang sama saiz dengan $\angle ONK$.

Penyelesaian:

- (a) AOB dan POQ



$$ON^2 = 4^2 + 3^2$$

$$ON = \sqrt{16 + 9}$$

$$ON = \sqrt{25} \leftarrow ON = OM$$

$$ON = 5$$

Maka, panjang ON ialah 5 cm.

- (c) $\angle OMK$

CONTOH 3

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan dengan perentas MN yang berserenjang dengan jejari OP .

- (a) Adakah panjang MS sama dengan panjang SN ? Jelaskan.
- (b) Jika jejari bulatan ialah 10 cm dan $OS = 8$ cm, hitung panjang perentas MN .

Penyelesaian:

- (a) Ya, $MS = SN$

Jejari OP yang berserenjang dengan perentas membahagi dua sama perentas.

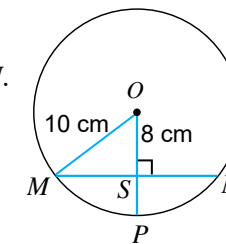
$$(b) MS = \sqrt{10^2 - 8^2}$$

$$MS = \sqrt{100 - 64}$$

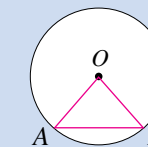
$$MS = \sqrt{36}$$

$$MS = SN = 6$$

Maka, $MN = 12$ cm.



TIP

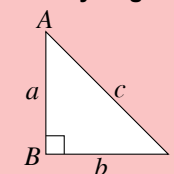


Dua jejari dan perentas membentuk segi tiga sama kaki.



IMBAS KEMBALI

Teorem Pythagoras

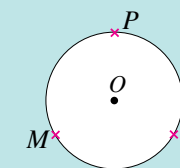


$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

atau

$$a^2 + b^2 = c^2$$

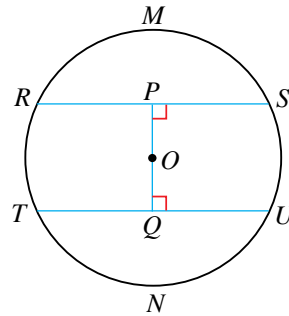
JOM FIKIR



O ialah pusat bulatan. Apakah hubungan antara OP , OQ dan OM ?

CONTOH 4

Rajah di sebelah menunjukkan dua perentas yang sama panjang RS dan TU . POQ ialah garis lurus yang melalui pusat bulatan O . Diberi $OP = 5$ cm dan $RS = 24$ cm.

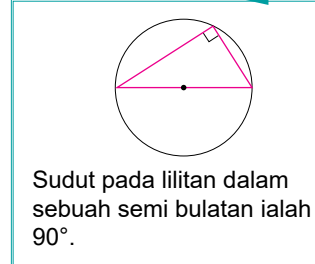


- Hitung panjang PR .
- Adakah lengkok minor RMS dan TNU sama panjang? Jelaskan.
- Hitung jejari bulatan itu.

Penyelesaian:

- Jejari yang berserenjang dengan perentas, membahagi perentas itu kepada dua bahagian yang sama panjang.
Panjang $PR = 24 \div 2 = 12$ cm
- Ya, perentas yang sama panjang menghasilkan lengkok yang sama panjang.
- $OR = \sqrt{PR^2 + OP^2}$ ← Perentas RS dan TU sama panjang
 $= \sqrt{12^2 + 5^2}$
 $= \sqrt{144 + 25}$ ← OR, OS, OT dan OU ialah jejari bulatan
 $= \sqrt{169}$
 $= 13$ cm

TAHUKAH ANDA ?



5.2.2 Pusat dan jejari bulatan

RANGSANGAN MINDA

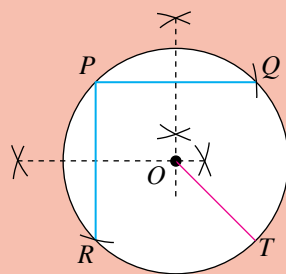


Tujuan: Menentukan pusat dan jejari bulatan

Bahan: Jangka lukis, pembaris, pensel, bahan yang berbentuk bulat

Langkah:

- Surih bentuk bulat pada sehelai kertas.
- Bina dua perentas, PQ dan PR dari titik P bulatan itu.
- Bina garisan pembahagi dua sama serenjang bagi perentas PQ dan PR .
- Titik persilangan dua garisan pembahagi dua sama serenjang ditandakan dengan O .
- Lukis satu garisan dari O ke lilitan bulatan dan namakannya sebagai OT .



Perbincangan:

- Bincangkan ciri titik O .
- Bincangkan ciri garisan OT .

Pembahagi dua sama serenjang bagi sebarang perentas akan sentiasa bersilang di pusat bulatan.

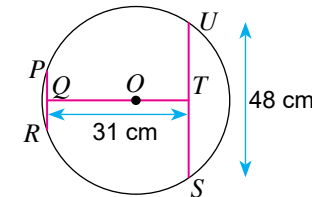
STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan pusat dan panjang jejari bagi suatu bulatan melalui pembinaan geometri.

5.2.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 5

Seorang tukang besi diminta membina sebuah kerangka tingkap berbentuk bulatan seperti rajah di bawah. Tingkap berbentuk bulatan itu berdiameter 50 cm. Tiga batang besi, PR , US dan QT yang tidak sama panjang digunakan untuk menyokong tingkap tersebut. Hitung panjang PR .



Penyelesaian:

Memahami masalah

Diameter tingkap = 50 cm
 $QT = 31$ cm
 $US = 48$ cm
 Hitung panjang PR .

Merancang strategi

$$\begin{aligned} \text{jejari} &= \frac{\text{diameter}}{2} \\ &= \frac{50}{2} \\ &= 25 \text{ cm} \\ OT &= \sqrt{OU^2 - UT^2} \\ OQ &= QT - OT \\ PQ &= \sqrt{OP^2 - OQ^2} \\ PR &= PQ \times 2 \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

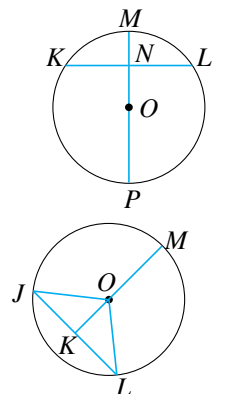
Maka, PR ialah 14 cm.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} OT &= \sqrt{25^2 - 24^2} \\ &= \sqrt{625 - 576} \\ &= \sqrt{49} \\ &= 7 \text{ cm} \\ OQ &= 31 - 7 \\ &= 24 \text{ cm} \\ PQ &= \sqrt{25^2 - 24^2} \\ &= \sqrt{625 - 576} \\ &= \sqrt{49} \\ &= 7 \text{ cm} \\ PR &= 7 + 7 \\ &= 14 \text{ cm} \end{aligned}$$

JOM CUBA 5.2

- Dalam rajah di sebelah, O ialah pusat bulatan. $MNOP$ dan KNL ialah garis lurus. Diberi bahawa $MN = 8$ cm dan $NP = 18$ cm. Hitung panjang KL .
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bulatan yang berpusat O . JKL dan KOM ialah garis lurus. Diberi bahawa $JK = KL = 15$ cm dan jejari bulatan 25 cm. Hitung panjang, dalam cm, garis KOM .



5.3 Lilitan dan Luas Bulatan

5.3.1 Hubungan lilitan bulatan dengan diameter

Lilitan bulatan ialah ukuran sekeliling bagi satu bulatan. Rajah di bawah menunjukkan sebuah meja bulat yang perlu dipasang *skirting* untuk majlis perkahwinan. Berapakah panjang kain *skirting* yang diperlukan?

Ukuran untuk *skirting* itu dapat dihitung dengan rumus yang melibatkan π (pi). π dibaca sebagai “pai”.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan hubungan antara lilitan dengan diameter bulatan, dan seterusnya mentakrifkan π serta menerbitkan rumus lilitan bulatan.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menentukan hubungan antara lilitan bulatan dengan diameter

Bahan: Jam randik, baldi, tayar basikal, pita pengukur, pensel atau sebarang bahan yang boleh digunakan untuk diganti dengan bahan berbentuk bulat yang berada di sekeliling anda

Langkah:

1. Dengan menggunakan pita ukur, ukur lilitan bagi permukaan jam randik, baldi dan tayar basikal.
2. Ukur diameter bagi ketiga-tiga bahan tersebut.
3. Salin dan lengkapkan jadual di bawah.

Bahan	Lilitan (cm)	Diameter (cm)	$\frac{\text{Lilitan}}{\text{Diameter}}$
1. Jam randik			
2. Baldi			
3. Tayar basikal			



Perbincangan:

- (i) Bincangkan perkaitan antara diameter dengan lilitan.
- (ii) Apakah nilai nisbah lilitan kepada diameter?

Daripada aktiviti di atas didapati nilai nisbah lilitan kepada diameter, iaitu π suatu bulatan ialah 3.142 atau $\frac{22}{7}$.

$$\frac{\text{Lilitan}}{\text{Diameter}} = \pi$$

INGAT

$$\text{Diameter} = 2 \times \text{Jejari}$$

Lilitan sebuah bulatan ialah π didarab dengan diameter seperti rumus di bawah.

$$\begin{aligned} \text{lilitan} &= \pi \times \text{diameter} \\ &= \pi d \end{aligned}$$

Rumus lilitan juga boleh diterbitkan menggunakan jejari seperti

$$\begin{aligned} \text{lilitan} &= \pi \times 2 \times \text{jejari} \\ &= 2\pi j \end{aligned}$$

5.3.2 Rumus luas bulatan

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus luas bulatan.

RANGSANGAN MINDA

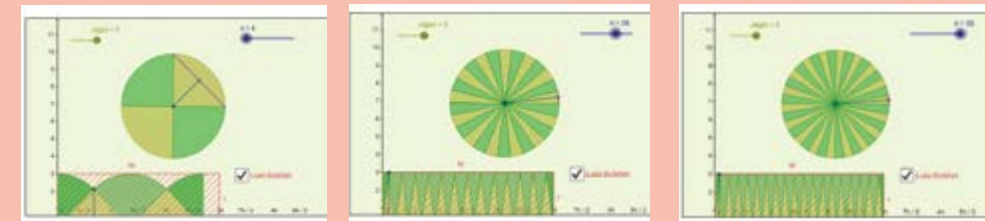


Tujuan: Menerbitkan rumus luas bulatan

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

1. Buka fail MS087 untuk memperoleh fail yang telah disediakan.
2. Seret *jejari* sehingga nilai 3, dan seret *n* sehingga mencapai nilai 6. Perhatikan perubahan yang berlaku.
3. Ulangi langkah 2 dengan mengubah nilai jejari dan bilangan *n* yang lain. Perhatikan perubahan yang berlaku.



Perbincangan:

- (i) Semakin sektor bulatan itu dibahagikan semakin jelas bentuk segi empat tepat yang dihasilkan.
- (ii) Tinggi segi empat tepat = bulatan.
- (iii) Tapak segi empat tepat = lilitan bulatan.

Daripada aktiviti di atas, didapati bahawa

$$\begin{aligned} \text{luas bulatan} &= \text{luas segi empat tepat} \\ &= \text{tapak} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{lilitan bulatan} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times 2\pi j \times j \\ &= \pi j^2 \end{aligned}$$

Maka, $\text{luas bulatan} = \pi j^2$

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms087 untuk menerbitkan luas bulatan.



5.3.3 Lilitan, luas bulatan, panjang lengkok dan luas sektor

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan lilitan, luas bulatan, panjang lengkok, luas sektor dan ukuran lain yang berkaitan.

► **Menentukan lilitan bulatan**

CONTOH 6

Hitung lilitan sebuah bulatan jika

- (a) diameter, $d = 14$ cm. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$) (b) jejari, $j = 21.3$ cm. (Guna $\pi = 3.142$)

Penyelesaian:

- (a) Lilitan = πd
 $= \frac{22}{7} \times 14$
 $= 44$ cm
- (b) Lilitan = $2\pi j$
 $= 2 \times 3.142 \times 21.3$
 $= 133.85$ cm

CONTOH 7

- (a) Diberi lilitan sebuah bulatan ialah 88 cm. Hitung diameter, dalam cm, bulatan tersebut. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- (b) Diberi lilitan sebuah bulatan ialah 36.8 cm. Hitung jejari bulatan, dalam cm dan bundarkan kepada dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = 3.142$)

Penyelesaian:

- (a) Lilitan = πd
 $88 = \frac{22}{7} \times d$
 $d = 88 \times \frac{7}{22}$
 $d = 28$ cm
- (b) Lilitan = $2\pi j$
 $2\pi j = 36.8$
 $2 \times 3.142 \times j = 36.8$
 $j = \frac{36.8}{6.284}$
 $j = 5.86$ cm

► **Menentukan luas bulatan**

CONTOH 8

Hitung luas bulatan yang mempunyai

- (a) diameter 10 cm. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- (b) jejari 7 cm.

Penyelesaian:

- (a) Luas = πj^2
 $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{10}{2}\right)^2$
 $= 78.57$ cm²
- (b) Luas = πj^2
 $= \frac{22}{7} \times 7^2$
 $= 154$ cm²

INGAT

jejari, $j = \frac{\text{diameter}}{2}$
 diameter, $d = 2j$

CONTOH 9

Diberi luas bulatan ialah 616 cm². Hitung jejari dan diameter. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \pi j^2 \\ \pi j^2 &= 616 \\ \frac{22}{7} \times j^2 &= 616 \\ \frac{22}{\cancel{71}} \times \frac{1\cancel{7}}{\cancel{221}} \times j^2 &= 616 \times \frac{7}{22} \\ j^2 &= 616 \times \frac{7}{22} \\ j^2 &= 196 \\ j &= \sqrt{196} \\ j &= 14 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Diameter} &= 2 \times 14 \\ &= 28 \text{ cm} \end{aligned}$$

CONTOH 10

Diberi lilitan bulatan ialah 66 cm. Hitung luas bulatan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Lilitan} &= 66 \text{ cm} \\ 2\pi j &= 66 \\ 2 \times \frac{22}{7} \times j &= 66 \\ j &= 66 \times \frac{7}{44} \\ j &= 10.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \pi j^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 10.5^2 \\ &= 346.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

CONTOH 11

Diberi luas bulatan ialah 75.46 cm². Hitung lilitan bulatan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \pi j^2 \\ \frac{22}{7} \times j^2 &= 75.46 \\ j^2 &= 75.46 \times \frac{7}{22} \\ j^2 &= 24.01 \\ j &= \sqrt{24.01} \\ j &= 4.9 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lilitan} &= 2\pi j \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 4.9 \\ &= 30.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

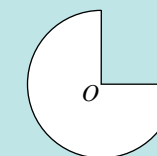
JOM FIKIR



(a) Hitung luas bagi suku bulatan jika jejarinya ialah 7 cm.

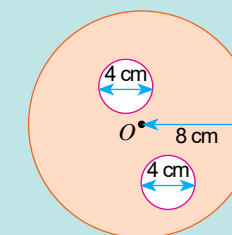


(b) Hitung luas bagi semi bulatan jika jejarinya ialah 7 cm.



(c) Hitung luas bagi tiga suku bulatan jika jejarinya ialah 7 cm.

JOM FIKIR



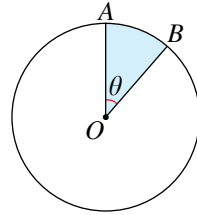
Rajah menunjukkan dua bulatan dalam satu bulatan yang lebih besar. Hitung luas bulatan kawasan berlorek.

► Menentukan panjang lengkok suatu bulatan

Lengkok bulatan merupakan sebahagian daripada lilitan bulatan. Lengkok bulatan berkadaran dengan sudut pada pusat bulatan.

$$\frac{\text{Panjang lengkok}}{\text{Lilitan bulatan}} = \frac{\text{Sudut pada pusat}}{360^\circ}$$

Maka,
$$\frac{\text{Panjang lengkok}}{2\pi j} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

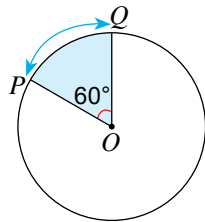


CONTOH 12

Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan dengan jejari 14 cm dan berpusat di O. Hitung panjang lengkok minor PQ yang mencangkum 60° pada pusat. Tulis jawapan dalam dua tempat perpuluhan.

Penyelesaian:

$$\frac{\text{Panjang lengkok}}{2\pi j} = \frac{\theta}{360^\circ}$$



$$\text{Panjang lengkok} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi j$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \\ &= 14.67 \text{ cm} \end{aligned}$$

CONTOH 13

Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan dengan jejari 21 cm dan berpusat di O. $\angle ROS$ ialah 72°. Hitung panjang lengkok major RS.

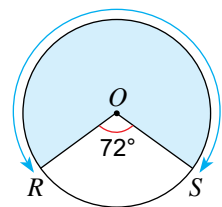
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Sudut pada pusat} &= 360^\circ - 72^\circ \\ &= 288^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Panjang lengkok}}{2\pi j} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\text{Panjang lengkok} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi j$$

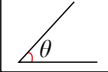
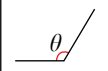


$$\begin{aligned} \text{Panjang lengkok} &= \frac{288^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \\ &= 105.6 \text{ cm} \end{aligned}$$



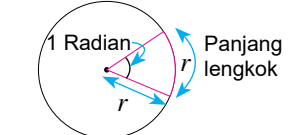
TIP

Simbol θ dibaca "theta", ialah huruf Yunani yang digunakan untuk mewakili sudut.

IMBAS KEMBALI

-  Sudut tirus $0^\circ < \theta < 90^\circ$
-  Sudut cakah $90^\circ < \theta < 180^\circ$
-  Sudut refleks $180^\circ < \theta < 360^\circ$
-  Sudut tegak 90°

TAHUKAH ANDA ?

 Sudut boleh diukur menggunakan radian. 1 radian (1 rad) ialah ukuran sudut di pusat bulatan apabila panjang lengkok sama dengan jejari.

CONTOH 14

Diberi panjang lengkok suatu bulatan ialah 11 cm dan sudut pada pusat bulatan ialah 45°. Hitung panjang, dalam cm, jejari bulatan itu.

Penyelesaian:

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{Panjang lengkok}}{2\pi j}$$

$$2\pi j = \text{Panjang lengkok} \times \frac{360^\circ}{\theta}$$

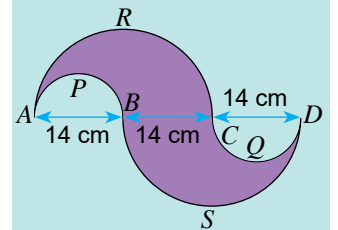
$$2 \times \frac{22}{7} \times j = 11 \times \frac{360^\circ}{45^\circ}$$

$$j = 11 \times \frac{360^\circ}{45^\circ} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{2}$$

$$j = \frac{27\,720}{1\,980}$$

$$j = 14 \text{ cm}$$

JOM FIKIR



ARC, APB, BSD dan CQD merupakan lengkok suatu bulatan dan AB, AC, BD dan CD ialah diameter bulatan. Hitung kawasan berlorek.

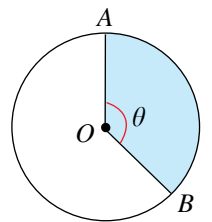
► Menentukan luas sektor bulatan

Luas sektor bulatan merupakan rantau yang dibatasi oleh satu lengkok dan dua jejari. Luas sektor bulatan adalah berkadaran dengan luas bulatan.

$$\frac{\text{Luas sektor bulatan}}{\text{Luas bulatan}} = \frac{\text{Sudut pada pusat}}{360^\circ}$$

Maka,

$$\frac{\text{Luas sektor } AOB}{\pi j^2} = \frac{\theta}{360^\circ}$$



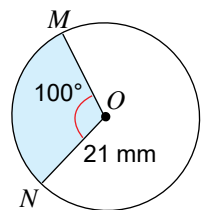
CONTOH 15

Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 21 mm. Hitung luas sektor minor MON.

Penyelesaian:

$$\frac{\text{Luas sektor}}{\pi j^2} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas sektor } MON &= \frac{100^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21^2 \\ &= 385 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$



CONTOH 16

Diberi luas sektor QOP ialah 18.48 cm^2 dan jejari 12 cm . Hitung nilai θ .

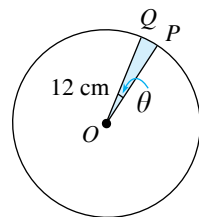
Penyelesaian:

$$\frac{\text{Luas sektor}}{\pi j^2} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

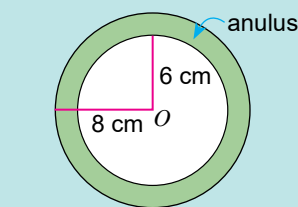
$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{18.48}{\frac{22}{7} \times 12^2}$$

$$\theta = \frac{18.48}{\frac{22}{7} \times 12 \times 12} \times 360^\circ$$

$$\theta = 14.7^\circ$$



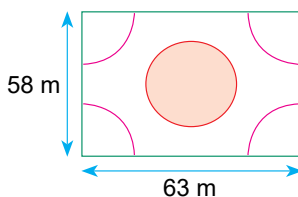
JOM FIKIR



Hitung luas rantau yang berlorek. Cuba anda tentukan satu rumus untuk menghitung luas anulus.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan bulatan.



5.3.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 17

Majlis Bandaraya Melaka Bersejarah bercadang membina sebuah taman rekreasi yang berbentuk segi empat tepat dengan panjangnya 63 m dan lebarnya 58 m . Setiap penjuru taman tersebut yang berbentuk sukuan bulatan berjejari 7 m akan ditanam dengan pokok bunga dan di tengah-tengah taman akan dibina sebuah kolam ikan yang berbentuk bulat dengan diameter 28 m . Kawasan yang lain akan ditanam dengan rumput karpet. Hitung luas kawasan yang

ditanam dengan rumput karpet. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

<p>Memahami masalah</p> <p>Jejari sukuan bulatan = 7 m Taman berbentuk segi empat tepat. Panjang = 63 m Lebar = 58 m Diameter kolam ikan = 28 m Hitung luas kawasan yang ditanam dengan rumput karpet.</p>	<p>Merancang strategi</p> <p>Luas taman rekreasi = panjang \times lebar Luas tanaman bunga = $4 \times \frac{1}{4} \pi j^2$ Luas kolam ikan = πj^2 Kawasan yang ditanam dengan rumput karpet = luas taman rekreasi – luas tanaman bunga – luas kolam ikan</p>
<p>Membuat kesimpulan</p> <p>Maka, kawasan yang ditanam dengan rumput karpet ialah $3\,654 \text{ m}^2 - 154 \text{ m}^2 - 616 \text{ m}^2 = 2\,884 \text{ m}^2$</p>	<p>Melaksanakan strategi</p> <p>(i) Luas taman rekreasi = $58 \times 63 = 3\,654 \text{ m}^2$ (ii) Luas tanaman bunga = $4 \times \frac{1}{4} \times \pi j^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154 \text{ m}^2$ (iii) Luas kolam ikan = $\pi j^2 = \frac{22}{7} \times 14^2 = 616 \text{ m}^2$</p>

JOM CUBA 5.3

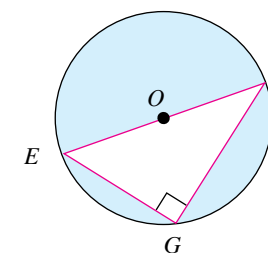
- Hitung lilitan bulatan yang mempunyai
 - jejari 7 cm .
 - jejari 56 cm .
 - diameter 9.2 cm .
 - diameter 98 mm .

Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- Diberi lilitan bulatan 24.5 cm . Hitung
 - diameter
 - jejari

Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = 3.142$)
- Hitung luas bulatan yang mempunyai jejari berikut.
 - 21 m
 - 56 mm
 - 7 cm
 - $1\frac{2}{5} \text{ cm}$

Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- Luas bagi sebuah bulatan ialah 38.5 cm^2 . Hitung
 - jejari
 - lilitan bagi bulatan

Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- Hitung luas bulatan, jika lilitan bulatan ialah 15.4 cm .
 Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
- Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O . Diberi $OF = 6.5 \text{ cm}$ dan $EG = 5 \text{ cm}$. Hitung luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = 3.142$)

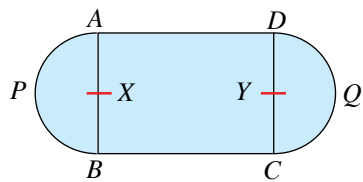


	Panjang lengkok(cm)	Sudut pada pusat
(a)	11	45°
(b)	4.3	35°
(c)	30.8	120°
(d)	110	200°

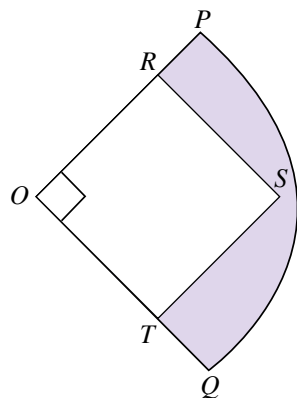
8. Diberi jejari dan luas sektor bulatan berikut, hitung sudut pada pusat bulatan.

	Jejari	Luas sektor
(a)	14 cm	18.48 cm ²
(b)	21 m	27.72 m ²
(c)	8.4 cm	15.4 cm ²

9. Rajah di bawah menunjukkan pelan bagi sebuah taman. *ABCD* ialah sebuah segi empat tepat. *APB* dan *DQC* ialah semi bulatan yang masing-masing berpusat di *X* dan *Y*. Diberi *AB* = 7 cm dan *AC* = 25 cm. Hitung perimeter, dalam cm, taman itu.



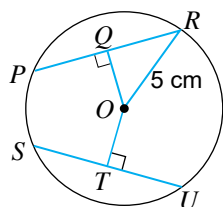
10. Rajah di bawah menunjukkan sukuan *OPQ* berpusat *O*. *ORST* ialah sebuah segi empat sama. Diberi *OP* = 10 cm dan *OR* = 7 cm. Hitung luas, dalam cm², kawasan yang berlorek. Berikan jawapan dalam π .



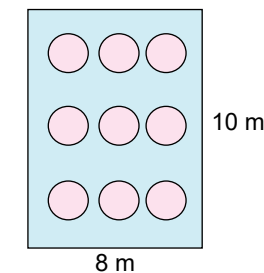
MENJANA KECEMERLANGAN

1. Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan berpusat *O*. *PQR* dan *STU* ialah garis lurus. Diberi *PQR* = *STU* = 6 cm, hitung panjang yang berikut.

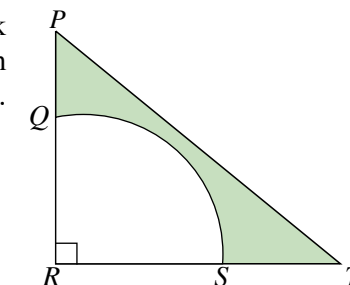
- (a) *PQ*
- (b) *ST*
- (c) *OT*



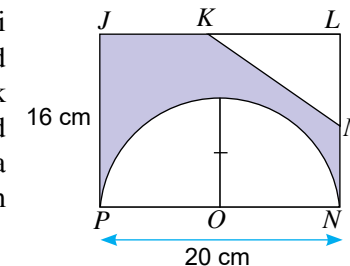
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah dewan makan yang berukuran 10 m panjang dan 8 m lebar yang dihamparkan dengan sembilan bidang permaidani berbentuk bulatan. Diameter satu permaidani itu berukuran 200 cm. Hitung luas, dalam meter persegi, kawasan lantai dewan yang tidak diliputi permaidani.



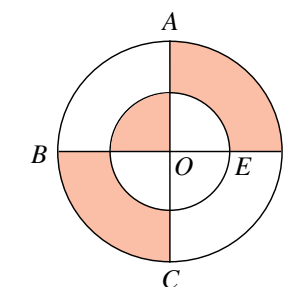
3. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga bersudut tegak *PRT*. *R* ialah pusat bagi sukuan itu. Diberi *RS* = 14 cm, *ST* = 10 cm dan *PQ* = 4 cm. Hitung perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)



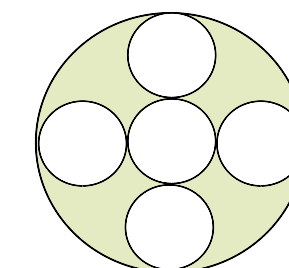
4. Rajah di sebelah menunjukkan sebidang tanah berbentuk segi empat tepat *JLNP* yang dimiliki oleh Encik Rashid. Encik Rashid telah membahagikan tanahnya kepada tiga bahagian. *K* ialah titik tengah bagi *JL* dan *M* ialah titik tengah bagi *LN*. Encik Rashid bercadang untuk menanam sayur di kawasan berbentuk segi tiga *KLM* dan semi bulatan. Hitung luas kawasan yang tidak ditanam dengan sayur. (Guna $\pi = 3.142$)



5. Kevin ingin membina satu papan panahan yang berbentuk bulatan. Papan panahan tersebut terdiri daripada dua bulatan yang berpusat di *O* dan tiga sektor yang berlorek seperti rajah di sebelah. Diameter *BOD* dan *AOC* adalah berserenjang antara satu sama lain. Diberi *OE* = *ED* = 10 cm. Hitung luas, dalam cm², kawasan berlorek. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)



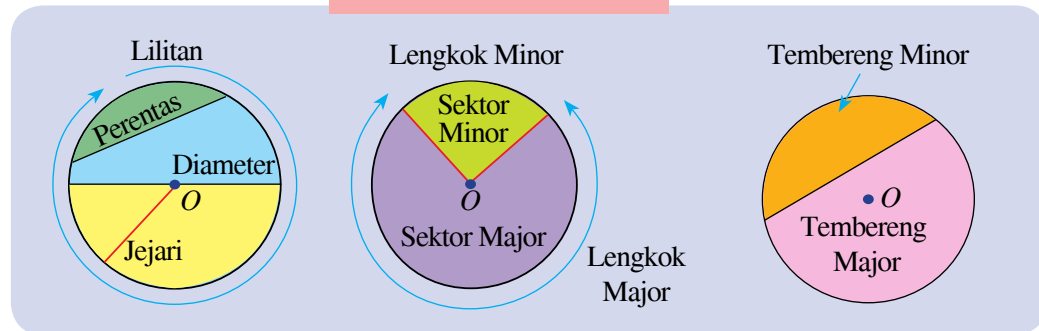
6. Di sebuah muzium terdapat tingkap berbentuk bulat yang dihiasi dengan gelung bulatan yang sama saiz seperti rajah di sebelah. Jejari tingkap tersebut ialah 45 cm. Hitung luas kawasan yang tidak dilitupi hiasan tersebut. (Guna $\pi = 3.142$)



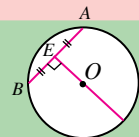
INTI PATI BAB

Bulatan

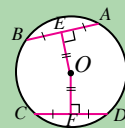
Bahagian Bulatan



Jejari yang berserenjang dengan perentas membahagi dua sama perentas itu dan begitu juga sebaliknya. Maka, $AE = BE$.

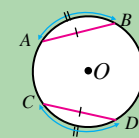


Dua perentas yang sama panjang adalah sama jarak dari pusat bulatan dan begitu juga sebaliknya.



Perentas yang sama panjang menghasilkan lengkok yang sama panjang dan begitu juga sebaliknya.

Lengkok $AB =$ Lengkok CD .



Rumus Bulatan

$$\begin{aligned} \text{Lilitan bulatan} &= \pi d \\ &= 2\pi j \end{aligned}$$

$$\text{Panjang lengkok} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi j$$

$$\text{Luas bulatan} = \pi j^2$$

$$\text{Luas sektor} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi j^2$$

REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



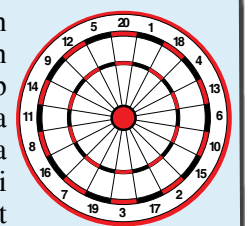
- Mengenal bahagian bulatan yang betul.
- Membina satu bulatan dan bahagian bulatan berdasarkan syarat yang diberikan.
- Menentusahkan dan menerangkan bahawa:
 - Diameter ialah paksi simetri bulatan.
 - Jejari yang berserenjang dengan perentas membahagi dua sama perentas itu dan sebaliknya.
 - Pembahagi dua sama serenjang dua perentas bertemu di pusat bulatan.
 - Perentas yang sama panjang menghasilkan lengkok yang sama panjang.
 - Perentas yang sama panjang adalah sama jarak dari pusat bulatan dan sebaliknya.
- Menentukan pusat dan panjang jejari bagi suatu bulatan melalui pembinaan geometri.
- Menyelesaikan masalah yang melibatkan sifat simetri perentas.
- Menentukan hubungan antara lilitan dengan diameter bulatan, dan seterusnya mentakrifkan π dan menerbitkan rumus lilitan bulatan.
- Menerbitkan rumus bulatan.
- Menentukan lilitan, luas bulatan, panjang lengkok, luas sektor dan ukuran lain yang berkaitan.
- Menyelesaikan masalah yang melibatkan bulatan.

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Tajuk: Permainan papan nombor

Anda dikehendaki membina satu papan nombor seperti rajah di sebelah. Papan nombor itu terdiri daripada empat bulatan yang mempunyai berlainan jejari seperti 5 cm, 15 cm, 20 cm dan 25 cm yang dibina pada pusat bulatan yang sama. Bulatan tersebut hendaklah dibahagikan kepada 20 sektor. Setiap sektor hendaklah dilabelkan dengan markah. Papan nombor ini boleh dibina menggunakan kad manila, kertas atau polistirena. Anak panah boleh dibina menggunakan kayu kecil yang dilekat dengan pita pelekat. Permainan ini boleh dimulakan dengan memaling anak panah ke arah papan tersebut untuk mendapat markah.



BAB 6

Bentuk Geometri Tiga Dimensi

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 6.1 Sifat Geometri Bentuk Tiga Dimensi
- 6.2 Bentangan Bentuk Tiga Dimensi
- 6.3 Luas Permukaan Bentuk Tiga Dimensi
- 6.4 Isi Padu Bentuk Tiga Dimensi

RANGKAI KATA

- Bentuk dua dimensi
- Bentuk tiga dimensi
- Sifat geometri
- Bentangan
- Luas permukaan
- Isi padu
- Rumus
- Keratan rentas
- *Two dimensional shape*
- *Three dimensional shape*
- *Geometrical characteristics*
- *Net*
- *Surface area*
- *Volume*
- *Formula*
- *Cross section*

Menara Tun Mustapha yang berbentuk silinder merupakan satu daripada mercu tanda kebanggaan rakyat Sabah. Bolehkah anda meneka luas permukaan dan isi padu menara tersebut?

Silinder merupakan satu daripada bentuk geometri tiga dimensi yang wujud di sekeliling kita. Perhatikan sekeliling anda dan nyatakan bentuk geometri tiga dimensi yang boleh anda dapati. Bandingkan bentuk geometri yang diperoleh rakan anda.



IMBASAN SILAM

Perkataan geometri berasal daripada dua perkataan Yunani, iaitu 'geo' yang bermaksud bumi dan 'metria' yang bermaksud ukuran. Kajian geometri direvolusi oleh Euclid yang mendapat gelaran sebagai 'Bapa Geometri'. Buku beliau yang bertajuk 'Elements' merupakan rujukan utama dalam pengajian matematik, terutama dalam bidang geometri pada pertengahan kurun ke-20.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms099

MASLAHAT BAB INI

- Pengetahuan dan kemahiran dalam bab ini dapat membantu arkitek dan jurutera untuk mereka bentuk dan melukis pelan sesebuah bangunan.
- Pereka dalaman juga mengaplikasikan ilmu pengetahuan dalam bab ini untuk menghasilkan landskap dan kerja-kerja rekaan hiasan dalaman yang menarik serta sesuai dengan keluasan ruang yang diperuntukkan.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengklasifikasikan bentuk tiga dimensi

Bahan:



Langkah:

1. Namakan bentuk geometri bagi setiap objek di atas.
2. Bandingkan dan nyatakan perbezaan objek di atas dari segi
 - (i) sifat permukaan
 - (ii) bentuk
3. Bincangkan pendapat anda dengan kawan.

Setiap objek yang ditunjukkan di atas mempunyai bentuk geometri tiga dimensi dengan sifat geometri yang tersendiri. Bentuk geometri dua dimensi seperti segi tiga, segi empat tepat dan poligon mempunyai panjang dan lebar. Selain itu bentuk geometri dua dimensi mempunyai permukaan yang rata. Bentuk tiga dimensi pula mempunyai panjang, lebar dan kedalaman. Bentuk ini mempunyai permukaan sama ada rata atau melengkung. Namun berbeza dengan bulatan kerana ia melibatkan jejari bulatan. Kita akan membincangkan sifat geometri bagi sesebuah bentuk geometri tiga dimensi dengan lebih lanjut dalam topik ini.

6.1 Sifat Geometri Bentuk Tiga Dimensi

6.1.1 Bentuk tiga dimensi

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Meneroka konsep bentuk dua dimensi dan tiga dimensi

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

1. Buka fail MS100 yang telah disediakan.
2. Seret penggelongsor *Buka* sehingga titik *Tutup*. Perhatikan perbezaan rajah dua dimensi dan tiga dimensi tersebut.
3. Ulang langkah 2 sehingga penggelongsor berada pada pola = 11.

Perbincangan:

Bincangkan perbezaan bentuk apabila rajah dua dimensi menjadi tiga dimensi.

Daripada aktiviti di atas, dapat disimpulkan bahawa bentuk tiga dimensi terbina daripada cantuman bentuk dua dimensi.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membandingkan, membezakan dan mengklasifikasikan bentuk tiga dimensi termasuk prisma, piramid, silinder, kon dan sfera, dan seterusnya menghuraikan sifat geometri prisma, piramid, silinder, kon dan sfera.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms100 untuk meneroka bentangan bentuk tiga dimensi.



Jadual di bawah menerangkan bentuk geometri tiga dimensi dan sifat-sifat geometri.

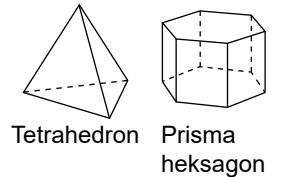
Bentuk Geometri	Sifat Geometri
<p>Prisma</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Mempunyai dua tapak rata berbentuk poligon yang kongruen dan selari. • Permukaan rata dengan muka lainnya berbentuk segi empat. • Mempunyai keratan rentas yang seragam.
<p>Piramid</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Mempunyai satu tapak rata berbentuk poligon. • Muka lainnya berbentuk segi tiga yang bertemu di puncak.
<p>Silinder</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Dua tapak rata berbentuk bulatan yang kongruen dan selari. • Satu permukaan sisi melengkung yang mencantumkan dua tapak.
<p>Kon</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Satu tapak rata berbentuk bulatan. • Mempunyai satu puncak • Satu permukaan melengkung menyambungkan tapak dengan puncak.
<p>Sfera</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Semua titik pada permukaan sfera mempunyai satu titik tetap berjarak sama dari pusat sfera. • Mempunyai satu permukaan melengkung.

IMBAS KEMBALI

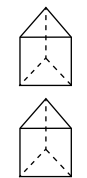
Kongruen bermaksud perihal yang mempunyai saiz dan bentuk yang sama.

TAHUKAH ANDA ?

Piramid dan prisma dinamakan mengikut bentuk tapak.



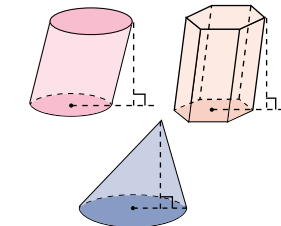
Tetrahedron Prisma heksagon



Prisma segi tiga

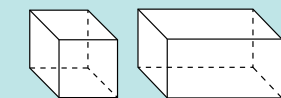
TAHUKAH ANDA ?

Bentuk geometri serong



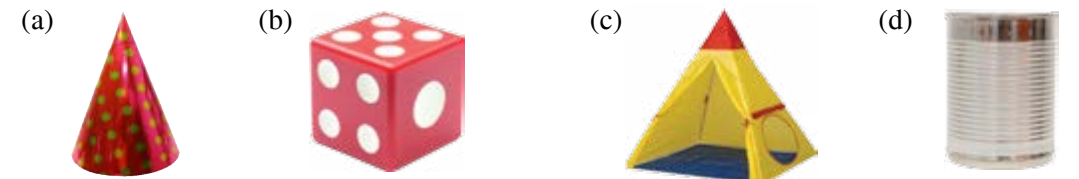
JOM FIKIR

Adakah kubus dan kuboid merupakan sebuah prisma?



JOM CUBA 6.1

1. Nyatakan sifat geometri bagi objek tiga dimensi berikut.



2. Nyatakan bentuk tiga dimensi yang mempunyai sifat geometri seperti berikut.
 - (a) Mempunyai satu puncak dengan satu permukaan melengkung.
 - (b) Mempunyai satu puncak dengan tapaknya berbentuk poligon.
 - (c) Semua titik di permukaannya mempunyai jarak yang sama dari pusat objek.

6.2 Bentangan Bentuk Tiga Dimensi

6.2.1 Bentangan

Bentangan suatu bentuk tiga dimensi diperoleh dengan membuka dan membentangkan setiap permukaan objek tiga dimensi menjadi dua dimensi.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menganalisis bentangan kon, silinder, prisma dan piramid

Bahan: Perisian geometri dinamik, gunting dan pita pelekat

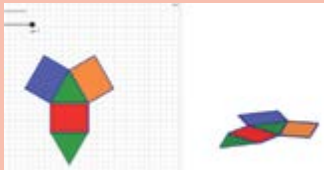
Langkah:



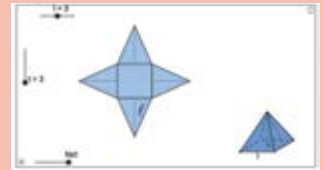
Bentangan Kon



Bentangan Silinder



Bentangan Prisma



Bentangan Piramid

1. Buka fail MS102A yang telah disediakan.
2. Seret penggelongsor bagi setiap bentangan dan perhatikan semua bentangan tersebut.
3. Buka fail MS102B dan mencetaknya.
4. Gunting bentangan itu.
5. Lipat bentangan itu di sepanjang garis putus-putus.
6. Gunakan pita pelekat untuk menetapkan bentuk tiga dimensi.

Contohnya:



Langkah 4



Langkah 5



Langkah 6

STANDARD PEMBELAJARAN

Menganalisis pelbagai bentangan termasuk piramid, prisma, silinder dan kon, dan seterusnya melukis bentangan dan membina model.

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms102a di bawah untuk menganalisis bentangan bentuk tiga dimensi.



QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms102b di bawah untuk memuat turun fail *bentangan.pdf*.



TAHUKAH ANDA ?

Sebuah kubus dapat memuatkan enam buah piramid dengan tapak segi empat yang bersaiz sama.

Perbincangan:

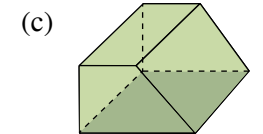
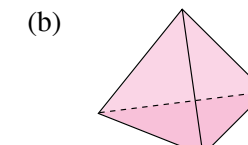
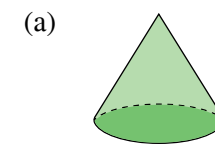
- (i) Adakah bentangan bentuk tiga dimensi boleh dipelbagaikan?
- (ii) Lakarkan pelbagai bentangan kubus.

Daripada aktiviti di sebelah dapat disimpulkan bahawa susunan bentangan bentuk tiga dimensi boleh dipelbagaikan. Jadual di bawah menunjukkan bentuk geometri tiga dimensi dan bentangannya.

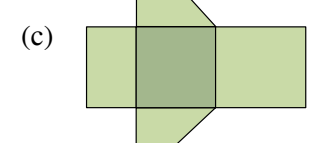
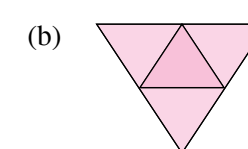
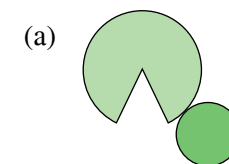
Bentuk Geometri	Bentangan

CONTOH 1

Lakarkan bentangan bagi bentuk geometri tiga dimensi berikut.

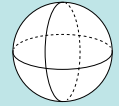


Penyelesaian:



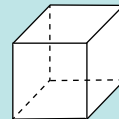
JOM FIKIR

Apakah bentuk bentangan sebuah sfera?



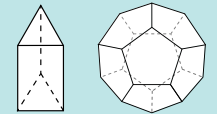
JOM FIKIR

Berapakah bentuk bentangan yang berbeza bagi sebuah kubus?



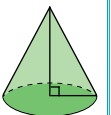
JOM FIKIR

Apakah bentuk bentangan prisma yang berikut?



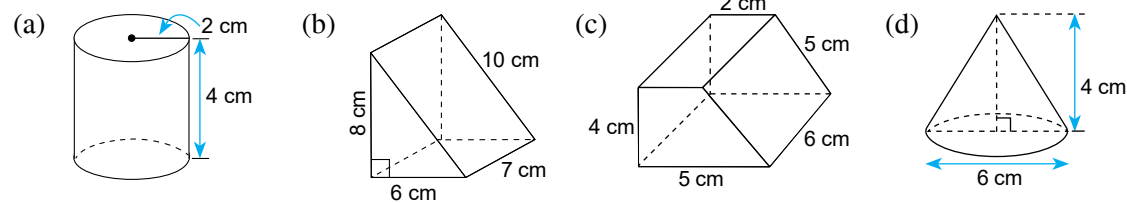
TAHUKAH ANDA ?

Kon dihasilkan dengan putaran sebuah segi tiga bersudut tepat.

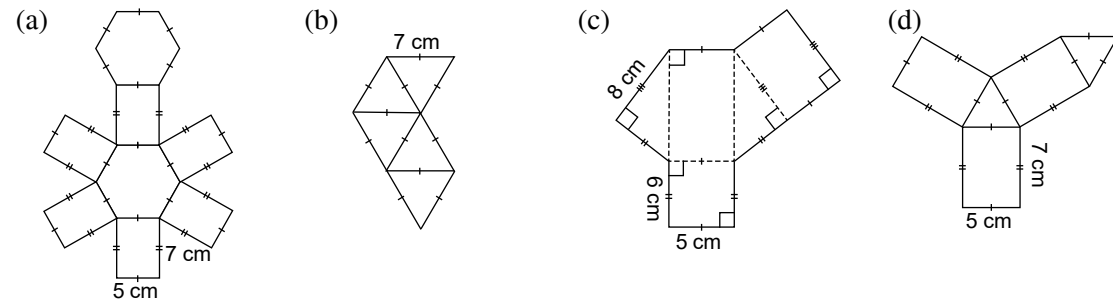


JOM CUBA 6.2

1. Dengan menggunakan kertas grid 1 cm persegi, lukis bentangan dan bina model setiap bentuk tiga dimensi berikut.



2. Nyatakan bentuk tiga dimensi yang boleh dibina daripada bentangan berikut. Bina model sebenar.



6.3 Luas Permukaan Bentuk Tiga Dimensi

6.3.1 Luas permukaan kubus, kuboid, piramid, prisma, silinder dan kon

RANGSANGAN MINDA Individu

Tujuan: Menentukan luas permukaan bentuk geometri tiga dimensi

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

Isi petak kosong dengan bilangan muka setiap bentuk geometri tiga dimensi berikut.

Bentuk	Bentangan	Luas Permukaan
Kubus		□ × luas segi empat sama
Kuboid		□ × luas segi empat tepat + □ × luas segi empat sama

STANDAR PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus luas permukaan kubus, kuboid, piramid, prisma, silinder dan kon, dan seterusnya menentukan luas permukaan bentuk tersebut.

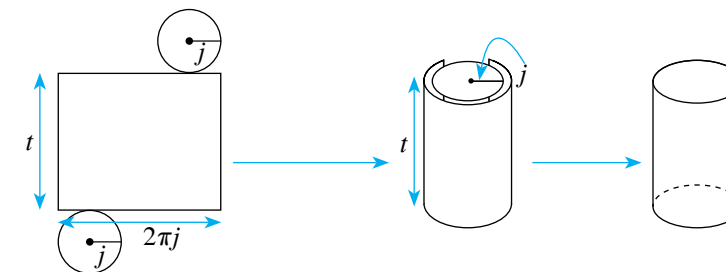
Piramid 		□ × luas segi empat sama + □ × luas segi tiga
Prisma 		□ × luas segi tiga + □ × luas segi empat
Silinder 		□ × luas bulatan + □ × luas segi empat tepat
Kon 		□ × luas bulatan + □ × luas permukaan melengkung

Perbincangan:

Rumus luas permukaan setiap bentuk objek tiga dimensi di atas.

Luas permukaan bentuk geometri tiga dimensi dapat dihitung dengan menjumlahkan luas semua permukaan bentuk geometri tiga dimensi tersebut.

► Luas permukaan sebuah silinder tertutup dihitung daripada bentangan silinder



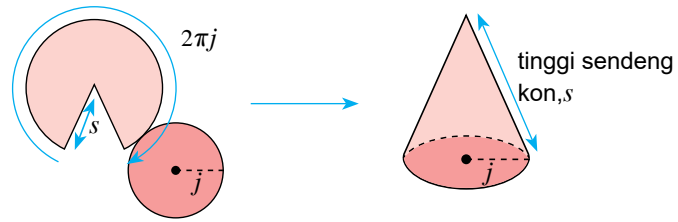
TAHUKAH ANDA?
Kubus juga dikenali sebagai heksahedron kerana kubus mempunyai enam permukaan.

Daripada bentangan silinder, panjang segi empat ialah lilitan bulatan dan lebar segi empat ialah tinggi silinder.

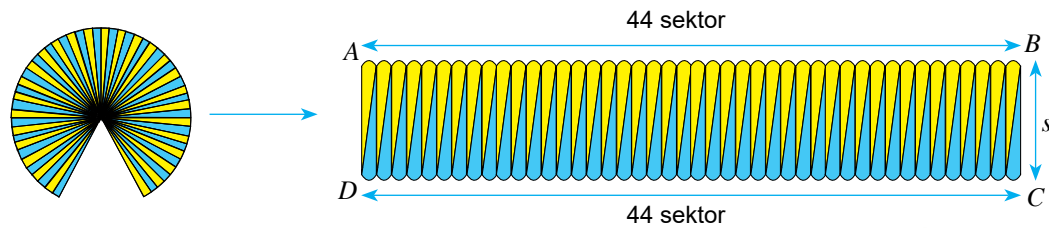
$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan silinder} &= (2 \times \text{luas bulatan}) + \text{luas segi empat} \\ &= (2 \times \pi j^2) + (2\pi j \times t) \\ &= 2\pi j^2 + 2\pi jt \end{aligned}$$

IMBAS KEMBALI
Luas bulatan = πj^2
Lilitan bulatan = $2\pi j$

► Luas permukaan sebuah kon tertutup dihitung daripada bentangan kon



Potong permukaan melengkung kepada 88 sektor yang sama saiz, kemudian susun seperti dalam rajah di bawah.



Rajah berbentuk segi empat ABCD terhasil. Hasil tambah panjang AB dan CD ialah lilitan tapak kon,

$$AB + CD = \text{Lilitan tapak} = 2\pi j$$

Maka, panjang AB = Panjang CD

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 2\pi j \\ &= \pi j \end{aligned}$$

Luas permukaan melengkung = Luas segi empat ABCD

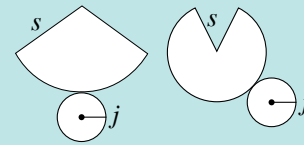
$$\begin{aligned} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= AB \times BC \\ &= \pi j \times s \\ &= \pi js \end{aligned}$$

Luas bulatan, tapak = πj^2

Luas permukaan kon = Luas tapak + Luas permukaan melengkung = $\pi j^2 + \pi js$

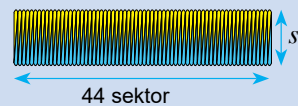
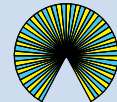
JOM FIKIR

Apakah beza dua bentangan berikut?



TIP

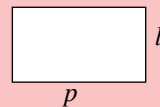
Potong permukaan melengkung kepada 88 sektor yang sama saiz:



Semakin kecil bahagian permukaan melengkung dipotong, susunan potongan bahagian semakin menyerupai bentuk segi empat dan ukuran dimensinya semakin tepat.

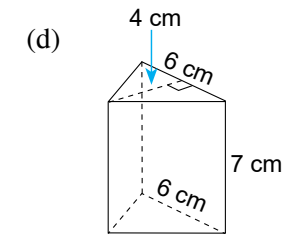
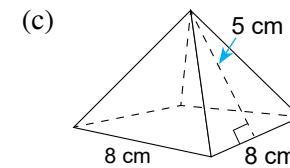
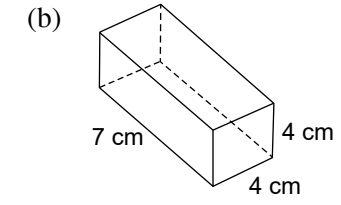
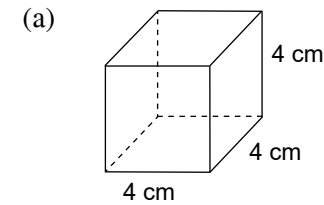
IMBAS KEMBALI

Luas segi empat = panjang × lebar



CONTOH 2

Hitung luas permukaan bentuk geometri berikut.



Penyelesaian:

(a) Luas permukaan kubus = $6 \times \text{luas segi empat sama} = 6 \times (4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) = 6 \times 16 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$

(b) Luas permukaan kuboid = $(4 \times \text{luas segi empat tepat}) + (2 \times \text{luas segi empat sama}) = (4 \times 4 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}) + (2 \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) = (4 \times 28 \text{ cm}^2) + (2 \times 16 \text{ cm}^2) = 144 \text{ cm}^2$

(c) Luas permukaan piramid = $(4 \times \text{luas segi tiga}) + (\text{luas segi empat sama}) = 4 \left(\frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \right) + (8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}) = 80 \text{ cm}^2 + 64 \text{ cm}^2 = 144 \text{ cm}^2$

TAHUKAH ANDA?

Perisian Autocad boleh digunakan untuk mencari luas permukaan sesuatu bentuk geometri.

TIP

Bentuk dua dimensi ialah bentuk yang mempunyai dua ukuran asas, iaitu panjang dan lebar yang akan membentuk luas permukaan. Bentuk dua dimensi tidak mempunyai isi padu.

Bentuk tiga dimensi mempunyai tiga ukuran asas, iaitu panjang, lebar dan tinggi. Bentuk tiga dimensi mempunyai isi padu.

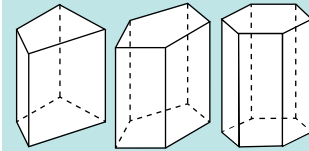
TAHUKAH ANDA?

Terdapat dua jenis pepejal, polihedron dan bukan polihedron. Sebuah polihedron ialah pepejal dengan permukaan rata dan setiap muka ialah poligon. Pepejal bukan polihedron ialah pepejal melengkung seperti sfera, silinder dan kon.

(d) Luas permukaan prisma
 = (3 × luas tapak segi empat) + (2 × luas segi tiga)
 = [(1 × 6 cm × 7 cm) + (2 × 5 cm × 7 cm)] +
 2 ($\frac{1}{2}$ × 4 cm × 6 cm)
 = 42 cm² + 70 cm² + 24 cm²
 = 136 cm²

JOM FIKIR

Bagaimanakah cara menghitung luas permukaan prisma-prisma berikut?

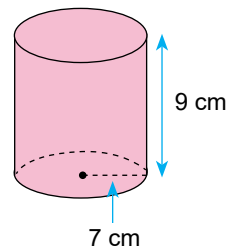


CONTOH 3

Hitung luas permukaan silinder di sebelah. Diberi jejari bulatan ialah 7 cm. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

Luas permukaan silinder = $2\pi j^2 + 2\pi jt$
 = $(2 \times \frac{22}{7} \times 7^2) + (2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 9)$
 = 308 cm² + 396 cm²
 = 704 cm²

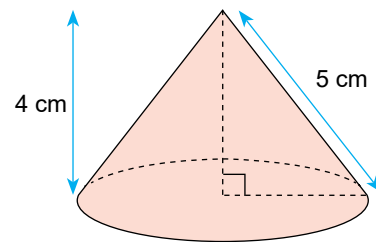


CONTOH 4

Rajah menunjukkan sebuah kon tegak. Diberi jejari bulatan ialah 3 cm. Hitung luas permukaan kon. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

Luas permukaan kon = $\pi j^2 + \pi js$
 = $(\frac{22}{7} \times 3^2) + (\frac{22}{7} \times 3 \times 5)$
 = 28.29 cm² + 47.14 cm²
 = 75.43 cm²



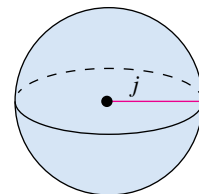
STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan luas permukaan sfera dengan menggunakan rumus.

JOM FIKIR

Bentuk sfera wujud dalam alam sekitar seperti buah dan titisan air. Bolehkah anda fikirkan contoh yang lain?

Luas permukaan sfera = $4\pi j^2$

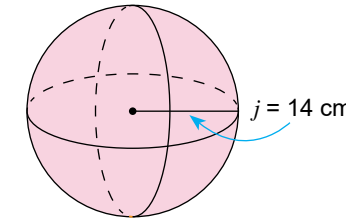


CONTOH 5

Rajah menunjukkan sebuah sfera. Hitung luas permukaan sfera tersebut. Diberi jejari = 14 cm. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

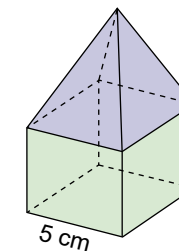
Luas permukaan = $4\pi j^2$
 = $4 \times \frac{22}{7} \times 14^2$
 = 2 464 cm²



6.3.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 6

Rajah menunjukkan sebuah bongkah, gabungan piramid dan kubus. Tinggi bongkah adalah 11 cm. Hitung luas permukaan gabungan bentuk geometri tiga dimensi tersebut. Nyatakan jawapan dalam unit m².



Penyelesaian:

Memahami masalah

Menghitung luas permukaan bentuk gabungan geometri tiga dimensi.

Merancang strategi

- (i) Menentukan bentuk yang terlibat.
- (ii) Menentukan rumus luas permukaan bagi setiap bentuk yang terlibat.

Membuat kesimpulan

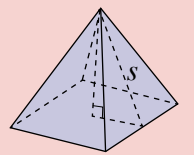
$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$
 $\therefore \frac{190 \text{ cm}^2}{10\,000 \text{ cm}^2} \times 1 \text{ m}^2 = 0.019 \text{ m}^2$

Luas permukaan bentuk gabungan tersebut ialah 0.019 m².

Melaksanakan strategi

Bentuk yang terlibat ialah kubus dan piramid. Jumlah luas permukaan

= 5 × (luas segi empat) + 4 × (luas segi tiga)
 = 5(5 × 5) + 4 ($\frac{1}{2}$ × 5 × 6.5)
 = 125 + 65
 = 190 cm²



$s = \text{tinggi sendeng piramid}$
 = $\sqrt{6^2 + 2.5^2}$
 = 6.5 cm

TIP

- 1 m = 100 cm
- 1 m² = 1 m × 1 m
- = 100 cm × 100 cm
- = 10 000 cm²

JOM FIKIR

Sfera
 $v = \frac{\pi d^3}{6}$

Kubus
 $v = a^3$

Silinder
 $v = \frac{\pi d^2 t}{4}$

Segi empat prisma
 $v = abt$

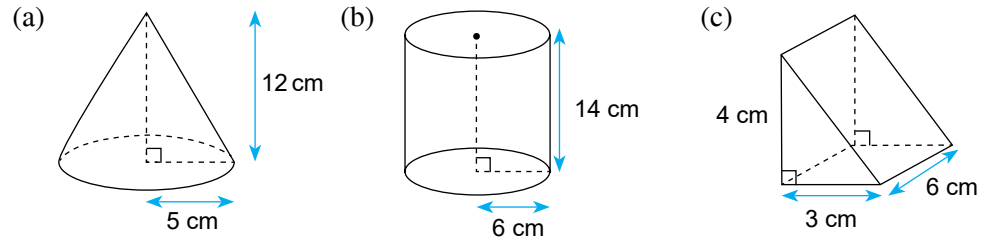
Bolehkah rumus di atas digunakan untuk menghitung isi padu?

STANDARD PEMBELAJARAN

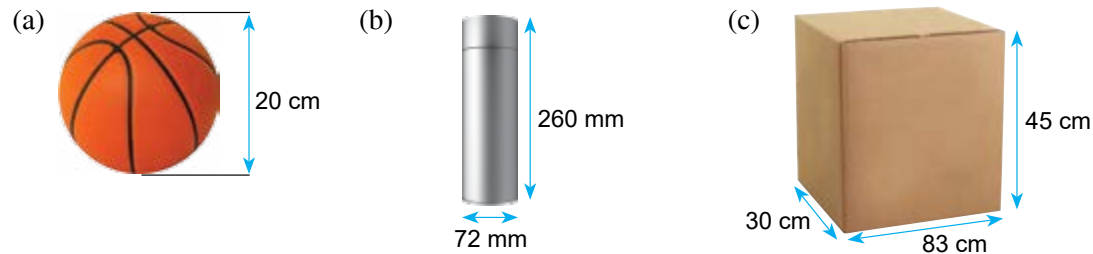
Menyelesaikan masalah yang melibatkan luas permukaan bentuk tiga dimensi.

JOM CUBA 6.3

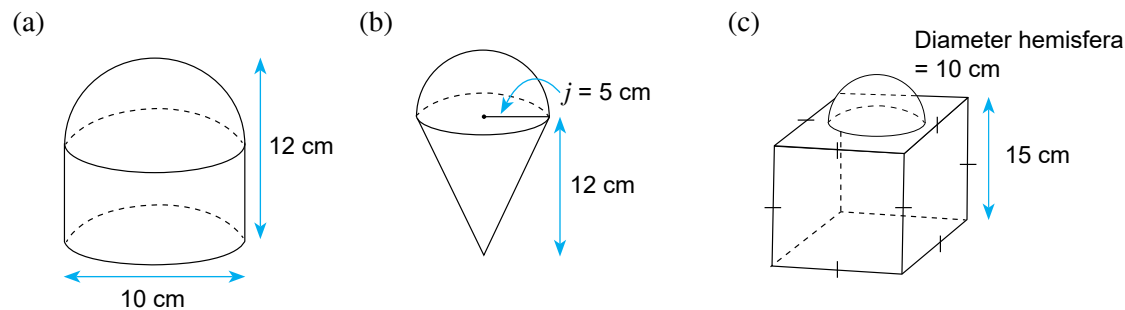
1. Hitung luas permukaan objek bentuk geometri tiga dimensi berikut.



2. Hitung luas permukaan objek berikut.



3. Hitung luas permukaan gabungan bentuk geometri tiga dimensi berikut.

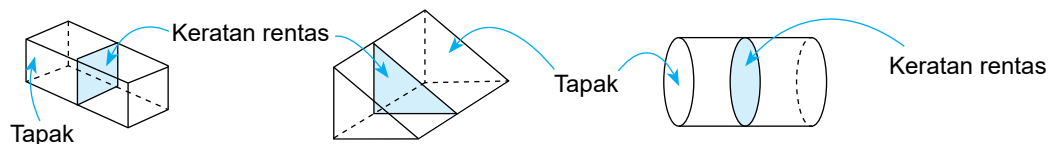


6.4 Isi Padu Bentuk Tiga Dimensi

6.4.1 Menerbitkan rumus

► Isi padu prisma dan silinder

Isi padu suatu bentuk geometri tiga dimensi ialah ukuran ruang yang memenuhi bentuk geometri tiga dimensi tersebut. Bentuk ini diukur dalam unit padu seperti milimeter padu (mm³), sentimeter padu (cm³) atau meter padu (m³). Perhatikan bentuk geometri tiga dimensi di bawah. Apakah hubungan antara keratan rentas dengan tapak?



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus isi padu prisma dan silinder, dan seterusnya membentuk rumus piramid dan kon.

TAHUKAH ANDA?

Kuboid ialah sejenis prisma.

► Isi padu prisma

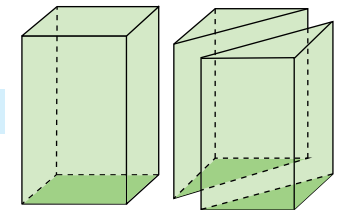
Perhatikan bentuk kuboid di bawah.

$$\begin{aligned} \text{Isi padu kuboid} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \times \text{tinggi} \\ &= \text{luas tapak} \times \text{tinggi} \end{aligned}$$

Kuboid tersebut dipotong kepada dua bahagian yang sama saiz melalui pepenjurunya. Dua buah prisma segi tiga terhasil. Hubungan antara isi padu kuboid dengan isi padu prisma segi tiga ialah

$$\begin{aligned} \text{Isi padu prisma segi tiga} &= \frac{1}{2} \times \text{isi padu kuboid} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{panjang} \times \text{lebar} \times \text{tinggi} \end{aligned}$$

luas segi tiga



Maka, **Isi padu prisma = luas keratan rentas × tinggi**

► Isi padu silinder



Rajah di atas menunjukkan sekeping syiling berbentuk sebuah bulatan. Jika 10 keping syiling disusun menegak akan menghasilkan sebuah silinder.

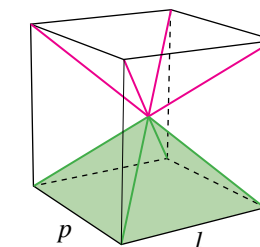
Maka, isi padu silinder = luas tapak × tinggi
 $= \pi j^2 \times t$

Isi padu silinder = $\pi j^2 t$

► Isi padu piramid

Perhatikan sebuah kubus yang mempunyai panjang (p), lebar (l) dan tinggi (t). Enam buah piramid yang sama saiz boleh dimuatkan ke dalam kubus dengan luas tapak piramid sama seperti luas tapak kubus dan ketinggian piramid adalah separuh daripada ketinggian kubus.

$$\begin{aligned} \text{Luas tapak piramid} &= p \times l \\ \text{Tinggi piramid} &= \frac{t}{2} \\ \text{maka, tinggi kubus, } t &= 2 \times \text{tinggi piramid} \\ \text{Isi padu piramid} &= \frac{\text{Isi padu kubus}}{6} \end{aligned}$$



JOM FIKIR

Bolehkah aktiviti yang sama dijalankan menggunakan piramid bertapak segi empat sama dan kuboid?

$$\begin{aligned} &= \frac{p \times l \times t}{6} \\ &= \frac{p \times l \times (2 \times \text{tinggi piramid})}{6} \\ &= \frac{p \times l \times \text{tinggi piramid}}{3} \\ &= \frac{\text{Luas tapak piramid} \times \text{tinggi piramid}}{3} \end{aligned}$$

Maka,

Isi padu piramid = $\frac{1}{3} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi}$

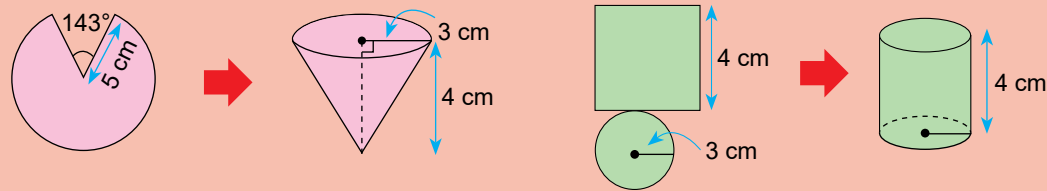
► Isi padu kon

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menerbitkan rumus isi padu kon
Bahan: Kad manila, gunting, gam dan sagu halus
Langkah:

1. Bina sebuah kon terbuka dan silinder terbuka dengan ukuran tinggi tegak dan luas tapak yang sama seperti dalam rajah di bawah.



2. Masukkan sagu halus ke dalam kon sehingga penuh.
3. Tuang sagu dari kon ke dalam silinder.
4. Ulang langkah 2 dan 3 sehingga sagu penuh di dalam silinder. Berapakah bilangan kon yang diperlukan?

Perbincangan:

- (i) Bandingkan perbezaan keputusan yang anda peroleh dengan keputusan kawan anda.
- (ii) Bincangkan hubungan antara isi padu kon dengan silinder.

Daripada aktiviti di atas, didapati anda memerlukan 3 kon sagu halus untuk memenuhi silinder. Oleh itu, $3 \times$ isi padu kon = $1 \times$ isi padu silinder

$$\text{Isi padu kon} = \frac{1}{3} \times \text{isi padu silinder}$$

Maka, $\text{Isi padu kon} = \frac{1}{3} \pi j^2 t$

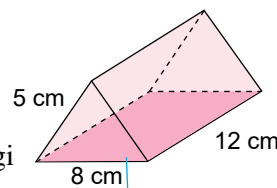
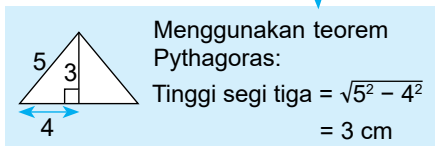
6.4.2 Menghitung isi padu

CONTOH 7

Hitung isi padu prisma tegak di sebelah.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Isi padu prisma} &= \text{Luas keratan rentas} \times \text{Tinggi} \\ &= \text{Luas segi tiga} \times \text{Tinggi} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}\right) \times 12 \text{ cm} \\ &= 144 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan isi padu prisma, silinder, kon, piramid dan sfera dengan menggunakan rumus.

IMBAS KEMBALI

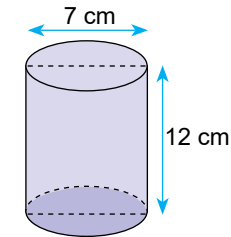
- Unit SI bagi:
- (i) Luas ialah cm^2 (sentimeter persegi)
 - (ii) Isi padu ialah cm^3 (sentimeter padu)

CONTOH 8

Hitung isi padu silinder tegak di sebelah. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Isi padu silinder} &= \text{Luas keratan rentas} \times \text{Tinggi} \\ &= \pi j^2 t \\ &= \left(\frac{22}{7} \times 3.5 \text{ cm} \times 3.5 \text{ cm}\right) \times 12 \text{ cm} \\ &= 462 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

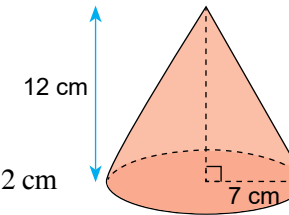


CONTOH 9

Hitung isi padu kon tegak di sebelah. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

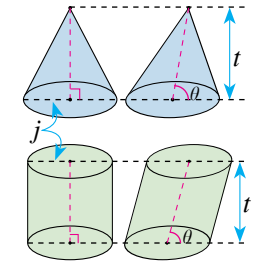
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Isi padu kon} &= \frac{1}{3} \times \text{Luas tapak} \times \text{Tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \pi j^2 t \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{22}{7} \times 7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}\right) \times 12 \text{ cm} \\ &= 616 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



TAHUKAH ANDA ?

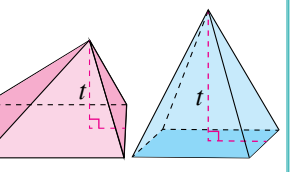
Isi padu objek tiga dimensi berbentuk serong.



t = tinggi kon
 B = luas tapak

$$I = \frac{1}{3} Bt$$

$$I = \frac{1}{3} \pi j^2 t$$



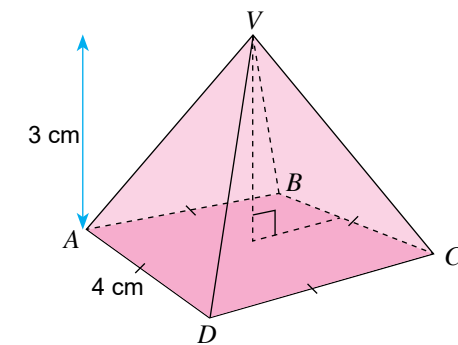
$$\text{Isi padu} = \frac{1}{3} Bt$$

CONTOH 10

Hitung isi padu piramid tegak di sebelah.

Penyelesaian:

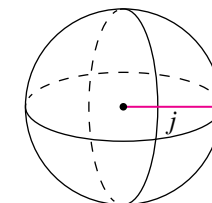
$$\begin{aligned} \text{Isi padu piramid} &= \frac{1}{3} \times \text{Luas tapak} \times \text{Tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \times (4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) \times 3 \text{ cm} \\ &= 16 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



► **Isi padu sfera**

Sfera ialah satu bentuk geometri tiga dimensi yang mempunyai satu titik tetap yang dikenali sebagai pusat sfera. Semua titik pada permukaannya mempunyai jarak yang sama dari pusat sfera. Isi padu sfera yang mempunyai jejari, j ialah

$$\text{Isi padu sfera} = \frac{4}{3} \pi j^3$$

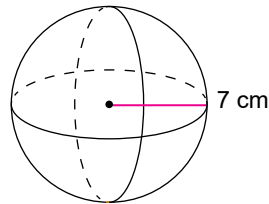


CONTOH 11

Hitung isi padu sfera berjari 7 cm. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Isi padu sfera} &= \frac{4}{3} \pi j^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \\ &= 1\,437.33 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



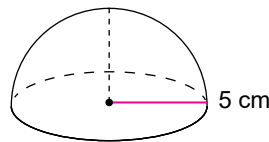
CONTOH 12

Hitung isi padu hemisfera berjari 5 cm. Berikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)

Penyelesaian:

Isi padu hemisfera = $\frac{1}{2} \times$ Isi padu sfera

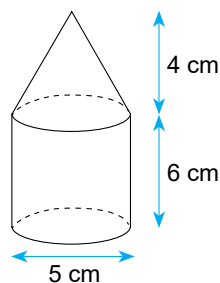
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi j^3 \\ &= \frac{2}{3} \pi j^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \\ &= 261.90 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



6.4.3 Penyelesaian masalah

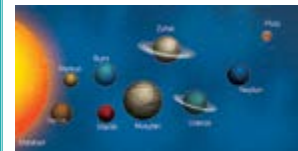
CONTOH 13

Salim seorang pengusaha aiskrim secara kecil-kecilan. Dia menjual aiskrimnya di dalam bekas seperti rajah di bawah. Jika dia menetapkan sasaran untuk menjual 10 000 bekas sebulan, berapa liter aiskrim yang diperlukan dalam tempoh sebulan? Bundarkan jawapan kepada liter yang terhampir. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)



TAHUKAH ANDA ?

Sistem suria terdiri daripada matahari dan beberapa planet yang berbentuk sfera. Ini termasuk planet Bumi. Perhatikan kedudukan Bumi dalam sistem suria.



Jejari setiap planet,
Merkuri = 2 423 km
Venus = 6 059 km
Bumi = 6 378 km
Pluto = 1 180 km
Marikh = 3 394 km

JOM FIKIR

Bola besi yang digunakan dalam pertandingan lontar peluru mempunyai jejari 4.9 cm. Ketumpatan logam yang digunakan untuk membuat bola besi adalah 7.8 g/cm³. Hitung jisim bola besi tersebut.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan isi padu bentuk tiga dimensi.

TAHUKAH ANDA ?

Kementerian Kesihatan Malaysia menganjurkan pemakanan secara sihat dalam kalangan rakyat Malaysia dengan pengambilan kalori yang betul mengikut umur dan keperluan harian individu. Nilai kalori makanan yang diperlukan oleh remaja lelaki berumur 13 – 15 tahun ialah 2 200 kalori sehari manakala remaja perempuan berumur 13 – 15 tahun memerlukan 1 800 kalori makanan sehari.

Penyelesaian:

Memahami masalah

Menghitung isi padu air yang diperlukan untuk membuat 10 000 bekas aiskrim dalam liter yang terhampir.

Merancang strategi

- (i) Menentukan isi padu satu bekas.
- (ii) Menentukan jumlah isi padu 10 000 bekas.

Membuat kesimpulan

$$\begin{aligned} 1 \text{ liter} &= 1\,000 \text{ cm}^3 \\ 1\,440\,500 \text{ cm}^3 &= \frac{1\,440\,500 \text{ cm}^3}{1\,000 \text{ cm}^3} \times 1 \text{ liter} \\ &= 1\,440.5 \text{ liter} \end{aligned}$$

Maka, 1 440.5 liter ais krim diperlukan.

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \text{Isi padu silinder} &= \pi j^2 t \\ &= \frac{22}{7} \times 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \\ &= 117.86 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

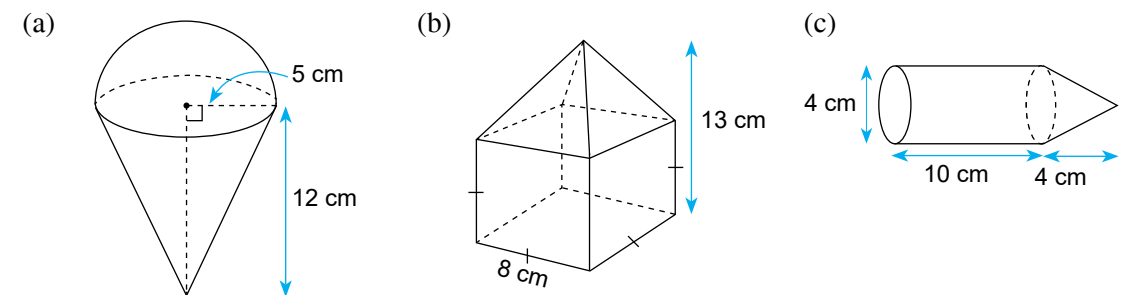
$$\begin{aligned} \text{Isi padu kon} &= \frac{1}{3} \times \pi j^2 t \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \\ &= 26.19 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, isi padu bekas} &= 117.86 \text{ cm}^3 + 26.19 \text{ cm}^3 \\ &= 144.05 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

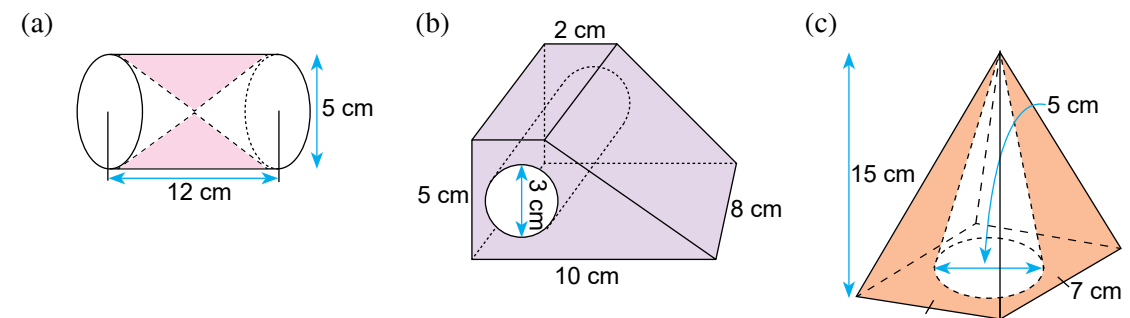
$$\begin{aligned} \text{Jumlah isi padu 10 000 bekas} &= 10\,000 \times 144.05 \text{ cm}^3 \\ &= 1\,440\,505 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

JOM CUBA 6.4

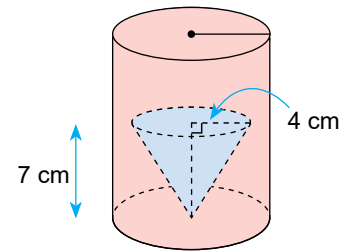
1. Hitung isi padu bentuk berikut.



2. Hitung isi padu kawasan berlorek.

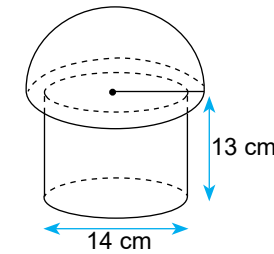


3. Ali menuang air ke dalam sebuah bekas berbentuk silinder yang berjari 7 cm dan tingginya 15 cm sehingga penuh. Setelah itu, sebuah pepejal berbentuk kon dimasukkan sepenuhnya ke dalam silinder itu seperti rajah. Selepas seketika, pepejal kon tersebut dikeluarkan dari silinder. Hitung isi padu baki air yang tertinggal di dalam silinder itu.



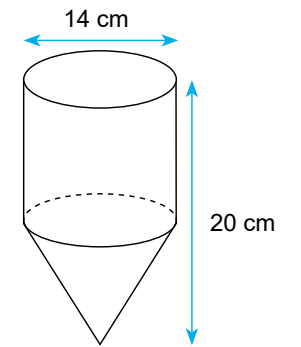
4. Sebuah blok logam piramid dengan tapak segi empat sama bersaiz 15 cm dan tinggi 10 cm dileburkan untuk menghasilkan beberapa biji bebola sfera yang berjari 5 mm. Berapakah jumlah blok piramid yang diperlukan untuk menghasilkan 2 850 bebola sfera tersebut?

4. Perhatikan rajah di bawah. Diameter hemisfera tersebut ialah 22 cm, hitung
 (a) isi padu gabungan bentuk geometri tiga dimensi di bawah.
 (b) jumlah bilangan guli dengan isi padu 343 mm^3 yang boleh dimasukkan ke dalam bekas tersebut.



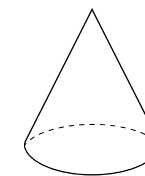
5. Seorang pelukis ingin membuat lukisan penuh pada permukaan sebuah tembikar hiasan yang berbentuk silinder. Tembikar berbentuk silinder tersebut mempunyai ketinggian 10 cm dan jejari 3.5 cm. Jika satu tiub warna dapat menghasilkan lukisan seluas 100 cm^2 , berapakah bilangan tiub warna yang diperlukan untuk membuat lukisan penuh pada 10 buah tembikar yang sama jenis?

6. Rajah di sebelah menunjukkan gabungan silinder dan kon. $\frac{1}{2}$ kg gula dapat menghasilkan 1 liter air gula untuk dibuat manisan mengikut bentuk tersebut. Jika tinggi silinder ialah dua kali jejari silinder, berapakah jumlah manisan yang dapat dihasilkan dengan 100 kg gula?

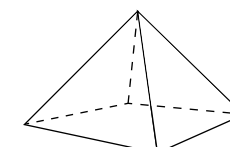


7. Sebuah silinder terbuka di bahagian atas dengan ketinggian dua kali jejari tapaknya, diisikan air sehingga tiga perempat penuh. Sebanyak 539 ml air diperlukan lagi untuk memenuhi silinder tersebut. Hitung luas, dalam unit cm^2 , permukaan silinder. (Guna $\pi = \frac{22}{7}$)
8. Rajah di bawah menunjukkan satu bongkah kon dan satu bongkah piramid. Isi padu piramid ialah tiga kali ganda isi padu kon. Luas tapak piramid ialah dua kali ganda luas tapak kon. Hitung jumlah tinggi kon dan tinggi piramid, jika tinggi kon ialah 18 cm.

(Guna $\pi = \frac{22}{7}$)



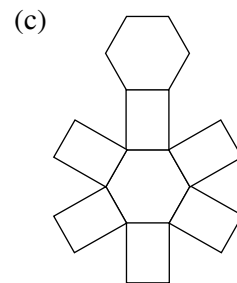
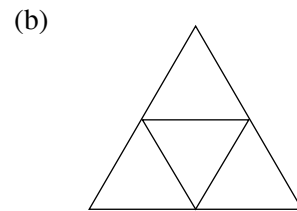
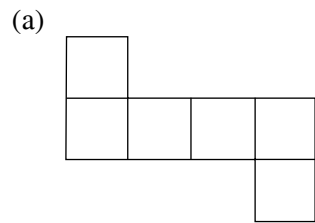
kon



piramid

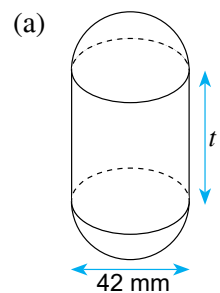
MENJANA KECEMERLANGAN

1. Nyatakan bentuk asal bentangan berikut.

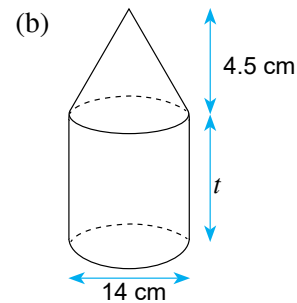


2. Sebuah botol air berbentuk silinder dengan ketinggian 20 cm dan diameter 5.5 cm diisi air hingga penuh. Vincent ingin memindahkan air di dalam botol itu ke dalam sebuah bekas berbentuk kubus. Nyatakan panjang minimum sisi kubus tersebut.

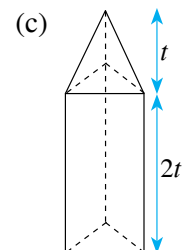
3. Diberi isi padu gabungan bentuk geometri tiga dimensi berikut, hitung nilai t .



Isi padu = $122\,000 \text{ mm}^3$

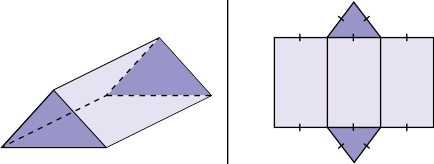
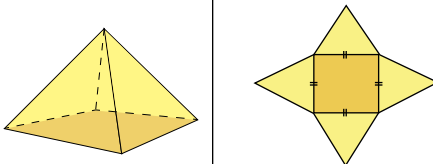
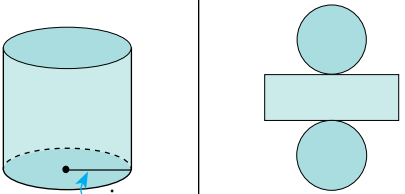
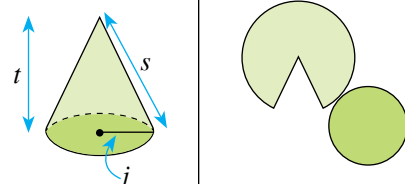
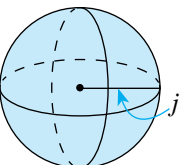


Isi padu = $1\,540 \text{ cm}^3$



luas keratan rentas prisma = 325 cm^2
 Isi padu = $6\,825 \text{ cm}^3$

INTI PATI BAB

Bentuk geometri	Bentangan	Luas permukaan	Isi padu
Prisma 		$(2 \times \text{luas segi tiga}) +$ $(3 \times \text{luas segi empat})$	Luas keratan rentas \times tinggi
Piramid 		Luas tapak + $(4 \times \text{luas segi tiga})$ $= (\text{panjang} \times \text{lebar}) +$ $4 \left(\frac{1}{2} \times \text{tapak} \times \text{tinggi} \right)$	$\frac{1}{3} \times \text{luas tapak} \times \text{tinggi}$
Silinder 		$2\pi j^2 + 2\pi jt$	$\pi j^2 t$
Kon 		$\pi j^2 + \pi js$	$\frac{1}{3} \pi j^2 t$
Sfera 		$4\pi j^2$	$\frac{4}{3} \pi j^3$

REFLEKSI DIRI

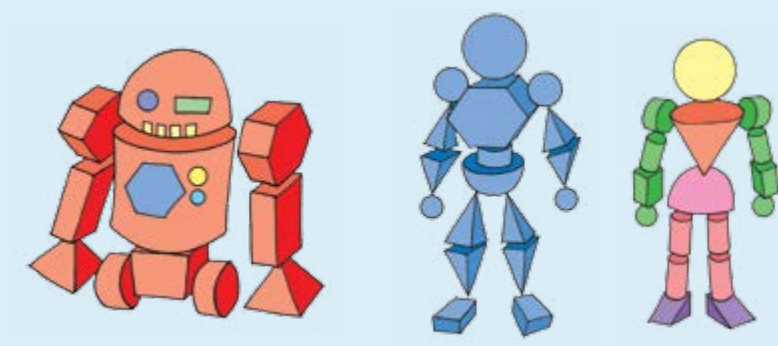
Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Membandingkan, membezakan dan mengklasifikasikan bentuk tiga dimensi termasuk prisma, piramid, silinder, kon dan sfera, dan seterusnya menghuraikan sifat geometri prisma, piramid, silinder, kon dan sfera.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Menganalisis pelbagai bentangan termasuk piramid, prisma, silinder dan kon, dan seterusnya melukis bentangan dan membina model.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Menerbitkan rumus luas permukaan kubus, kuboid, piramid, prisma, silinder dan kon, dan seterusnya menentukan luas permukaan bentuk tersebut.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menentukan luas permukaan sfera dengan rumus.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menyelesaikan masalah yang melibatkan luas permukaan bentuk tiga dimensi.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Menerbitkan rumus isi padu prisma dan silinder, dan seterusnya membentuk rumus piramid dan kon.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menentukan isi padu prisma, silinder, kon, piramid dan sfera dengan rumus.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Menyelesaikan masalah yang melibatkan isi padu bentuk tiga dimensi.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Cipta sebuah robot yang terdiri daripada bentuk kubus, kuboid, prisma, piramid, silinder, kon dan sfera. Murid perlu menghasilkan bentuk itu sendiri. Anda boleh menggabungkan bentuk-bentuk geometri tiga dimensi tersebut.



Robot contoh

BAB 7

Koordinat

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 7.1 Jarak dalam Sistem Koordinat Cartes
- 7.2 Titik Tengah dalam Sistem Koordinat Cartes
- 7.3 Sistem Koordinat Cartes

RANGKAI KATA

- Titik tengah
- Jarak
- Kedudukan
- Koordinat
- Paksi-x
- Paksi-y
- Hipotenus
- Asalan
- Plot
- Satah Cartes
- Skala
- *Midpoint*
- *Distance*
- *Position*
- *Coordinate*
- *x-axis*
- *y-axis*
- *Hypotenuse*
- *Origin*
- *Plot*
- *Cartesian plane*
- *Scale*

Sistem koordinat ialah satu kaedah untuk menentukan kedudukan suatu titik atau objek dalam satu dimensi, dua dimensi atau tiga dimensi.

Kedudukan dalam satu dimensi ditentukan oleh satu titik di atas garisan atau suatu nombor. Kedudukan dalam dua dimensi ditentukan oleh sistem koordinat di atas satah atau dua nombor. Kedudukan dalam tiga dimensi ditentukan oleh tiga nombor.



IMBASAN SILAM

Sistem koordinat Cartes telah diperkenalkan oleh René Descartes dari Perancis atau lebih dikenali sebagai Castesius. Ahli matematik ini telah mencipta satah koordinat yang terdiri daripada dua garisan berserenjang digelar 'paksi'. Koordinat adalah pasangan nombor yang menunjukkan kedudukan satu titik dan garis.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms121

MASLAHAT BAB INI

- Sistem koordinat ini banyak menyumbang kepada kerjaya yang berkaitan dengan arkeologi dan geografi.
- Seorang ahli arkeologi melakukan pencarian dan penggalian melalui sistem koordinat daripada pemetaan secara digital.
- Pakar astronomi menggunakan sistem koordinat ini untuk mereka dapat menentukan kedudukan bintang-bintang.
- Lokasi kedudukan ditentukan daripada sistem koordinat yang membantu ahli geografi mengenal pasti kawasan dan kedudukan muka bumi.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal pasti kedudukan suatu titik


Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Buka fail MS122A yang disediakan dan cetak lembaran kerja.
2. Dengan menggabungkan jarak mengufuk dan mencancang, tentukan kedudukan bagi bandar Batu Pahat, Kluang dan Segamat.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms122a untuk mendapatkan lembaran kerja di sebelah.



Koordinat merupakan pasangan nombor yang dapat menentukan kedudukan suatu titik pada satah Cartes. Koordinat suatu titik ditentukan berdasarkan jarak dari paksi-x, jarak dari paksi-y dan asalan. Daripada aktiviti di atas, dapatkah anda menentukan jarak di antara dua tempat?

7.1 Jarak dalam Sistem Koordinat Cartes

7.1.1 Jarak dua titik pada satah Cartes

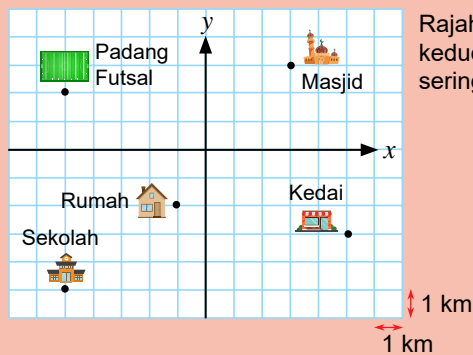
RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Kenal pasti jarak di antara dua titik pada satah Cartes

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:



Rajah menunjukkan pelan kedudukan tempat yang sering dilalui oleh Azri.


1. Buka fail MS122B yang telah disediakan dan cetak lembaran kerja.
2. Secara berpasangan, kenal pasti pergerakan Azri.
3. Pergerakan Azri hendaklah dilukis dalam bentuk perwakilan segi tiga bersudut tegak.
4. Hitung jarak mengufuk dan mencancang berdasarkan 1 kotak grid diwakili 1 km dan dilabelkan seperti rajah yang diberikan.
5. Jumlahkan jarak perjalanan dan lengkapkan jadual.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud jarak di antara dua titik pada satah Cartes.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms122b untuk mendapatkan lembaran kerja di sebelah.



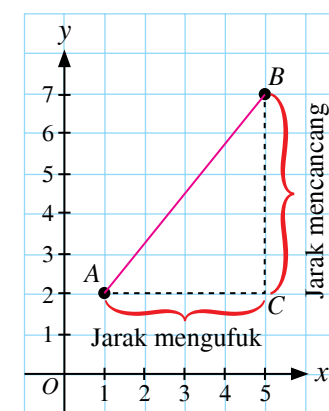
Destinasi Azri	Perwakilan segi tiga	Jarak mengufuk	Jarak mencancang	Jumlah jarak perjalanan = jarak mengufuk + jarak mencancang
Dari sekolah ke rumah		4 km	3 km	4 km + 3 km = 7 km
Dari rumah ke padang futsal				
Dari masjid ke kedai				
Dari sekolah ke masjid				
Dari sekolah ke kedai				

Perbincangan:

- (i) Daripada perwakilan segi tiga bersudut tegak, dapatkah anda kenal pasti jarak paling hampir yang dilalui oleh Azri ke destinasi yang tertentu?
- (ii) Apakah cara yang paling mudah untuk mengira jarak yang terpendek?
- (iii) Apakah yang anda fahami tentang jarak pada satah Cartes?

Untuk menentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes, kaedah perwakilan segi tiga bersudut tegak digunakan. Kaedah ini dapat mengenal pasti jarak mengufuk dan jarak mencancang bagi dua titik pada satah Cartes. Jarak ini dapat ditentukan daripada skala pada paksi-x dan paksi-y.

Perjalanan terus dari A ke B tanpa melalui C ialah jarak yang terpendek.



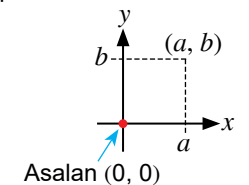
Kaedah teorem Pythagoras digunakan untuk menghitung jarak AB, iaitu

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$$

TAHUKAH ANDA?

Satah Cartes mempunyai dua paksi seperti dalam rajah yang berikut. Garis mengufuk ialah paksi-x dan garis mencancang ialah paksi-y. Kedua-dua paksi tersebut akan bersilang antara satu sama lain secara serenjang. Titik persilangan tersebut ialah asalan yang merupakan permulaan nombor pada kedua-dua paksi-x dan paksi-y. Nilai nombor akan semakin besar apabila ke kanan dan ke atas, manakala nilai nombor akan semakin mengecil apabila ke kiri dan ke bawah.

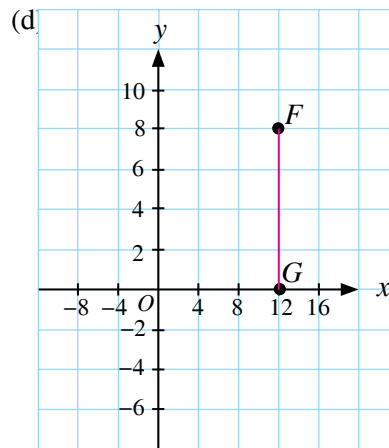
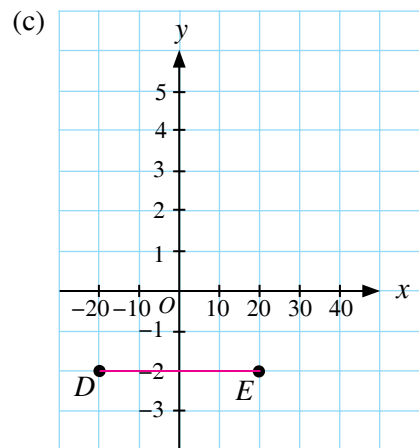
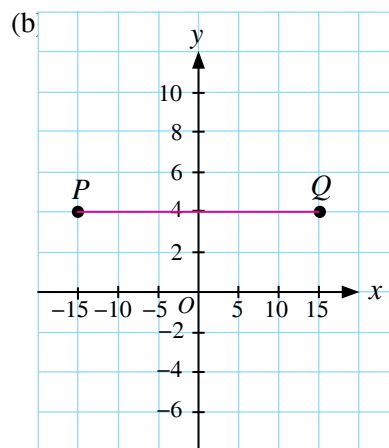
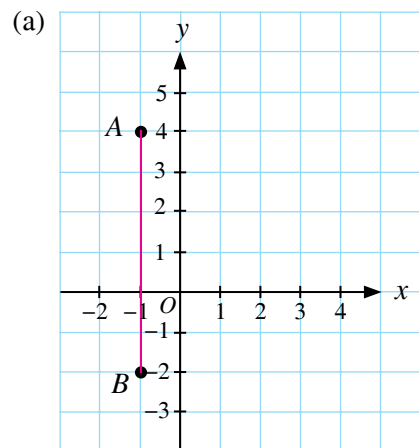


TIP

Koordinat (x, y). Nilai x ditulis dahulu diikuti nilai y.

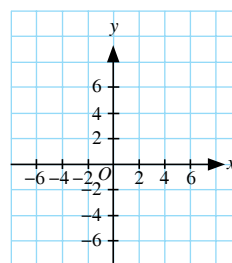
CONTOH 1

Tentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes berikut.



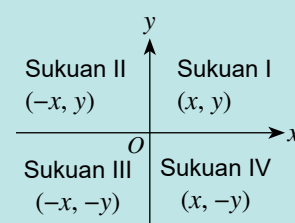
TAHUKAH ANDA?

Apakah itu skala? Skala perlu ditentukan dalam sistem koordinat Cartes. Pada paksi-x, unit yang boleh ditulis ialah 1, 2, 3, -1, -2, -3, Pada paksi-y boleh juga ditulis 1, 2, 3, ... dan nilai di bawah asalan ialah -1, -2, -3, Dengan ini, setiap kotak diwakili suatu unit. Selain itu, skala juga boleh ditulis dalam jujukan seperti 2, 4, 6, 8, ... atau 5, 10, 15, ... pada kedua-dua paksi. Keadaan ini berdasarkan kesesuaian dalam keadaan yang tertentu.



Skala pada paksi-x ialah 2 unit.
Skala pada paksi-y ialah 2 unit.

JOM FIKIR



Jika (x, y) ialah $(3, 4)$ di sukuan I. Nyatakan nilai titik tersebut di sukuan II, III dan IV. Apakah jenis transformasi yang dilalui oleh titik tersebut?

Penyelesaian:

- (a) Skala pada paksi-x dan paksi-y ialah 1 unit.
Jarak $AB = 6 \times 1 = 6$ unit
- (b) Skala pada paksi-x ialah 5 unit dan paksi-y ialah 2 unit.
Jarak $PQ = 6 \times 5 = 30$ unit
- (c) Skala pada paksi-x ialah 10 unit dan paksi-y ialah 1 unit.
Jarak $DE = 4 \times 10 = 40$ unit
- (d) Skala pada paksi-x ialah 4 unit dan paksi-y ialah 2 unit.
Jarak $FG = 4 \times 2 = 8$ unit

7.1.2 Rumus jarak di antara dua titik pada satah

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus jarak di antara dua titik pada satah Cartes.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menentukan jarak di antara dua titik yang mempunyai koordinat-x atau koordinat-y yang sama

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Bersama-sama rakan anda, kenal pasti kedudukan koordinat pada satah Cartes.
2. Lengkapkan jadual di bawah dengan menentukan koordinat-x atau koordinat-y yang sama.

Contoh:

Koordinat	Koordinat yang sama	Jarak
A (2, 1)	B (2, 4)	koordinat-x $4 - 1 = 3$ unit
C (-1, 3)	D (7, 3)	
E (6, 5)	F (6, -5)	
G (-7, 2)	H (1, 2)	

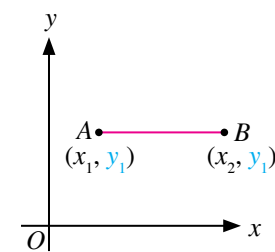
Perbincangan:

Bagaimanakah anda dapat menerbitkan suatu rumus mudah bagi menentukan jarak di antara dua titik yang mempunyai

- (i) koordinat-x yang sama?
- (ii) koordinat-y yang sama?

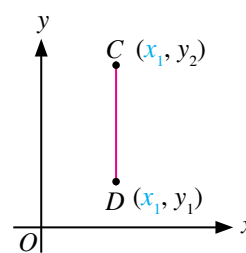
Jarak dapat ditentukan sekiranya,

- (i) dua titik mempunyai koordinat-y yang sama.



Jarak $AB = (x_2 - x_1)$ unit

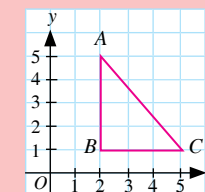
- (ii) dua titik mempunyai koordinat-x yang sama.



Jarak $CD = (y_2 - y_1)$ unit

IMBAS KEMBALI

Cuba anda perhatikan segi tiga pada satah Cartes di bawah.



Tapak segi tiga BC selari dengan paksi-x. Keadaan ini menjadikan koordinat bagi y masing-masing adalah sama. Ini dinamakan paksi-y sepunya. Begitu juga sebaliknya.

CONTOH 2

Hitung jarak di antara pasangan titik berikut.

- (a) (2, -3) dan (4, -3)
- (b) (0, 1) dan (0, -2)

Penyelesaian:

(a) Jarak di antara titik itu ialah
 $= 4 - 2$ ← Jarak mengufuk = $x_2 - x_1$
 $= 2$ unit

(b) Jarak di antara titik itu ialah
 $= 1 - (-2)$ ← Jarak mencancang = $y_2 - y_1$
 $= 3$ unit

CONTOH 3

Rajah menunjukkan jarak di antara dua titik A dan B. Lengkapi koordinat A dan B.

Penyelesaian:

$$y - 3 = 5 \text{ unit}$$

$$y = 5 + 3$$

$$= 8 \text{ unit}$$

$$x - 1 = 4 \text{ unit}$$


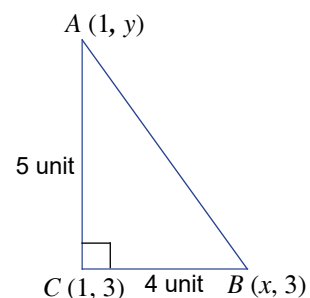
$$x = 4 + 1$$

$$= 5 \text{ unit}$$

Maka, koordinat A ialah (1, 8). Maka, koordinat B ialah (5, 3).

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms126a untuk permainan Sasaran Kapal Selam.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes.

7.1.3 Jarak di antara dua titik pada satah

Jika garis lurus yang menyambungkan dua titik pada satah Cartes tidak selari dengan paksi-x atau paksi-y, maka jarak di antara dua titik itu dapat ditentukan dengan menggunakan teorem Pythagoras.

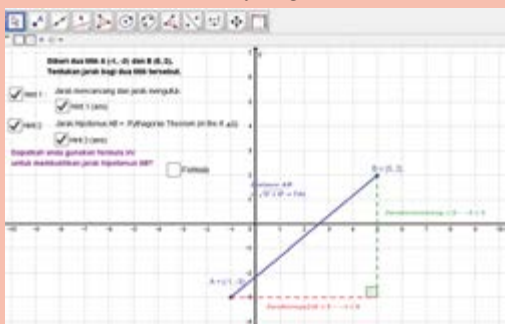
RANGSANGAN MINDA 

Tujuan: Mengenal pasti jarak di antara dua titik

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

1. Buka fail MS126B yang telah disediakan.



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms126b untuk mengenal pasti jarak di antara dua titik.



2. Gerakkan koordinat A dan B pada satah Cartes berpandukan jadual.
3. Kenal pasti jarak mengufuk dan jarak mencancang bagi garisan AB.
4. Bandingkan paparan jawapan yang diberikan dengan jawapan anda menggunakan rumus jarak di antara dua titik.
5. Lengkapkan jadual di bawah dengan membuktikan jawapan dengan memilih *Hint*.

	Titik		Perbezaan Jarak		Jarak AB $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
	A	B	Mengufuk $x_2 - x_1$	Mencancang $y_2 - y_1$	
(a)	(1, 5)	(1, 7)	$1 - 1 = 0$	$7 - 5 = 2$	
(b)	(4, 1)	(1, 1)			
(c)	(8, 2)	(0, -4)			
(d)	(6, 7)	(2, 4)			

Perbincangan:

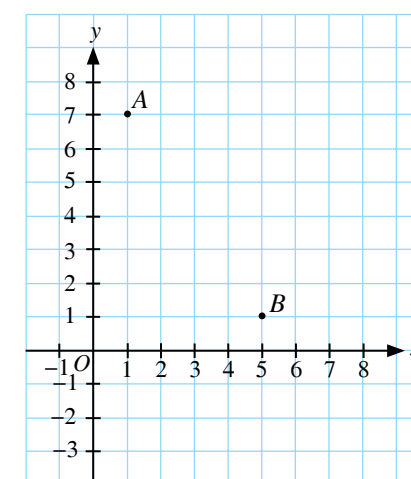
- (i) Apakah yang anda fahami tentang jarak AB?
- (ii) Apakah perkaitan rumus teorem Pythagoras?

Jarak AB merupakan jarak hipotenus. Rumus teorem Pythagoras digunakan untuk menentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes.

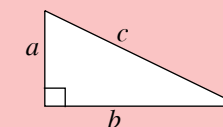
Jarak di antara dua titik pada satah Cartes = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

CONTOH 4

Hitung jarak di antara titik A dengan titik B pada satah Cartes dalam rajah di bawah.



IMBAS KEMBALI



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Apakah rumus ini?
 Teorem yang menyatakan bahawa bagi sebarang segi tiga bersudut 90° dan kuasa dua hipotenusnya adalah bersamaan dengan jumlah kuasa dua sisi yang lain.

Penyelesaian:

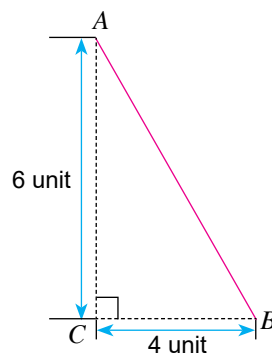
Kaedah 1

Berdasarkan rajah di sebelah, lukis sebuah segi tiga bersudut tegak ACB .

$AC = 6$ unit, $BC = 4$ unit

Dengan menggunakan teorem Pythagoras, AB

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\ AB^2 &= 4^2 + 6^2 \\ AB^2 &= 16 + 36 \\ AB &= \sqrt{52} \\ &= 7.21 \text{ unit} \end{aligned}$$

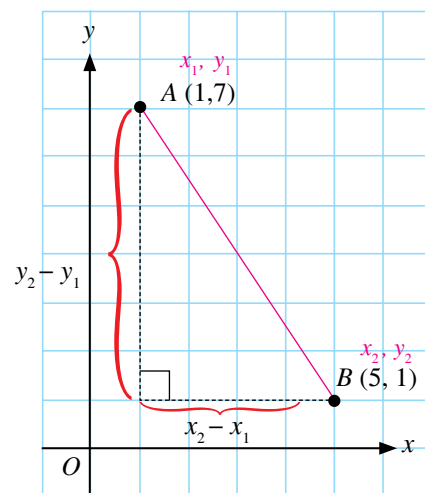


Kaedah 2

$$\text{Jarak} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

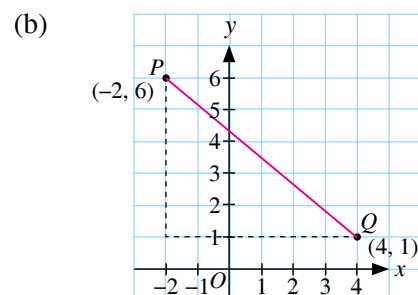
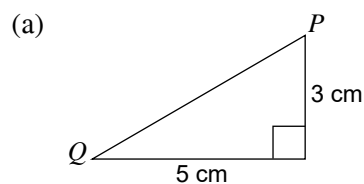
$$\begin{aligned} \text{Jarak } AB &= \sqrt{(5 - 1)^2 + (1 - 7)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{16 + 36} \\ &= \sqrt{52} \\ &= 7.21 \text{ unit} \end{aligned}$$

Maka, jarak AB ialah 7.21 unit.



CONTOH 5

Hitung jarak di antara titik P dengan titik Q .



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) } PQ^2 &= 5^2 + 3^2 \\ &= 25 + 9 \\ PQ &= \sqrt{34} \\ &= 5.83 \text{ cm} \end{aligned}$$

Maka, jarak PQ ialah 5.83 cm.

$$\begin{aligned} \text{(b) } PQ^2 &= \sqrt{[4 - (-2)]^2 + (1 - 6)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + (-5)^2} \\ &= \sqrt{36 + 25} \\ &= \sqrt{61} \\ &= 7.81 \text{ cm} \end{aligned}$$

Maka, jarak PQ ialah 7.81 cm.

7.1.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 6

Hitung perimeter bagi sebuah segi tiga sama kaki jika bucu-bucu bagi segi tiga tersebut ialah $A(1, 1)$, $B(3, 4)$ dan $C(5, 1)$.

Penyelesaian:

Memahami masalah

ABC adalah segi tiga sama kaki dengan bucu-bucu $A(1, 1)$, $B(3, 4)$ dan $C(5, 1)$.

Merancang strategi

- Lukis segi tiga dan tentukan titik-titik tersebut pada satah Cartes.
- Perimeter $\Delta ABC = AB + BC + AC$
- Tentukan jarak AC dan AB .

Melaksanakan strategi

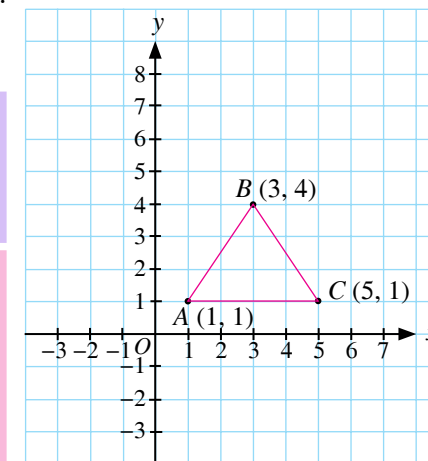
$$\begin{aligned} \text{Jarak } AB &= \sqrt{3^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{9 + 4} \\ &= \sqrt{13} \\ &= 3.6 \text{ unit} \\ AB &= BC \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Maka, perimeter segi tiga ABC ialah $3.6 + 3.6 + 4 = 11.2$ unit.

STANDAR PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan jarak di antara dua titik dalam sistem.



TIP

Jarak di antara dua titik $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Jarak merupakan ukuran ruang di antara dua titik.

CONTOH 7

Diberi bahawa jarak $AB = 10$ unit. Hitung nilai v .

Penyelesaian:

Memahami masalah

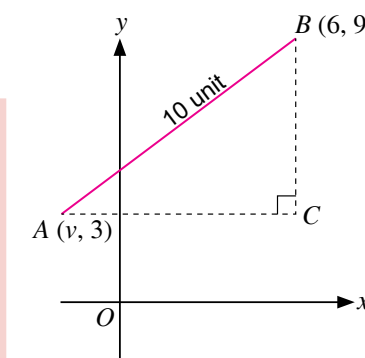
Menghitung nilai v .

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(6 - v)^2 + (9 - 3)^2} \\ 10 &= \sqrt{(6 - v)^2 + 6^2} \\ 10 &= \sqrt{(6 - v)^2 + 36} \\ 10^2 &= (\sqrt{(6 - v)^2 + 36})^2 \\ 10^2 - 36 &= (6 - v)^2 \\ \sqrt{64} &= 6 - v \\ 8 &= 6 - v \\ v &= 6 - 8 \\ v &= -2 \end{aligned}$$

Merancang strategi

$$\begin{aligned} \text{Jarak } AB &= 10 \\ \text{Rumus jarak} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$

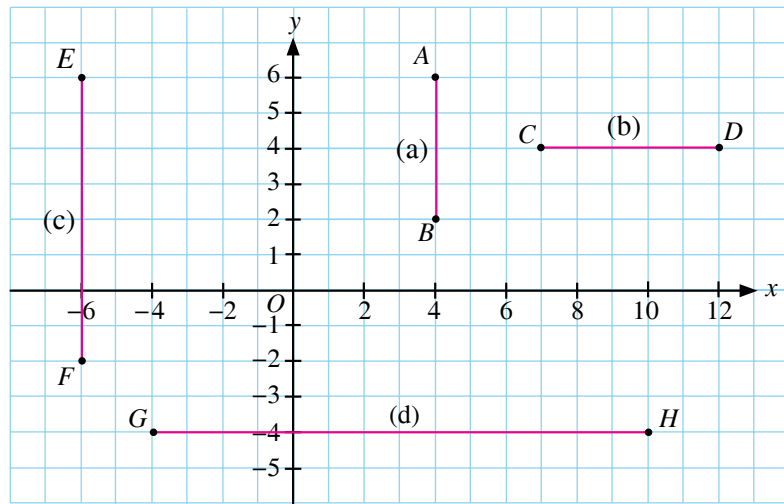


Membuat kesimpulan

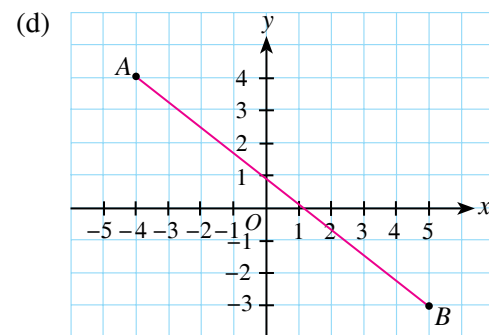
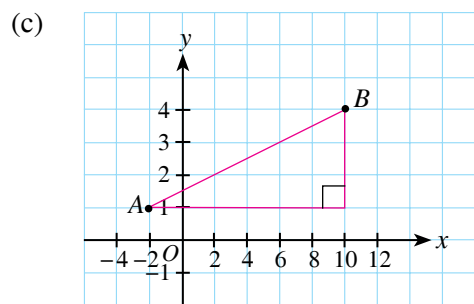
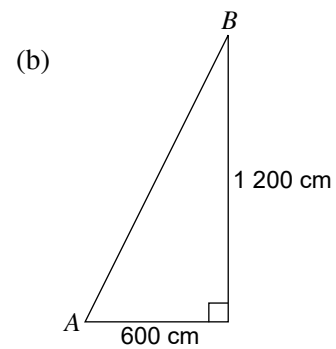
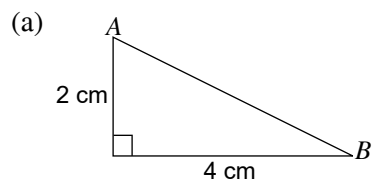
Maka, nilai v ialah -2 .

JOM CUBA 7.1

1. Tentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes di bawah.



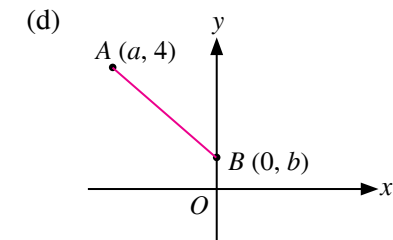
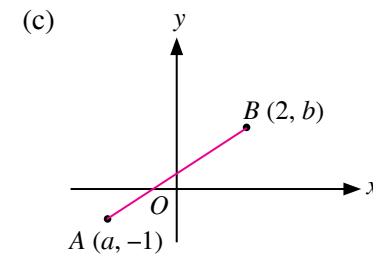
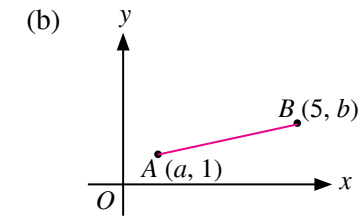
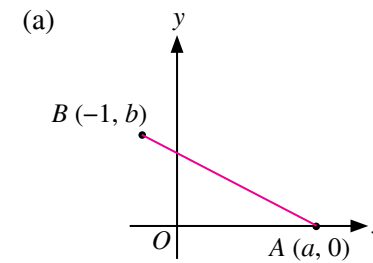
2. Hitung jarak AB .



3. Nyatakan jarak di antara pasangan titik berikut.

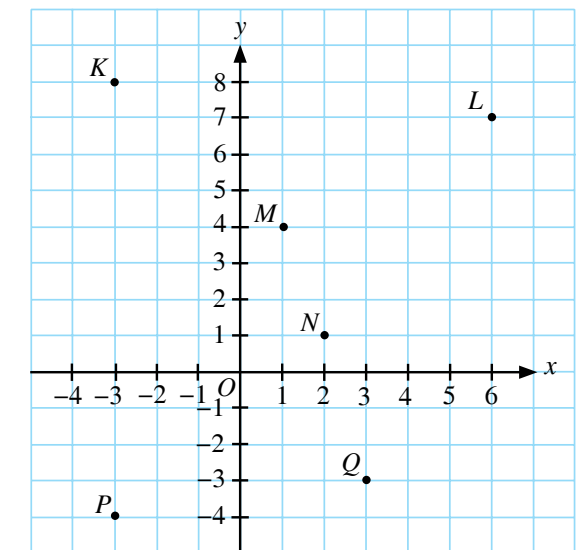
- (a) $(1, 3)$ dan $(1, 7)$
- (b) $(0, -9)$ dan $(0, 9)$
- (c) $(5, -2)$ dan $(-2, -2)$
- (d) $(7, 4)$ dan $(8, 4)$

4. Diberi jarak mengufuk 4 unit dan jarak mencancang 3 unit bagi dua titik A dan B , hitung nilai a dan b .



5. Rajah menunjukkan titik K, L, M, N, P dan Q pada satah Cartes. Hitung jarak di antara titik yang berikut.

- (a) KM
- (b) ML
- (c) PN
- (d) KQ

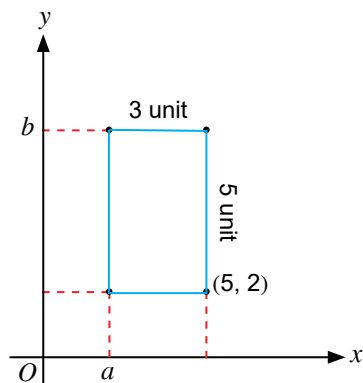


6. Tentukan jarak KL jika $K(2, 2)$ dan L berada pada paksi- x dengan jarak 7 unit ke kanan dari paksi- y .

7. Tentukan jarak AB jika masing-masing berada pada paksi- y dengan jarak 5 unit ke atas dan 2 unit ke bawah dari paksi- x .

8. Hitung jarak di antara KL jika L berada pada asalan dan K berada 3 unit ke kiri dari paksi- y dan 5 unit ke atas dari paksi- x .

9. Tentukan nilai a dan b berdasarkan maklumat dalam rajah di bawah.

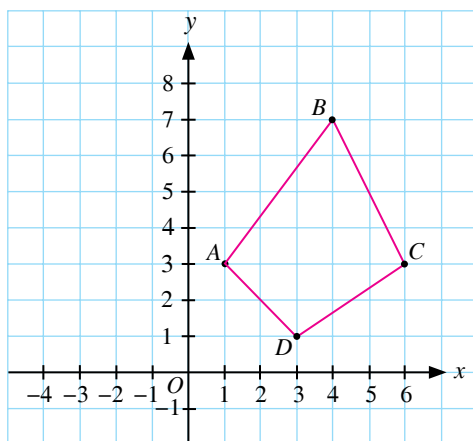


10. Diberi jarak mencancang dari titik V yang terletak di utara titik W ialah 4 unit. Tentukan koordinat W jika koordinat V ialah



- (a) $(4, -3)$
- (b) $(2, -5)$
- (c) $(5, -2)$
- (d) $(0, -4)$

11. Berdasarkan rajah di bawah, hitung perimeter $ABCD$.



12. Segi tiga ABC mempunyai bucu $A(-2, -1)$, $B(-2, 5)$ dan $C(1, -1)$. Hitung perimeter bagi segi tiga itu.



7.2 Titik Tengah dalam Sistem Koordinat Cartes

7.2.1 Titik tengah di antara dua titik

Anda telah mempelajari cara menentukan jejari bagi suatu diameter bulatan. Adakah anda fahami konsep titik tengah? Berbincang dengan rakan anda tentang konsep ini.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti titik tengah suatu garisan

Bahan: Kertas grid, jangka lukis dan pembaris

Langkah:

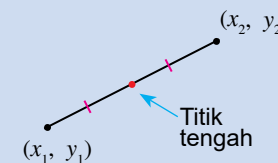
1. Murid A akan membina satah Cartes pada kertas grid.
2. Murid B akan memilih dua titik koordinat dan membina suatu garisan yang menyambungkan titik tersebut.
3. Murid C akan membina pembahagi dua sama serenjang pada garisan tersebut.

Perbincangan:

Apakah yang anda fahami daripada pembinaan pembahagi dua sama serenjang bagi garisan tersebut?

Titik tengah ialah titik yang membahagi dua sama suatu tembereng garis.

TIP



QR CODE

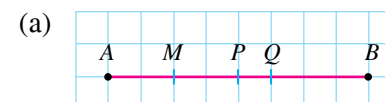


Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms133 untuk melihat video animasi tentang bagaimana menentukan titik tengah daripada perisian geometri dinamik.



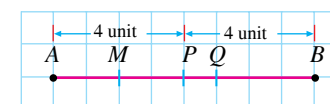
CONTOH 8

Tentukan titik tengah bagi garis lurus AB .



Penyelesaian:

(a) Titik tengah bagi garis lurus AB ialah P .

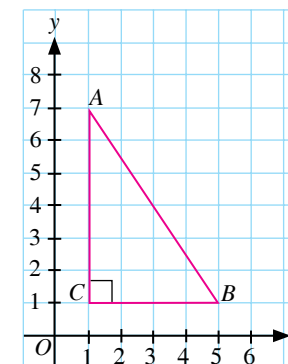


(b) Titik tengah bagi garis lurus AB ialah D .



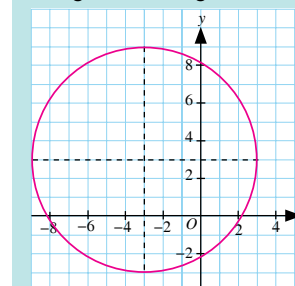
CONTOH 9

P ialah titik tengah bagi garis lurus AB . Tentukan koordinat P .



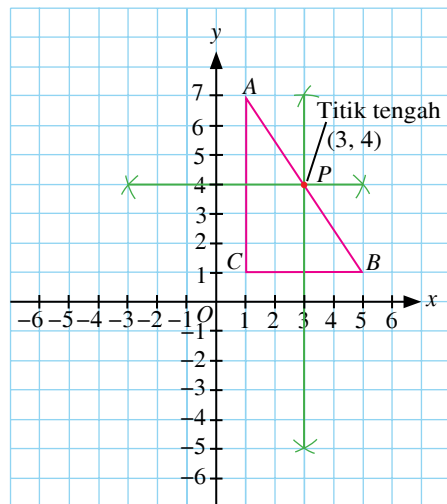
JOM FIKIR

Nyatakan koordinat pusat bulatan bagi rajah di bawah. Apakah hubungan antara pusat bulatan dengan titik tengah?



Penyelesaian:

- Langkah 1: Tentukan titik tengah bagi garis lurus AC dan BC.
- Langkah 2: Lukis pembahagi dua sama serenjang bagi AC dan BC.
- Langkah 3: Persilangan di antara pembahagi dua sama serenjang AC dan pembahagi dua sama serenjang BC merupakan titik tengah bagi garis AB.
- Langkah 4: Maka, titik P ialah (3, 4).



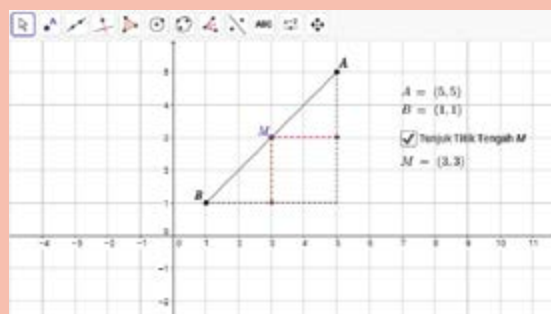
7.2.2 Rumus titik tengah

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menerbit rumus titik tengah
Bahan: Perisian geometri dinamik
Langkah:

1. Buka fail MS134 yang telah disediakan.
2. Kenal pasti titik A dan B.



3. Ubah kedudukan titik A dan titik B dalam jadual yang diberikan.
4. Kenal pasti jarak mengufuk dan jarak mencancang.
5. Buka fail MS135 dan lengkapkan jadual yang diberikan.
6. Hitung titik tengah M dengan suatu pengiraan yang melibatkan jarak mengufuk dan jarak mencancang.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerbitkan rumus titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms134 untuk mengenal pasti titik tengah.



Titik		Titik tengah bagi jarak:		Titik tengah $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
A	B	Mengufuk	Mencancang	
(4, 5)	(2, 1)			
(-1, 5)	(3, 1)			
(1, 3)	(7, 1)			
(3, 4)	(-5, -1)			
(1, 2)	(-5, 2)			

Perbincangan:

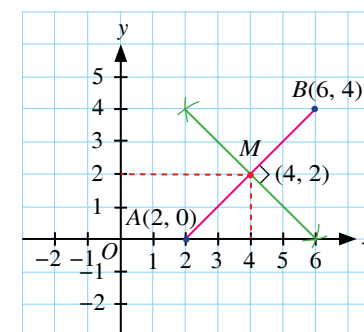
- (i) Adakah titik tengah bagi garis lurus AB terhasil daripada persilangan titik tengah bagi jarak mengufuk dan jarak mencancang?
- (ii) Bina suatu kesimpulan untuk menentukan rumus titik tengah berdasarkan aktiviti ini.

Titik tengah bagi suatu garis yang condong dapat ditentukan dengan mengenal pasti jarak mengufuk dan jarak mencancang yang masing-masing dibahagikan kepada dua.

$$\text{Titik tengah} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

7.2.3 Koordinat titik tengah di antara dua titik

Kedudukan titik tengah dapat ditunjukkan dengan pembinaan pembahagi dua sama serenjang. Persilangan di antara pembahagi dua sama serenjang dengan tembereng garis dapat menentukan koordinat titik tengah pada satah Cartes.



$$M = \left(\frac{6 + 2}{2}, \frac{4 + 0}{2}\right)$$

$$M = (4, 2)$$

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms135 untuk mendapatkan lembaran kerja.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan koordinat titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.

CONTOH 10

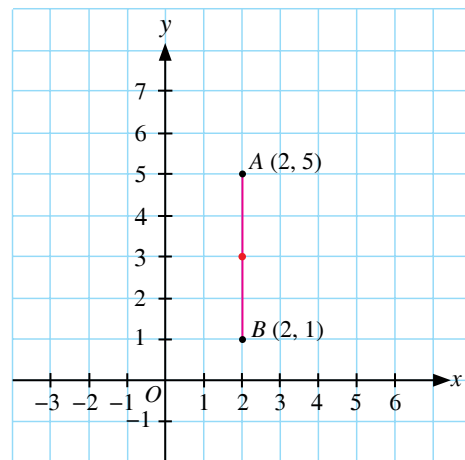
Hitung koordinat titik tengah bagi garis lurus AB dengan $A(2, 5)$ dan $B(2, 1)$.

Penyelesaian:

$A(2, 5)$ ialah (x_1, y_1) dan $B(2, 1)$ ialah (x_2, y_2)

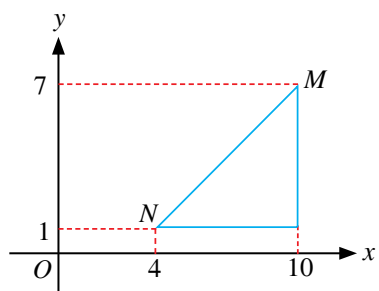
$$\begin{aligned} \text{Titik tengah } AB &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{2 + 2}{2}, \frac{5 + 1}{2} \right) \\ &= \left(\frac{4}{2}, \frac{6}{2} \right) \\ &= (2, 3) \end{aligned}$$

Maka, titik tengah AB ialah $(2, 3)$.



CONTOH 11

Hitung koordinat titik tengah bagi garis lurus MN .



Penyelesaian:

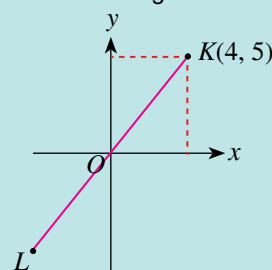
$M(10, 7)$ ialah (x_1, y_1) dan $N(4, 1)$ ialah (x_2, y_2)

$$\begin{aligned} \text{Titik tengah } MN &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{10 + 4}{2}, \frac{7 + 1}{2} \right) \\ &= \left(\frac{14}{2}, \frac{8}{2} \right) \\ &= (7, 4) \end{aligned}$$

Maka, titik tengah MN ialah $(7, 4)$.

JOM FIKIR

Titik tengah ialah titik yang membahagi dua sama suatu tembereng.



Jika asalan merupakan titik tengah bagi garis lurus KL . Dapatkah anda tentukan koordinat L ?

7.2.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 12

Rajah menunjukkan garis PAQ pada suatu satah Cartes. A ialah titik tengah bagi garis lurus PQ . Tentukan koordinat P .

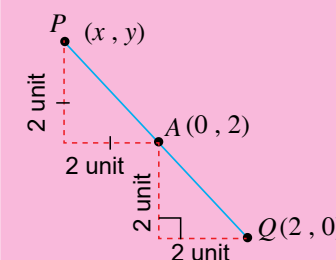
Penyelesaian:

Memahami masalah

Diketahui jarak $AP = AQ$. Katakan $P = (x, y)$.

Merancang strategi

Jarak $AP = AQ$, maka



Melaksanakan strategi

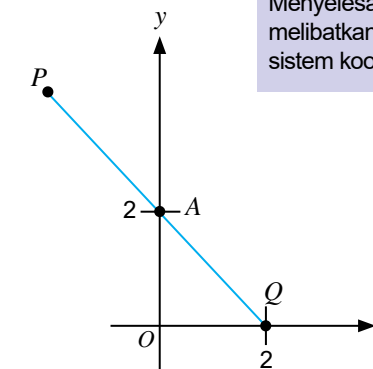
Hitung kedudukan mengufuk dan mencancang bermula dengan titik A yang masing-masing 2 unit.

Titik tengah, $A(0, 2)$

$$\begin{aligned} P(x, y) \quad \frac{x+2}{2} = 0, \quad \frac{y+0}{2} = 2 \\ Q(2, 0) \quad x+2 = 0, \quad y = 4 \\ x = -2 \end{aligned}$$

STANDAR PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan titik tengah dalam sistem koordinat Cartes.



Membuat kesimpulan

Maka koordinat P ialah $(-2, 4)$.

CONTOH 13

Titik P ialah titik tengah bagi garis lurus KL . Diberi koordinat K ialah $(-3, 12)$ dan koordinat P ialah $(2, 9)$. Hitung koordinat L .

Penyelesaian:

$K(-3, 12)$ ialah (x_1, y_1) dan $L(x_2, y_2)$

$$\text{Titik tengah, } P = \left(\frac{-3 + x_2}{2}, \frac{12 + y_2}{2} \right)$$

$$(2, 9) = \left(\frac{-3 + x_2}{2}, \frac{12 + y_2}{2} \right)$$

$$\frac{-3 + x_2}{2} = 2, \quad \frac{12 + y_2}{2} = 9$$

$$-3 + x_2 = 4, \quad 12 + y_2 = 18$$

$$x_2 = 7, \quad y_2 = 6$$

Maka, koordinat L ialah $(7, 6)$.

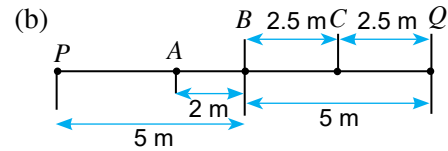
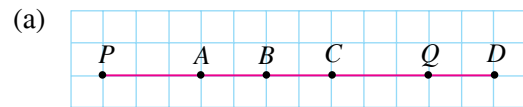
JOM FIKIR



Menara KLCC setinggi 88 tingkat. Jarak yang paling sesuai untuk membina skybridge adalah pada tingkat ke-42 dan 43. Mengapa?

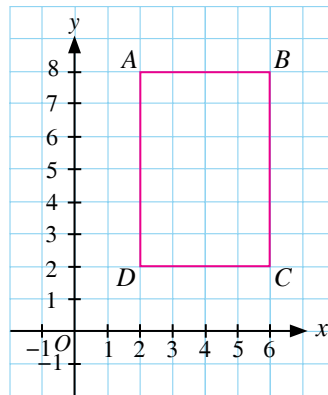
JOM CUBA 7.2

1. Dalam setiap rajah yang berikut, tentukan titik tengah bagi garis lurus PQ .



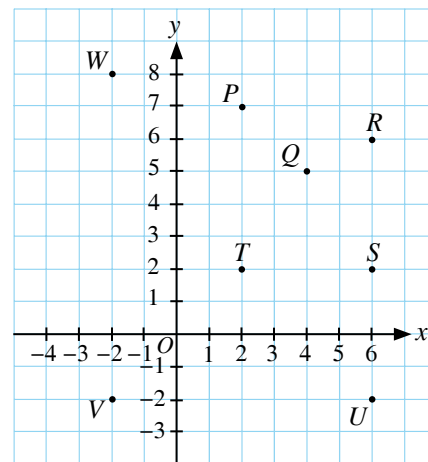
2. Berdasarkan rajah di bawah, nyatakan koordinat titik tengah bagi garis lurus

- (a) AB
- (b) CD
- (c) AD



3. Tentukan koordinat titik tengah bagi garis lurus

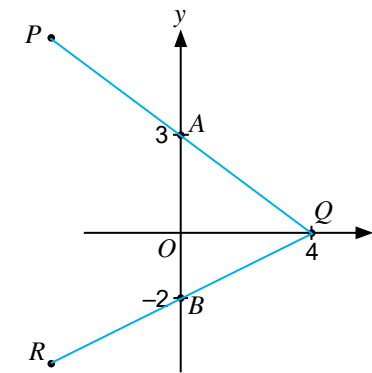
- (a) PQ
- (b) RS
- (c) TU
- (d) WV



4. Tentukan titik tengah bagi pasangan titik berikut.

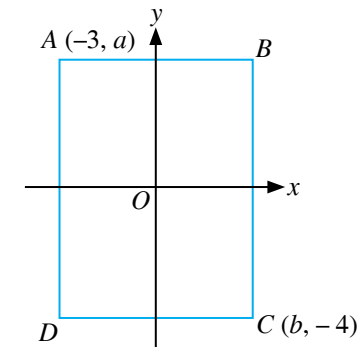
- (a) $P(-1, 7)$ dan $Q(-1, 1)$.
- (b) $R(3, -6)$ dan $S(3, 2)$.
- (c) $A(3, 1)$ dan $B(5, 1)$.
- (d) $C(5, 0)$ dan $D(1, 0)$.

5. Rujuk rajah di bawah. A ialah titik tengah bagi garis lurus PQ dan B ialah titik tengah bagi garis lurus RQ . Tentukan koordinat P dan R .



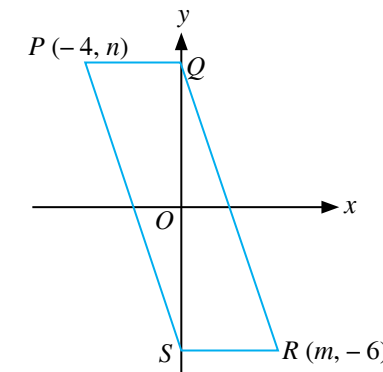
6. Titik tengah bagi segi empat tepat dalam rajah di bawah adalah di asalan. Tentukan

- (a) nilai a dan b .
- (b) jarak bagi garis lurus BC .
- (c) koordinat B .



7. Titik asalan ialah titik tengah bagi tinggi segi empat selari. Hitung

- (a) nilai m dan n .
- (b) titik tengah bagi garis lurus PQ .
- (c) titik tengah bagi garis lurus SR .



8. Diberi garis lurus $AB = BD$ dengan $D(-1, 3)$ dan $B(1, 1)$. Hitung koordinat bagi titik A .
9. Garisan yang menyambungkan titik $(-8, 3)$ dan $(s, 3)$ mempunyai titik tengah $(0, u)$. Hitung nilai s dan u .
10. Garis AB selari dengan paksi- x dengan titik $A(3, a)$ dan titik tengah bagi garis lurus AB ialah $(5, 1)$. Hitung
 - (a) nilai a .
 - (b) koordinat B .

7.3 Sistem Koordinat Cartes

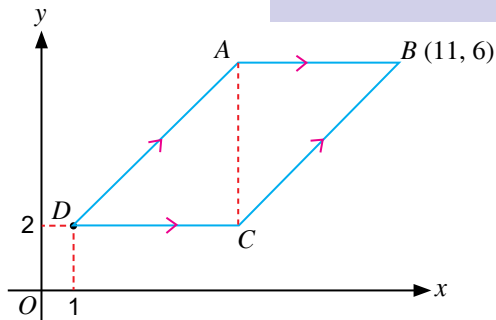
7.3.1 Menyelesaikan masalah koordinat

CONTOH 14

Rajah menunjukkan sebuah segi empat selari. Diberi jarak di antara titik A dengan B ialah 5 unit. Hitung

- (a) koordinat A .
- (b) titik tengah garis lurus AC .

Penyelesaian:



STANDARD PEMBELAJARAN
Menyelesaikan masalah yang melibatkan sistem koordinat Cartes.

(a) **Memahami masalah**
Tentukan titik A apabila AB selari dengan DC .

Merancang strategi
Garis lurus AB selari dengan paksi- x . Koordinat- y bagi titik A ialah 6.

Melaksanakan strategi
Jarak $AB = 5$ unit.
Koordinat- $x = 11 - 5 = 6$

Membuat kesimpulan
Maka, koordinat A ialah $(6, 6)$.

(b) **Memahami masalah**
Garis lurus AC selari dengan paksi- y . Titik A dan titik C mempunyai koordinat- x yang sama, iaitu 6.

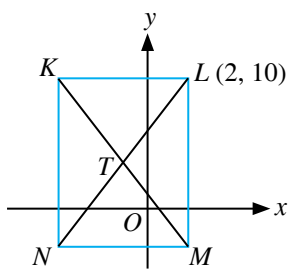
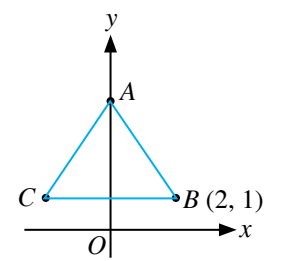
Merancang strategi
Rumus titik tengah = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$.

Melaksanakan strategi
A $(6, 6)$ C $(6, 2)$
 x_1, y_1 x_2, y_2
 $\left(\frac{6 + 6}{2}, \frac{6 + 2}{2} \right) = (6, 4)$

Membuat kesimpulan
Maka, titik tengah garis lurus AC ialah $(6, 4)$.

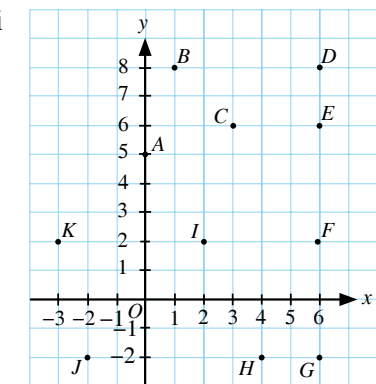
JOM CUBA 7.3

1. Rajah di sebelah merupakan sebuah segi tiga sama kaki dengan tinggi segi tiga ialah 4 unit. Hitung
 - (a) koordinat C .
 - (b) koordinat A .
 - (c) koordinat titik tengah bagi garis lurus AB .
 - (d) jarak AC .
2. Rajah di sebelah merupakan sebuah segi empat tepat. Jarak KL ialah 8 unit dan jarak KN ialah 12 unit. Hitung
 - (a) jarak LN .
 - (b) koordinat titik tengah bagi garis lurus NM .
 - (c) koordinat T .
3. Jika garis PQ selari dengan paksi- y dan mempunyai titik tengah, $M(4, 0)$ dengan jarak bagi garis lurus MP ialah 3 unit, hitung
 - (a) koordinat P .
 - (b) koordinat Q .
 - (c) jarak PQ .
4. Jarak $AB = KL$, iaitu 8 unit dan masing-masing selari dengan paksi- x . Jika titik tengah bagi garis lurus AB ialah $(0, 3)$ dan jarak titik tengah bagi garis lurus AB ke titik tengah bagi garis lurus KL ialah 2 unit ke bawah, hitung
 - (a) koordinat K dan L .
 - (b) koordinat titik tengah bagi garis lurus KL .
5. Diberi $P(4, 0)$ dan Q berada di paksi- y dengan 6 unit ke atas dari paksi- x , hitung
 - (a) titik tengah bagi garis lurus PQ .
 - (b) jarak di antara titik P dengan titik tengah bagi garis lurus PQ .

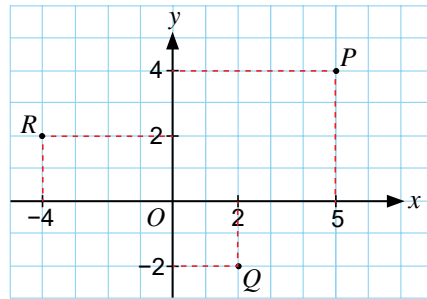


MENJANA KECEMERLANGAN

1. Antara titik yang berikut, yang manakah mewakili
 - (a) $(-3, 2)$
 - (b) $(0, 5)$
 - (c) $(4, -2)$
 - (d) $(6, 8)$



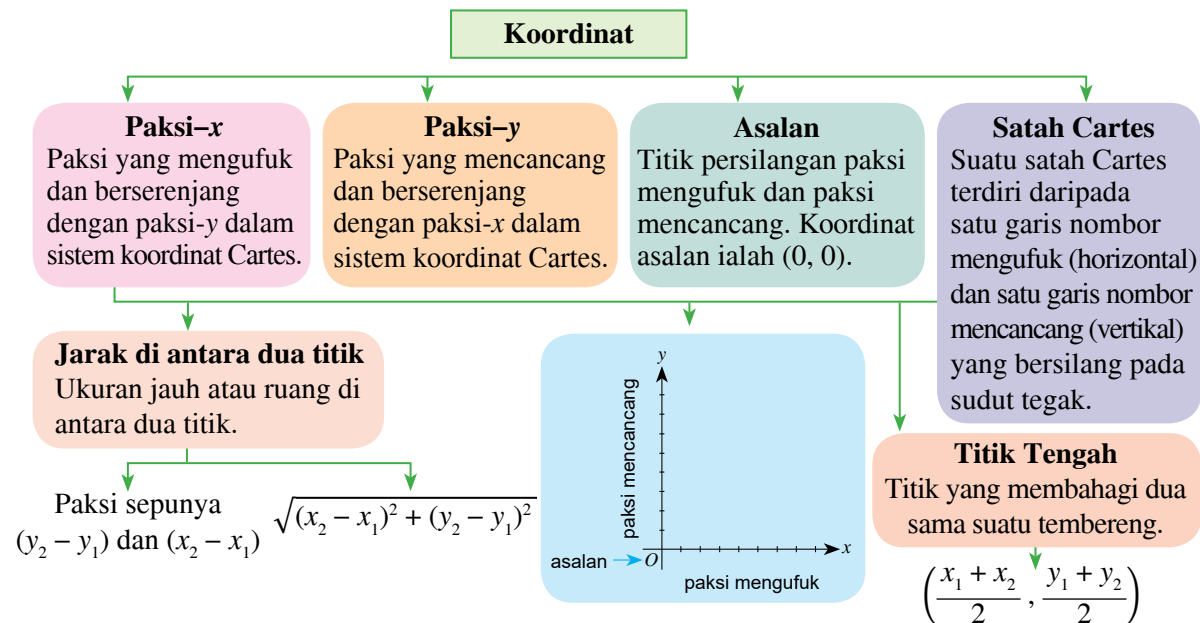
- Jika titik K berada pada paksi- x dan 4 unit ke kiri pada paksi- y . Tentukan koordinat L yang berada 5 unit ke atas dari titik K .
- Jika titik P , Q dan R masing-masing bergerak 2 unit ke selatan dan 1 unit ke timur, nyatakan kedudukan baharu titik-titik itu. Hitung jarak bagi kedudukan baharu PQ dan RQ .



- $ABCD$ ialah sebuah segi empat sama sisi dengan A berada di $(0, 0)$ dan $B(-5, 0)$. Hitung perimeter bagi segi empat itu.
- Jika KLM merupakan sebuah segi tiga bersudut tegak dengan $K(1, 0)$ dan $L(5, 0)$ merupakan tapak dan ML ialah tinggi bagi segi tiga tersebut. Jarak M ke L ialah 5 unit, hitung luas segi tiga tersebut.
- Titik tengah bagi pepenjuruan sebuah segi empat sama berjarak 2 unit daripada bucu segi empat itu. Hitung luas segi empat sama itu.



INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Menerangkan maksud jarak di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Menerbitkan rumus jarak di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Menentukan jarak di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menyelesaikan masalah yang melibatkan jarak di antara dua titik dalam sistem koordinat Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menerangkan maksud titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Menerbitkan rumus titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menentukan koordinat titik tengah di antara dua titik pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Menyelesaikan masalah yang melibatkan titik tengah dalam sistem koordinat Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9. Menyelesaikan masalah yang melibatkan sistem koordinat Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



PROJEK MINI

Hasilkan pelan kedudukan kelas anda di atas kertas grid dengan skala 1 cm kepada 2 meter pada paksi mengufuk dan paksi mencancang. Jika perlu, anda boleh mengubah skala mengikut kesesuaian. Anda boleh menentukan kedudukan koordinat tempat rakan anda masing-masing. Tampil pelan ini di hadapan kelas anda sebagai rujukan.

BAB 8

Graf Fungsi

ANDA AKAN MEMPELAJARI

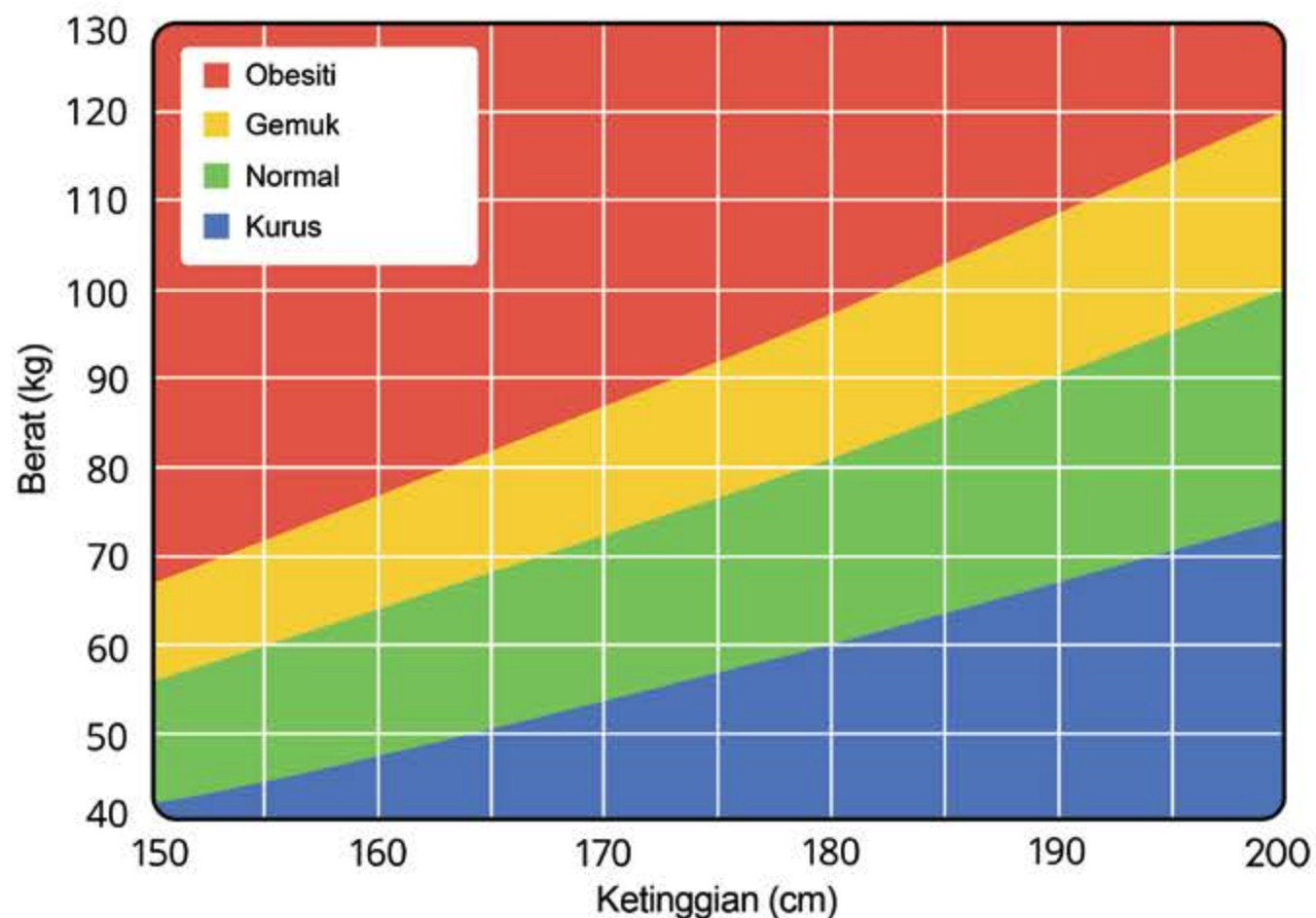


- 8.1 Fungsi
- 8.2 Graf Fungsi

RANGKAI KATA

- Graf fungsi
- Fungsi
- Pemboleh ubah
- Hubungan
- Persamaan linear
- Jadual nilai
- Fungsi linear
- Fungsi bukan linear
- Skala
- Fungsi salingan
- Fungsi kubik
- Fungsi kuadratik
- *Graph of function*
- *Function*
- *Variable*
- *Relation*
- *Linear equation*
- *Table of value*
- *Linear function*
- *Non-linear function*
- *Scale*
- *Reciprocal function*
- *Cubic function*
- *Quadratic function*

Indeks Jisim Badan (IJB) ialah satu ukuran anggaran lemak di dalam badan berdasarkan berat dan tinggi seseorang. Ukuran IJB yang tinggi ialah tanda kandungan lemak yang banyak. Hitungkan IJB anda.



René Descartes (1596-1650), menyatakan bahawa fungsi ialah hubungan matematik antara dua pemboleh ubah. Perkataan 'fungsi' telah diperkenalkan oleh Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) dalam bukunya. Idea konsep fungsi ini disambung oleh Leonhard Euler (1707-1783) dan beliau memperkenalkan tatatanda fungsi, iaitu $y = f(x)$.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms145

MASLAHAT BAB INI

- Fungsi banyak diaplikasikan dalam bidang ekonomi, teknologi, sains, kejuruteraan, perbankan dan matematik. Kerjaya yang memerlukan pengetahuan tentang fungsi, antaranya ialah jurutera, ahli ekonomi, juruaudit, pensyarah dan pegawai bank.
- Melalui fungsi indeks pasaran saham, kita dapat meramalkan masa yang sesuai untuk membeli atau menjual sesuatu saham.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengetahui hubungan antara dua kuantiti

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

- Gambar di bawah menunjukkan iklan tiket taman tema air mengikut kategori. Berdasarkan iklan tersebut, lengkapkan jadual di bawah.

TAMAN TEMA AIR

Harga Tiket

KATEGORI

Dewasa : RM30.00
 Kanak-kanak : RM20.00
 Warga emas/OKU : RM10.00

Kanak-kanak 90 cm ke atas atau 3-12 tahun
 Semua harga termasuk GST: 6%

Keluarga	Kategori		
	Dewasa	Kanak-kanak	Warga emas/OKU
1			
2			
3			
Jumlah			

- | Kategori | Bilangan | Harga | Jumlah (RM) |
|----------------|----------|---------------|-------------|
| Dewasa | 2 | 2×30 | 60 |
| Kanak-kanak | | | |
| Warga emas/OKU | | | |
| Jumlah | | | |

- Daripada jadual di atas, apakah kaitan antara jumlah bayaran tiket bagi setiap keluarga dengan kategori ahli keluarganya?

Daripada jadual di atas, dapat diketahui bahawa jumlah harga tiket bergantung kepada bilangan dan kategori ahli keluarga.

8.1 Fungsi

8.1.1 Definisi fungsi

RANGSANGAN MINDA



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud fungsi.

Tujuan: Mengetahui fungsi

Bahan: Lembaran kerja dan kalkulator

Langkah:

- Gunakan simbol $\sqrt[3]{\quad}$ (punca kuasa tiga) dalam kalkulator anda untuk mengenal pasti nombor output bagi beberapa nombor input dan lengkapkan jadual A.
- Gunakan simbol x^3 (kuasa tiga) dalam kalkulator anda untuk mengenal pasti nombor output bagi beberapa nombor input dan lengkapkan jadual B.

Input	$\sqrt[3]{\quad}$	Output
64	$\sqrt[3]{64}$	4
27	$\sqrt[3]{27}$	3
0		
$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{125}$		

Jadual A

Input	x^3	Output
2	2^3	8
3	3^3	27
5		
7		
10		

Jadual B

Perbincangan:

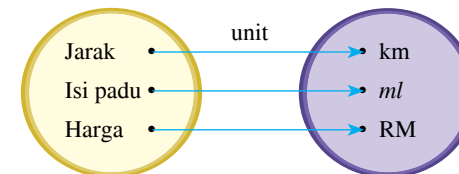
Jika input itu ialah domain manakala output itu julat, tentukan julat untuk set $A = \{64, 27, 0, \frac{1}{8}, \frac{1}{125}\}$ dan set $B = \{2, 3, 5, 7, 10\}$.

Daripada aktiviti di atas, fungsi merupakan hubungan setiap input mempunyai hanya satu output.

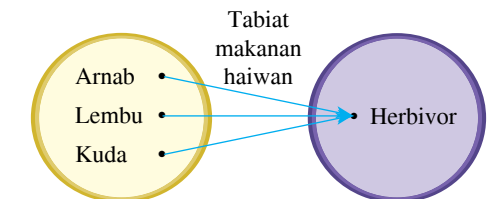
Mengenal pasti fungsi

Terdapat dua jenis hubungan yang menghasilkan fungsi

(a) Hubungan satu kepada satu

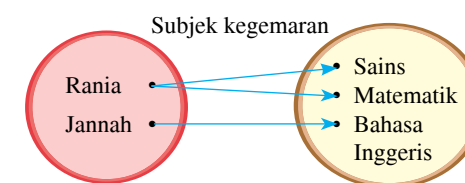


(b) Hubungan banyak kepada satu

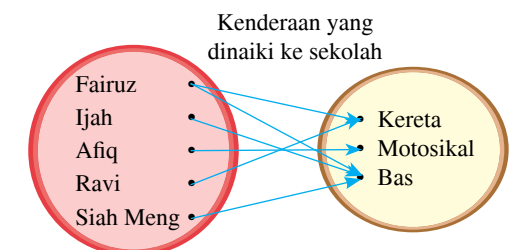


Terdapat dua jenis hubungan yang bukan fungsi

(a) Hubungan satu kepada banyak



(b) Hubungan banyak kepada banyak

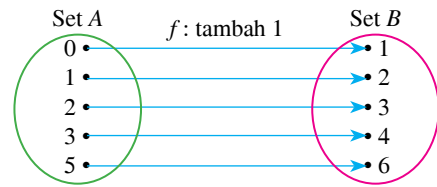


Hubungan ialah padanan unsur dari set A kepada set B. Hubungan dapat diwakili dengan menggunakan

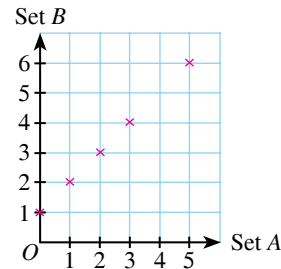
- rajab anak panah
- graf
- pasangan tertib

CONTOH 1

(a) Rajah anak panah



(b) Graf



TAHUKAH ANDA ?

x memetakan ke $f(x)$

Hubungan di atas ialah fungsi 'tolak 1', ditulis dengan tatatanda berikut:
 $f: x \rightarrow x - 1$ atau
 $f(x) = x - 1$

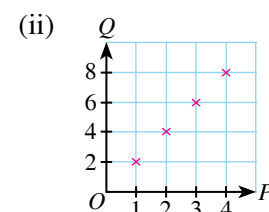
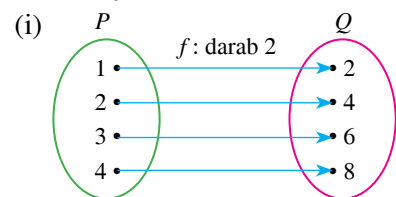
(c) Pasangan tertib

$P = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 6)\}$

CONTOH 2

(a) Fungsi satu kepada satu

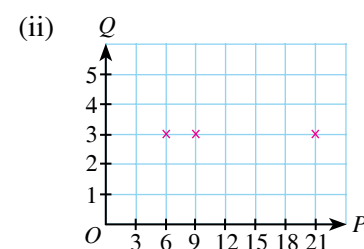
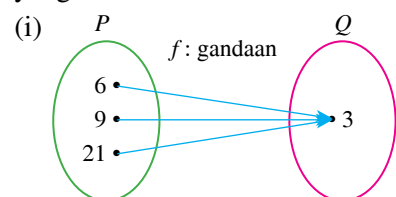
Fungsi satu kepada satu ialah hubungan yang mana objek dalam domain mempunyai hanya satu imej.



(iii) Pasangan tertib, $A = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$

(b) Fungsi banyak kepada satu

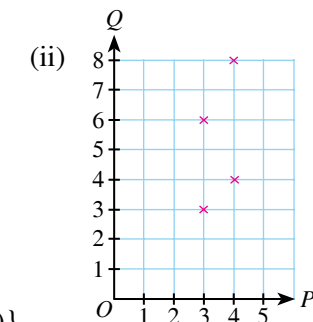
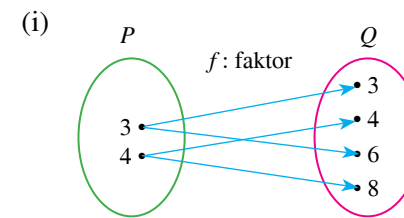
Fungsi banyak kepada satu ialah hubungan yang lebih dari satu objek dihubungkan dengan imej yang sama.



(iii) Pasangan tertib, $B = \{(6, 3), (9, 3), (21, 3)\}$

(c) Hubungan satu kepada banyak

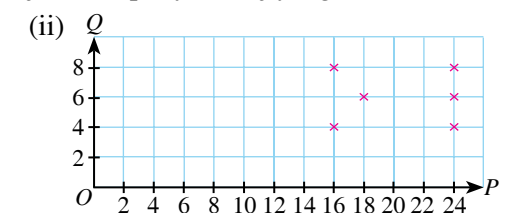
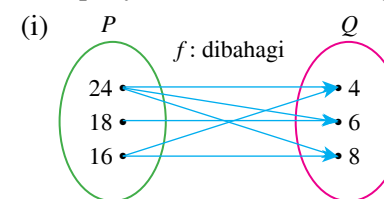
Hubungan satu kepada banyak ialah hubungan yang mana objek dalam domain mempunyai lebih dari satu imej.



(iii) Pasangan tertib, $R = \{(3, 3), (3, 6), (4, 4), (4, 8)\}$

(d) Hubungan banyak kepada banyak

Hubungan banyak kepada banyak ialah hubungan yang mana sekurang-kurangnya satu objek mempunyai lebih dari satu imej dan lebih dari satu objek mempunyai imej yang sama.



(iii) Pasangan tertib, $S = \{(24, 4), (24, 6), (24, 8), (18, 6), (16, 4), (16, 8)\}$

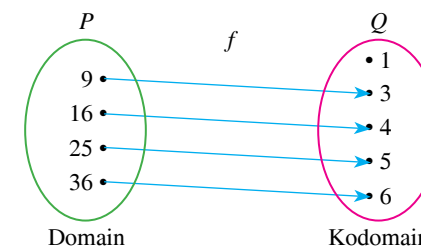
Berikan justifikasi berdasarkan pemerhatian hubungan yang diwakili oleh graf dalam contoh di atas.

IMBAS KEMBALI

Graf garis lurus diperoleh apabila semua pasangan tertib bagi persamaan linear diplot dan disambungkan.

8.1.2 Perwakilan fungsi

Rajah di bawah menunjukkan fungsi, f yang memetakan x kepada \sqrt{x} yang ditulis sebagai $f(x) = \sqrt{x}$.



Set $P = \{9, 16, 25, 36\}$ ialah domain dan unsur-unsurnya dinamakan objek. Set $Q = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ ialah kodomain. Unsur-unsur dalam set Q yang dihubungkan kepada objek dalam set P dinamakan imej. Julat bagi fungsi itu ialah $\{3, 4, 5, 6\}$.

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengenal pasti fungsi dan memberi justifikasi berdasarkan perwakilan fungsi dalam bentuk pasangan tertib, jadual, graf dan persamaan.

CONTOH 3

Diberi set $P = \{1, 2, 3\}$ dan set $Q = \{4, 5, 6\}$. Fungsi, f yang memetakan set P kepada set Q ialah menambah 3. Wakilkan hubungan di atas menggunakan

- (a) pasangan tertib (b) jadual (c) graf (d) persamaan

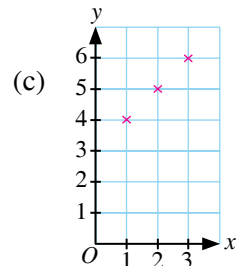
Penyelesaian:

- (a) $\{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$

(b)

P	1	2	3
Q	4	5	6

- (c) $4 = 1 + 3$
 $5 = 2 + 3$
 $6 = 3 + 3$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $y = x + 3$ atau $f(x) = x + 3$



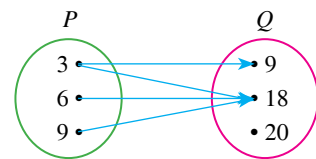
Fungsi yang memetakan x kepada y boleh ditulis menggunakan tatatanda fungsi iaitu $f(x)$. Maka, fungsi ini boleh ditulis sebagai $f(x) = x + 3$.

JOM CUBA 8.1

1. Rajah di sebelah menunjukkan hubungan antara set P dan set Q .

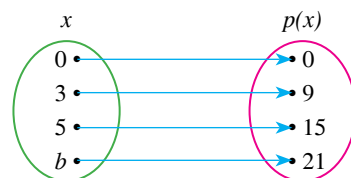
Nyatakan

- (a) jenis hubungan.
 (b) julat hubungan itu.



2. Rajah di sebelah menunjukkan satu fungsi.

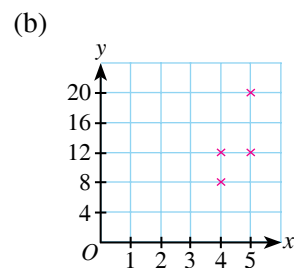
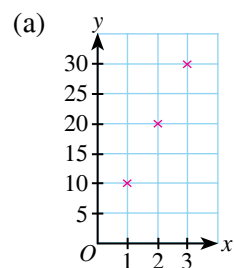
Nyatakan nilai b .



3. Tentukan sama ada set pasangan tertib berikut ialah fungsi.

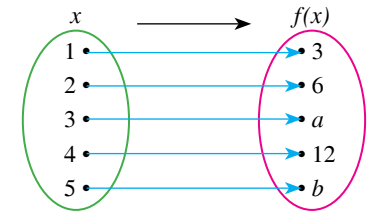
- (a) $P = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$
 (b) $Q = \{(1, 3), (0, 3), (2, 1), (4, 2)\}$
 (c) $R = \{(1, 6), (2, 5), (1, 9), (4, 3)\}$

4. Tentukan sama ada hubungan dalam graf berikut ialah fungsi atau bukan fungsi.

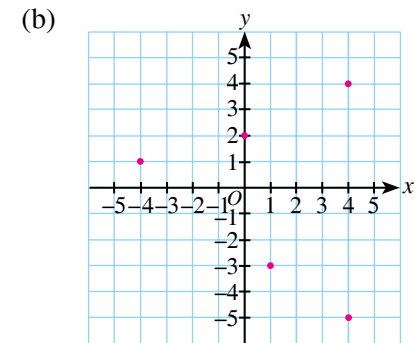
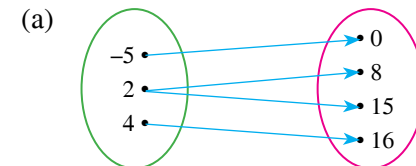


5. Diberi set $S = \{10, 12, 18, 20\}$ dan set $R = \{2, 4, 10, 12\}$. Hubungan dari set S kepada set R ialah tolak 8. Wakilkan fungsi tersebut menggunakan
 (a) pasangan tertib (b) jadual (c) graf (d) persamaan

6. Rajah berikut menunjukkan fungsi $f(x) = 3x$ dalam domain $1 \leq x \leq 5$.
 Tentukan nilai a dan b .



7. Nyatakan domain dan julat hubungan berikut.



8.2 Graf Fungsi

Kita telah mempelajari bahawa perwakilan fungsi boleh dibuat dalam bentuk graf. Graf fungsi ialah perwakilan fungsi pada satah Cartes. Dengan melukis graf, kita dapat menjelaskan hubungan antara pemboleh ubah dalam fungsi tersebut. Graf ini juga akan membantu kita mengenal pasti beberapa maklumat bagi menyelesaikan masalah.



Gambar menunjukkan seorang pemain bola sepak menyepak bola, menyebabkan bola itu melambung dan menurun. Lambungan bola itu membentuk suatu lengkung.

Katakan lengkung itu mewakili fungsi $s = 25t - 2.5t^2$, dengan t ialah masa dalam saat dan s ialah tinggi dalam meter. Hubungan antara s dengan t dapat dilukis dalam bentuk graf. Beberapa maklumat boleh diperolehi daripada graf itu seperti ketinggian maksimum bola, masa bola itu sampai ke tanah semula dan jarak dari tempat tendangan.

TAHUKAH ANDA?

Bintang bola sepak Malaysia dari Pulau Pinang, Mohd Faiz Subri mendapat penghargaan Anugerah Puskas (FIFA) untuk gol terbaik 2016.

8.2.1 Membina jadual nilai

Daripada fungsi yang diberikan, suatu **jadual nilai** dapat dibina untuk menentukan **pasangan tertib** (x, y) yang sepadan sebelum graf dilukiskan.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membina jadual nilai bagi fungsi linear dan bukan linear, dan seterusnya melukis graf menggunakan skala yang diberikan.

CONTOH 4

- (a) Bina satu jadual nilai bagi fungsi $y = 5 - x$, bagi nilai $x = -2, -1, 0, 1$.
 (b) Bina satu jadual nilai bagi fungsi $y = 2x^2 - 1$, bagi nilai $x = -1$ hingga 2.

Penyelesaian:

- (a) Apabila $x = -2$ Apabila $x = -1$ Apabila $x = 0$ Apabila $x = 1$
 $y = 5 - x$ $y = 5 - x$ $y = 5 - x$ $y = 5 - x$
 $y = 5 - (-2)$ $y = 5 - (-1)$ $y = 5 - 0$ $y = 5 - 1$
 $y = 5 + 2$ $y = 5 + 1$ $y = 5$ $y = 4$
 $y = 7$ $y = 6$

Maka, jadual nilai bagi fungsi $y = 5 - x$ ialah

x	-2	-1	0	1
y	7	6	5	4

- (b) Apabila $x = -1$ Apabila $x = 0$ Apabila $x = 1$ Apabila $x = 2$
 $y = 2x^2 - 1$ $y = 2x^2 - 1$ $y = 2x^2 - 1$ $y = 2x^2 - 1$
 $y = 2(-1)^2 - 1$ $y = 2(0)^2 - 1$ $y = 2(1)^2 - 1$ $y = 2(2)^2 - 1$
 $y = 2 - 1$ $y = 0 - 1$ $y = 2 - 1$ $y = 8 - 1$
 $y = 1$ $y = -1$ $y = 1$ $y = 7$

Maka, jadual nilai bagi fungsi $y = 2x^2 - 1$ ialah

x	-1	0	1	2
y	1	-1	1	7

Melukis graf

Seterusnya, pasangan tertib (x, y) tadi boleh diplotkan pada satah Cartes mengikut skala yang diberikan. Kemudian, titik-titik ini disambungkan untuk membentuk graf. Bagi memudahkan graf fungsi dibina, kita boleh mengikut langkah-langkah ini.

Langkah-langkah melukis graf:

1. Bina jadual nilai bagi fungsi yang diberikan.
2. Lukis setiap paksi dengan skala yang diberikan atau dengan skala yang sesuai.
3. Plotkan titik (x, y) bagi pasangan tertib daripada jadual nilai.
4. Sambung titik-titik itu dengan garis lurus atau lengkung yang licin.

TIP

Menggunakan kalkulator untuk menghitung nilai bagi jadual nilai.
 Untuk $y = 2x^2 - 1$
 Tekan
 2 ALPHA) ^ 2 - 1
 Bagi
 $x = -1,$
 tekan CALC -1 =
 jawapan = 1
 $x = 0,$
 tekan CALC 0 =
 jawapan = -1
 $x = 1,$
 tekan CALC 1 =
 jawapan = 1
 $x = 2,$
 tekan CALC 2 =
 jawapan = 7

IMBAS KEMBALI

- Koordinat $(0,0)$ disebut juga sebagai asalan dan ditandakan dengan O .
- Paksi- x juga disebut sebagai paksi mengufuk.
- Paksi- y juga disebut sebagai paksi mencancang.

CONTOH 5

- (a) Lengkapkan jadual nilai di bawah bagi fungsi $y = 2x + 4$.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0			6		10

- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi- y , lukis graf bagi fungsi itu untuk nilai x dari -2 hingga 3.

Penyelesaian:

- (a) $y = 2x + 4$
 Apabila $x = -1$ Apabila $x = 0$ Apabila $x = 2$
 $y = 2(-1) + 4$ $y = 2(0) + 4$ $y = 2(2) + 4$
 $= -2 + 4$ $= 0 + 4$ $= 4 + 4$
 $= 2$ $= 4$ $= 8$

Set nilai ini boleh ditulis dalam bentuk $-2 \leq x \leq 3$.

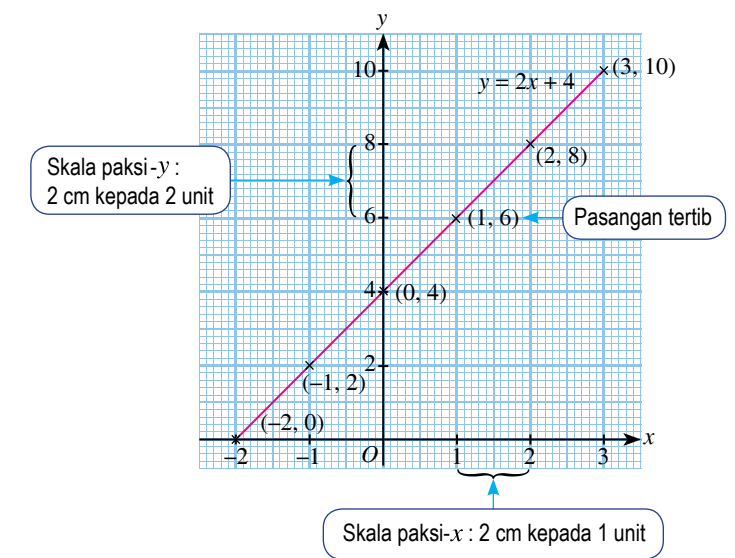
Maka,

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	2	4	6	8	10

- (b) Lukis paksi mengikut skala yang diberikan.
 skala paksi- x : 2 cm kepada 1 unit
 skala paksi- y : 2 cm kepada 2 unit

Plotkan titik mengikut pasangan tertib daripada jadual nilai di atas, iaitu $(-2, 0), (-1, 2), (0, 4), (1, 6), (2, 8)$ dan $(3, 10)$.

Sambungkan titik.



TIP

Graf ini disebut juga sebagai graf fungsi linear, kuasa tertinggi bagi pemboleh ubah x ialah 1.

TAHUKAH ANDA?

Persamaan garis lurus $y = mx + c$, dengan m ialah kecerunan dan c ialah pintasan- y merupakan set fungsi linear.

TIP

Melukis graf garis lurus mestilah dengan menggunakan pembaris.

JOM FIKIR

Apakah jenis graf fungsi di bawah? Nyatakan fungsi tersebut.

CONTOH 6

(a) Lengkapi jadual nilai di bawah bagi fungsi $y = x^2 - 2x - 3$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5		-3			0	5

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 1 unit pada paksi- y , lukis graf bagi fungsi itu untuk $-2 \leq x \leq 4$.

Penyelesaian:

(a) $y = x^2 - 2x - 3$

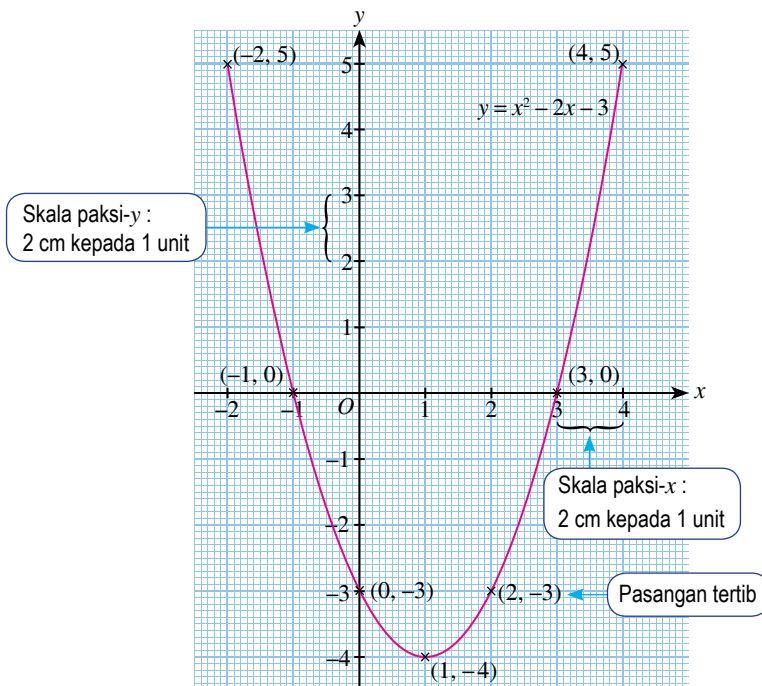
Apabila $x = -1$	Apabila $x = 1$	Apabila $x = 2$
$y = (-1)^2 - 2(-1) - 3$	$y = 1^2 - 2(1) - 3$	$y = 2^2 - 2(2) - 3$
$= 1 + 2 - 3$	$= 1 - 2 - 3$	$= 4 - 4 - 3$
$= 0$	$= -4$	$= -3$

Maka,

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

(b) Lukis paksi mengikut skala yang diberikan. Plotkan titik mengikut jadual nilai di atas dan sambungkan titik tersebut.

skala paksi- x : 2 cm kepada 1 unit
 skala paksi- y : 2 cm kepada 1 unit



TIP

Bagi fungsi kuadratik $f(x) = ax^2 + bx + c$, kuasa tertinggi bagi pemboleh ubah x ialah 2, dan $a \neq 0$.

TIP

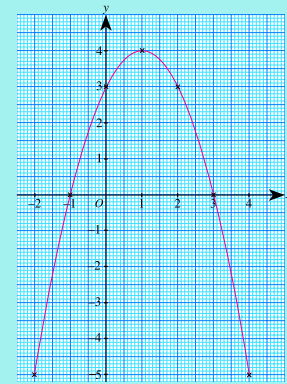
- Mata pensel yang tajam dapat membantu murid melukis garis atau lengkung dengan licin.
- Murid dibenarkan menggunakan pembaris fleksibel untuk melukis garis lengkung.

TAHUKAH ANDA?

Bentuk graf ini dipanggil bentuk parabola.

JOM FIKIR

Apakah jenis graf fungsi di bawah? Nyatakan fungsi tersebut.



CONTOH 7

(a) Lengkapi jadual nilai di bawah bagi fungsi $y = 12 - x^3$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	39		13	12			-15

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi- y , lukis graf bagi fungsi itu untuk $-3 \leq x \leq 3$.

Penyelesaian:

(a) $y = 12 - x^3$

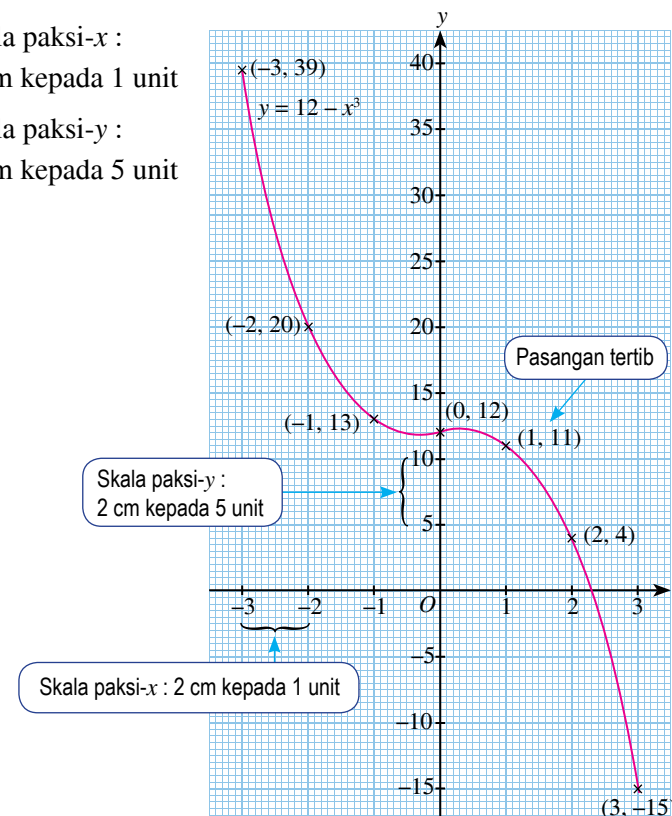
Apabila $x = -2$	Apabila $x = 1$	Apabila $x = 2$
$y = 12 - (-2)^3$	$y = 12 - (1)^3$	$y = 12 - (2)^3$
$= 12 + 8$	$= 12 - 1$	$= 12 - 8$
$= 20$	$= 11$	$= 4$

Maka,

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	39	20	13	12	11	4	-15

(b) Lukis paksi mengikut skala yang diberikan. Plotkan titik mengikut jadual nilai di atas dan sambungkan titik tersebut.

skala paksi- x :
 2 cm kepada 1 unit
 skala paksi- y :
 2 cm kepada 5 unit

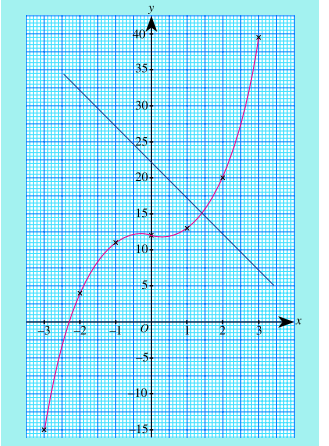


TIP

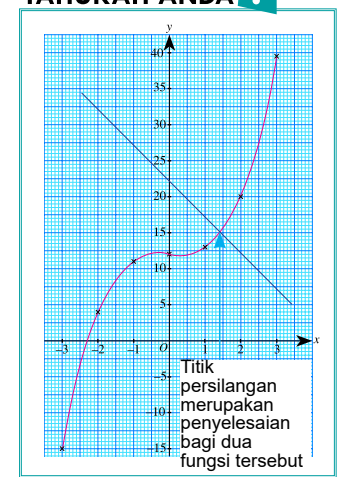
Bagi fungsi kubik $ax^3 + c$, kuasa tertinggi bagi pemboleh ubah x ialah 3, dan $a \neq 0$.

JOM FIKIR

Apakah jenis graf fungsi di bawah? Nyatakan fungsi tersebut.



TAHUKAH ANDA?



CONTOH 8

(a) Lengkapi jadual nilai di bawah bagi fungsi $y = \frac{24}{x}$.

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	-6		-12	-24		12	8	

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi-y, lukis graf bagi fungsi itu untuk $-4 \leq x \leq 4$.

Penyelesaian:

(a) $y = \frac{24}{x}$

Apabila $x = -3$

$$y = \frac{24}{-3}$$

$$= -8$$

Apabila $x = 1$

$$y = \frac{24}{1}$$

$$= 24$$

Apabila $x = 4$

$$y = \frac{24}{4}$$

$$= 6$$

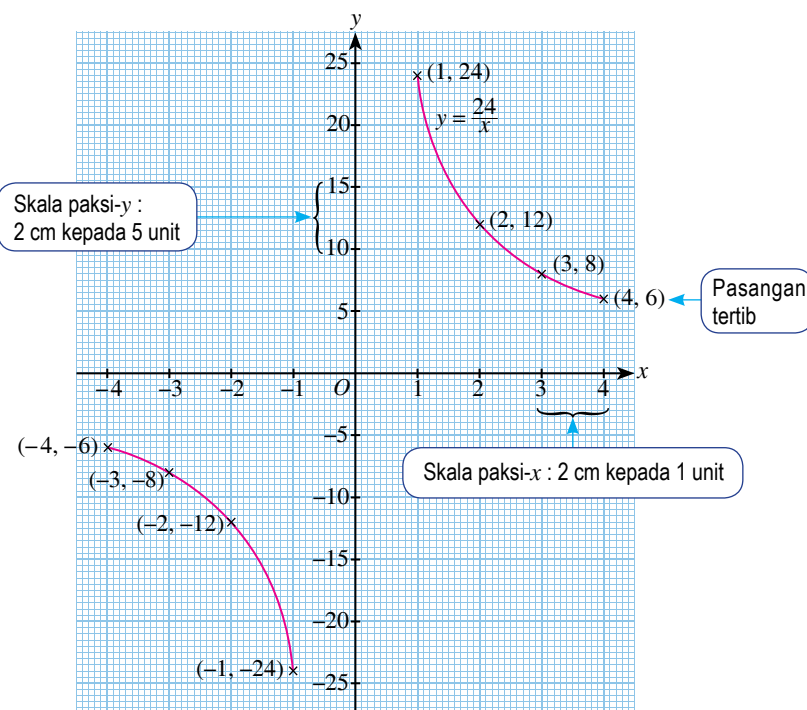
Maka,

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	-6	-8	-12	-24	24	12	8	6

(b) Lukis paksi mengikut skala yang diberikan. Plotkan titik mengikut jadual nilai di atas dan sambungkan titik tersebut.

skala paksi-x : 2 cm kepada 1 unit

skala paksi-y : 2 cm kepada 5 unit

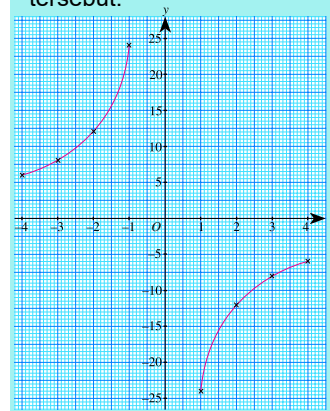


TAHUKAH ANDA ?

Fungsi salingan $y = \frac{a}{x}$ tidak tertakrif jika $x = 0$. Fungsi salingan juga boleh ditulis sebagai $y = ax^{-1}$. Bentuk graf ini dipanggil bentuk hiperbola.

JOM FIKIR

Apakah jenis graf fungsi di bawah? Nyatakan fungsi tersebut.



CONTOH 9

(a) Lengkapi jadual nilai di bawah bagi fungsi $y = x^{-2}$

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	0.06		0.25		4		1	0.25	0.11	0.06

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi-y, lukis graf bagi fungsi itu untuk $-4 \leq x \leq 4$.

Penyelesaian:

(a) $y = x^{-2}$

Apabila $x = -3$

$$y = (-3)^{-2}$$

$$= 0.11$$

Apabila $x = -1$

$$y = (-1)^{-2}$$

$$= 1$$

Apabila $x = 0.5$

$$y = (0.5)^{-2}$$

$$= 4$$

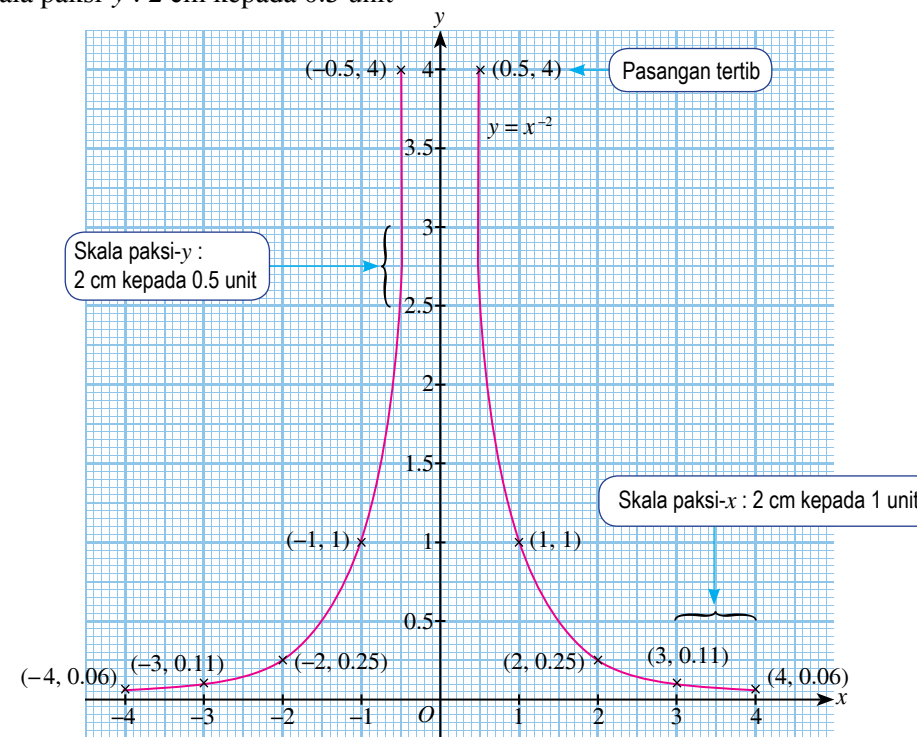
Maka,

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	0.06	0.11	0.25	1	4	4	1	0.25	0.11	0.06

(b) Lukis paksi mengikut skala yang diberikan. Plotkan titik mengikut jadual nilai di atas dan sambungkan titik tersebut.

skala paksi-x : 2 cm kepada 1 unit

skala paksi-y : 2 cm kepada 0.5 unit



Bentuk graf ini juga adalah berbentuk hiperbola.

TIP

$y = ax^n$ dengan $n = -1, -2$ merupakan fungsi salingan.

8.2.2 Tafsiran graf fungsi

Daripada graf fungsi yang telah dibina, kita boleh membuat tafsiran dan ramalan terhadap situasi yang berlaku atau akan berlaku mengikut hubungan yang diperoleh daripada pemboleh ubah.

CONTOH 10

Rajah di sebelah menunjukkan graf fungsi $y = 2x + 2$.

Berdasarkan graf, tentukan

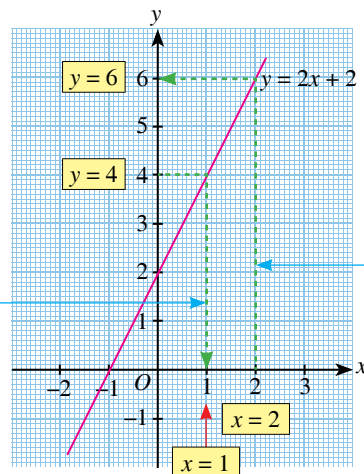
- (a) nilai y apabila $x = 2$.
- (b) nilai x apabila $y = 4$.

Penyelesaian:

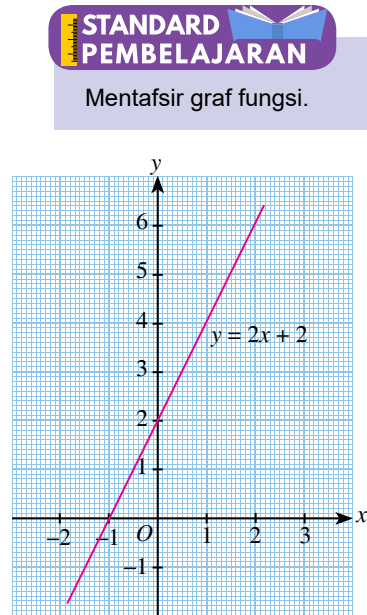
Daripada graf:

- (a) Apabila $x = 2$, maka $y = 6$
- (b) Apabila $y = 4$, maka $x = 1$

Pada $y = 4$, lukis satu garis mengufuk ke kanan sehingga bertemu dengan garis fungsi $y = 2x + 2$. Kemudian, buat satu garis mencancang ke bawah sehingga bertemu dengan paksi- x . Baca nilai x .



Pada $x = 2$, lukis satu garis mencancang ke atas sehingga bertemu dengan garis fungsi $y = 2x + 2$. Kemudian, buat satu garis mengufuk ke kiri sehingga bertemu dengan paksi- y . Baca nilai y .



STANDAR PEMBELAJARAN
Mentafsir graf fungsi.

CONTOH 11

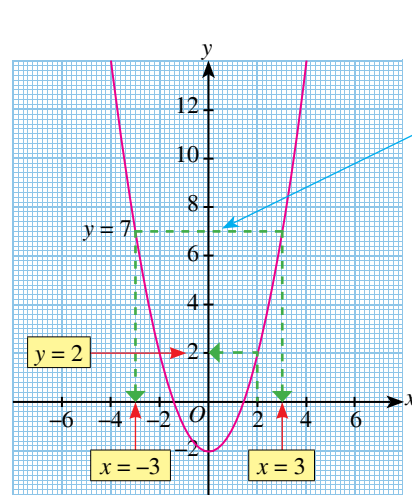
Rajah berikut menunjukkan graf bagi fungsi $y = x^2 - 2$. Berdasarkan graf, tentukan

- (a) nilai y , apabila $x = 2$.
- (b) nilai-nilai x , apabila $y = 7$.

Penyelesaian:

Daripada graf:

- (a) Apabila $x = 2$, maka $y = 2$
- (b) Apabila $y = 7$, maka $x = 3$ dan -3



Buat garis mengufuk $y = 7$, sehingga menyentuh kedua-dua bahagian pada graf $y = x^2 - 2$. Kemudian, buat garis mencancang ke bawah menuju paksi- x .

CONTOH 12

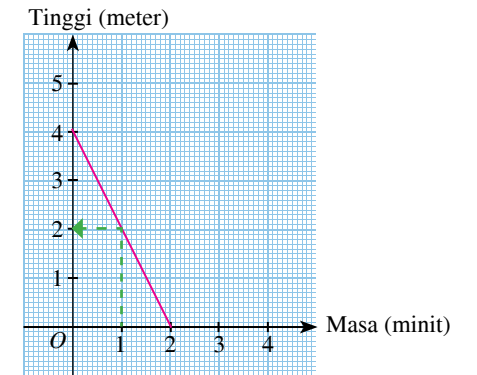
Graf fungsi di sebelah menunjukkan pergerakan sebiji bola yang dijatuhkan dari ketinggian 4 meter. Berdasarkan graf, tentukan

- (a) jarak bola itu dari tanah pada minit pertama.
- (b) masa bola menyentuh tanah.

Penyelesaian:

Daripada graf:

- (a) Apabila $x = 1$, $y = 2$
Maka, jarak bola dari tanah pada minit pertama ialah 2 meter.
- (b) Apabila bola menyentuh tanah, tingginya ialah sifar.
Apabila $y = 0$, $x = 2$
Maka, bola menyentuh tanah pada minit ke-2.



CONTOH 13

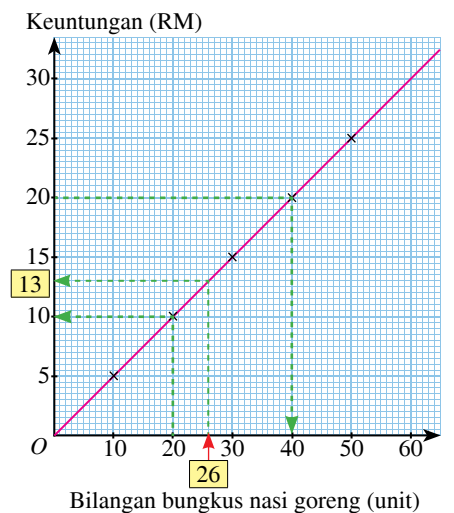
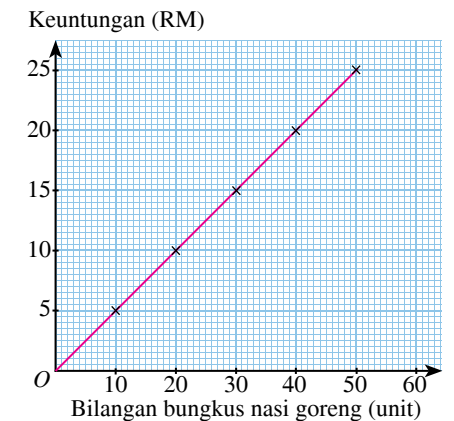
Dalam ekspo keusahawanan yang lepas, Anis telah menjual nasi goreng di gerai Persatuan Pengguna. Graf di sebelah menunjukkan bilangan bungkus nasi goreng yang dijual dengan keuntungan yang diperoleh Anis.

Berdasarkan graf:

- (a) Berapakah keuntungan yang diperoleh Anis sekiranya dia berjaya menjual 20 bungkus nasi goreng?
- (b) Jika Anis mendapat keuntungan sebanyak RM20, berapa bungkus nasi goreng yang telah dijualnya?
- (c) Berapakah keuntungan Anis jika 26 bungkus nasi gorengnya terjual?
- (d) Nyatakan satu inferens yang sesuai bagi graf jualan itu.
- (e) Berdasarkan trend graf tersebut, ramalkan keuntungan Anis jika 60 bungkus nasi gorengnya berjaya dijual.

Penyelesaian:

- (a) Keuntungan = RM10
- (b) Bilangan nasi goreng = 40 bungkus
- (c) Keuntungan = RM13
- (d) Jumlah keuntungan Anis meningkat jika bilangan bungkus nasi goreng yang dijual bertambah.
- (e) RM30



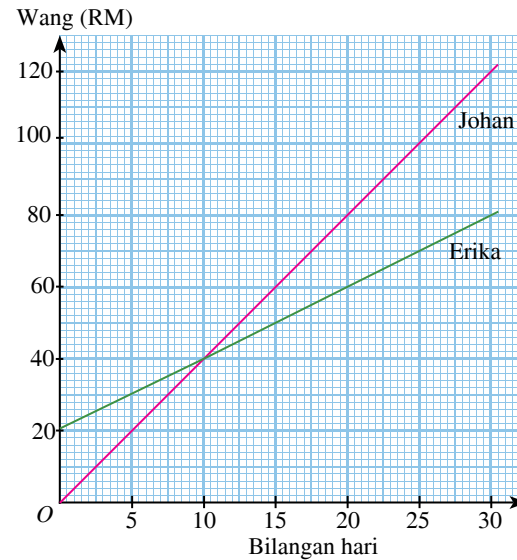
8.2.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 14

Setiap hari, Johan dan Erika menerima wang belanja daripada bapa mereka. Mereka akan menyimpan sebahagian daripada wang belanja itu di dalam tabung. Graf di bawah menunjukkan jumlah wang (RM) yang disimpan mengikut bilangan hari.

Berdasarkan graf:

- Berapakah jumlah wang yang disimpan pada hari ke-20 di dalam tabung
 - Johan
 - Erika
- Bilakah wang Johan dan Erika mempunyai jumlah simpanan yang sama?
- Bilakah simpanan Johan dan Erika mempunyai perbezaan sebanyak RM30?
- Bapa mereka berjanji akan memberikan hadiah kepada seorang daripada mereka yang mempunyai wang paling banyak selepas sebulan. Siapakah yang akan mendapat hadiah itu? Berikan justifikasi anda.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan graf fungsi.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Mengenal pasti nilai wang yang disimpan pada hari ke-20.
- Mengenal pasti bilangan hari bagi jumlah simpanan yang sama bagi Johan dan Erika.
- Menghitung perbezaan simpanan mereka sebanyak RM30.
- Mengenal pasti siapakah yang akan mendapat hadiah berdasarkan simpanan paling banyak dalam masa sebulan dengan memberikan justifikasinya.

Merancang strategi

- Baca nilai y apabila $x = 20$ bagi graf Johan dan Erika.
- Baca nilai x bagi titik persilangan dua garis tersebut.
- Hitung perbezaan nilai sebanyak RM30 di antara dua garis tersebut.
- Baca nilai y apabila bilangan hari ialah 30.

Melaksanakan strategi

- Daripada graf, pada hari ke-20
 - Simpanan Johan = RM80
 - Simpanan Erika = RM60
- Nilai x bagi titik persilangan graf Johan dan Erika. Titik persilangan ialah (10, 40). Maka pada hari ke-10 jumlah simpanan Johan dan Erika adalah sama, iaitu RM40.
- Pada hari ke-25, $\text{RM}100 - \text{RM}70 = \text{RM}30$.
- Apabila $x = 30$, graf Erika, $y = \text{RM}80$; graf Johan, $y = \text{RM}120$. Maka, simpanan Johan lebih banyak.

Membuat kesimpulan

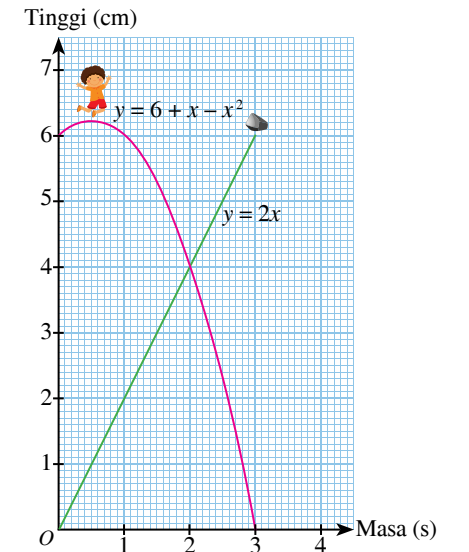
- Jumlah wang yang disimpan pada hari ke-20 oleh
 - Johan = RM80
 - Erika = RM60
- Simpanan Johan dan Erika mempunyai jumlah yang sama pada hari ke-10.
- Perbezaan simpanan mereka sebanyak RM30 adalah pada hari ke-25.
- Johan akan mendapat hadiah daripada bapanya kerana pada hari ke-30 tabung Johan mempunyai RM120 manakala tabung Erika cuma mempunyai RM80 sahaja.

CONTOH 15

Dalam permainan animasi, kartun Jibam melompat dari sebuah blok batu. Pada masa yang sama, sebiji batu akan dibaling ke arahnya untuk menjatuhkan Jibam. Graf fungsi $y = 6 + x - x^2$ mewakili pergerakan Jibam dan graf fungsi $y = 2x$ mewakili pergerakan batu tersebut. y mewakili jarak dalam meter dan x ialah masa dalam saat.

Berdasarkan graf:

- Apakah ketinggian maksimum lompatan Jibam?
- Pada saat keberapakah batu itu tepat mengenai Jibam?
- Pada saat keberapakah Jibam menyentuh permukaan tanah?



Penyelesaian:

Memahami masalah

- Fungsi $y = 6 + x - x^2$ mewakili lompatan Jibam. Fungsi $y = 2x$ mewakili balingan batu.
- Mengenal pasti nilai ketinggian maksimum lompatan Jibam, masa batu mengenai Jibam dan masa Jibam sampai ke tanah.

Merancang strategi

- Baca nilai ketinggian maksimum daripada graf $y = 6 + x - x^2$.
- Baca nilai x bagi titik persilangan dua graf tersebut.
- Baca nilai x jika $y = 0$.

Melaksanakan strategi

Daripada graf:

- Titik maksimum ialah (0.5, 6.25), maka ketinggian maksimum ialah 6.25.
- Nilai x ialah titik persilangan dua graf tersebut. Titik persilangan ialah (2, 4). Maka, batu itu mengenai Jibam pada saat ke-2.
- $y = 0, x = 3$. Maka, Jibam akan menyentuh tanah pada saat ke-3.

Membuat kesimpulan

Maka:

- Ketinggian maksimum lompatan Jibam ialah 6.25 meter.
- Batu yang dibaling itu mengenai Jibam pada saat ke-2.
- Jibam akan menyentuh tanah pada saat ke-3.

JOM CUBA 8.2

1. Salin dan lengkapkan jadual nilai berikut bagi fungsi yang diberikan.

(a) $y = 3x + 2$

x	0	1	2	3	4
y		5			14

(b) $y = 2x^2$

x	0	1	2	3	4
y			8	18	

(c) $y = x^3 + 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-6		2			

2. Bina jadual nilai bagi setiap fungsi yang berikut dengan menggunakan nilai x yang diberikan.

(a) $y = 2x - 2$ untuk $-3 \leq x \leq 3$

(b) $y = 2x^2 + x - 5$ untuk $-1 \leq x \leq 3$

(c) $y = 3x^3 - 6$ untuk $-2 \leq x \leq 4$

3. Salin dan lengkapkan jadual-jadual nilai di bawah mengikut fungsi yang diberikan, seterusnya lukis graf dengan skala yang dinyatakan.

(a) $y = 5 + x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2		4	5			8	9

Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 1 unit pada paksi- y , lukis graf fungsi $y = 5 + x$ untuk $-3 \leq x \leq 4$.

(b) $y = 4 - x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y		0			3	0	-5

Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 1 unit pada paksi- y , lukis graf fungsi $y = 4 - x^2$ untuk $-3 \leq x \leq 3$.

(c) $y = 8 - x^3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	35		9	8			-19

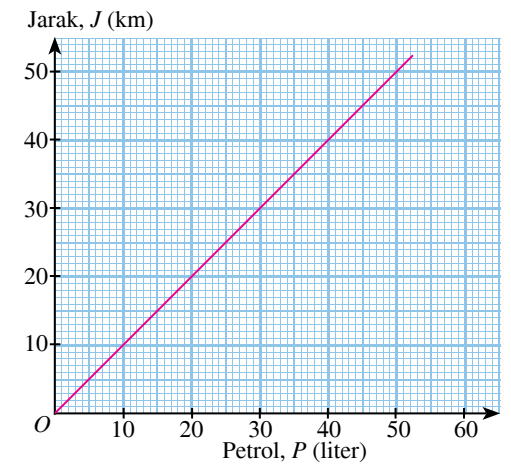
Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 10 unit pada paksi- y , lukis graf fungsi $y = 8 - x^3$ untuk $-3 \leq x \leq 3$.

(d) $y = \frac{4}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	-1	-1.33		-4	-8		4		1.33	

Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi- y , lukis graf fungsi $y = \frac{4}{x}$ untuk $-4 \leq x \leq 4$.

4. Graf menunjukkan penggunaan petrol P liter yang digunakan oleh sebuah teksi bagi jarak J km. Berdasarkan graf:



- (a) Tentukan jarak teksi itu akan bergerak jika tangkinya diisi sebanyak
 - (i) 30 liter petrol.
 - (ii) 42 liter petrol.
- (b) Hitung kos petrol bagi pergerakan teksi sejauh 36 km jika 1 liter petrol bernilai RM2.30.

5. Diberi satu fungsi $y = 5x^2 - 9x - 5$.

(a) Lengkapkan jadual nilai di bawah bagi fungsi tersebut untuk $-2 \leq x \leq 3$.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	33		-5	-9		

- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan skala 2 cm kepada 5 unit pada paksi- y , plotkan semua titik pada graf itu.
- (c) Seterusnya, lukis graf fungsi itu.
- (d) Daripada graf, tentukan nilai x apabila $y = 0$.

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Tentukan sama ada setiap hubungan berikut ialah suatu fungsi atau bukan fungsi.
 - (a) $\{(0, 0), (1, 4), (2, 8), (3, 12)\}$
 - (b) $\{(25, 5), (25, -5), (9, 3), (9, -3)\}$
2. Wakilkan hubungan set yang diberikan dalam bentuk pasangan tertib, jadual, graf dan persamaan.
 - (a) Set integer, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
Set gandaan dengan 11, $A = \{11, 22, 33, 44, 55\}$
 - (b) Set integer, $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
Set kuasa dua sempurna, $S = \{1, 4, 9, 16, 25\}$
3. Luas permukaan sebiji bola, L berbentuk sfera ialah hasil darab 4π dengan kuasa dua jejariinya, j .
 - (a) Nyatakan
 - (i) pemboleh ubah bersandar.
 - (ii) pemboleh ubah tak bersandar.
 - (b) Tulis hubungan antara L dengan j .
4. Diberi $T = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $U = \{1, 8, 27, 64\}$. Hubungan set T kepada set U ialah kuasa tiga. Wakilkan fungsi berikut menggunakan
 - (a) pasangan tertib
 - (b) jadual
 - (c) graf
 - (d) persamaan

5. Bapa Amirah memberikan wang belanja kepadanya sebanyak RM100.

- (a) Jika dia berbelanja sebanyak RM2 setiap hari, hitung baki wang selepas
 (i) 2 hari (ii) 5 hari (iii) 10 hari
 (b) Diberi RMy mewakili baki wang Amirah selepas x hari. Lengkapkan jadual nilai di bawah.

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y			70	60		40		20	10	

- (c) Lukis graf bagi fungsi $y = 100 - 2x$ untuk $5 \leq x \leq 50$. Gunakan skala 2 cm kepada 10 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 10 unit pada paksi- y .
 (d) Daripada graf:
 (i) Bilakah semua wang simpanan Amirah habis dibelanjakan?
 (ii) Bilakah wang simpanan Amirah berbaki sebanyak RM44?

6. Wilson ingin membina sangkar arnabnya yang berbentuk segi empat tepat dengan lebar p meter dan panjang $3p$ meter. Jika A mewakili luas sangkar arnab itu, maka hubungan A dengan panjang dan lebar sisinya diwakili oleh $A = 3p^2$.

(a) Lengkapkan jadual nilai di bawah bagi fungsi A untuk $0 \leq p \leq 6$.

p	0	1	2	3	4	5	6
A				27		75	108

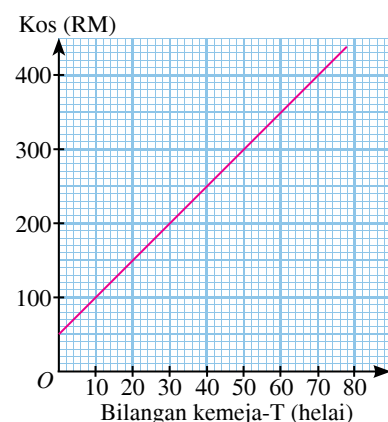
- (b) Lukis graf bagi fungsi A untuk $0 \leq p \leq 6$. Gunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 10 unit pada paksi- y .
 (c) Daripada graf, tentukan:
 (i) Luas kawasan sangkar arnab itu apabila lebarnya ialah 5.2 m.
 (ii) Luas kawasan sangkar arnab sekiranya Wilson mempunyai dawai pagar sepanjang 40 m.

7. Raj ialah pengerusi Kelab Komputer. Dia ingin menempah kemeja-T untuk ahli kelab daripada Puan Aini, guru koperasi sekolah. Puan Aini telah menyediakan satu graf bagi menunjukkan kos dalam RM, dengan bilangan kemeja-T.

(a) Lengkapkan jadual di bawah berdasarkan graf.

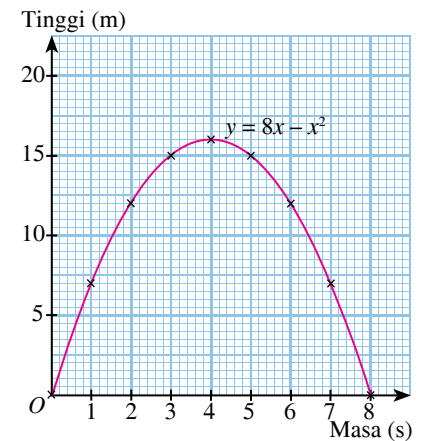
Bilangan kemeja-T	10	30	50	70
Kos (RM)				

- (b) Setelah Raj mengamati graf tersebut, dia terkejut apabila mendapati 0 helai kemeja-T kosnya RM50. Jika anda ialah Puan Aini, apakah penjelasan anda?
 (c) Berapakah jumlah kos yang perlu dibayar oleh Raj untuk 68 helai kemeja-T?
 (d) Jika Raj cuma mempunyai bajet sebanyak RM410, nyatakan jumlah kemeja-T yang dapat ditempah olehnya.



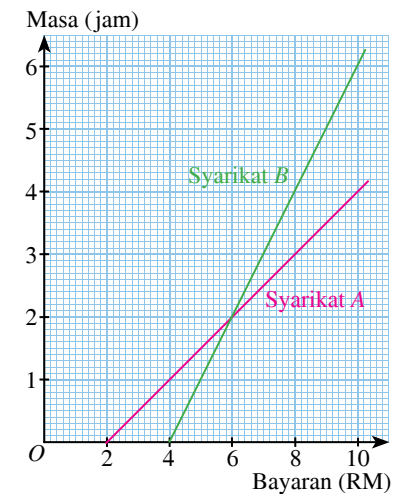
8. Nizam memukul bola golf yang diberikan kepadanya. Ketinggian bola itu, y meter dari permukaan tanah selepas x saat ialah $y = 8x - x^2$. Graf di sebelah menunjukkan pergerakan bola golf itu setelah dipukul.

- Berdasarkan graf:
 (a) Berapakah ketinggian bola itu pada saat ke-3?
 (b) Pada saat keberapakah bola itu berada di ketinggian 10 m.
 (c) Pada saat keberapakah bola itu akan jatuh ke tanah?
 (d) Apakah ketinggian maksimum yang dicapai oleh bola itu?
 (e) Apakah trend bagi pergerakan bola golf itu?



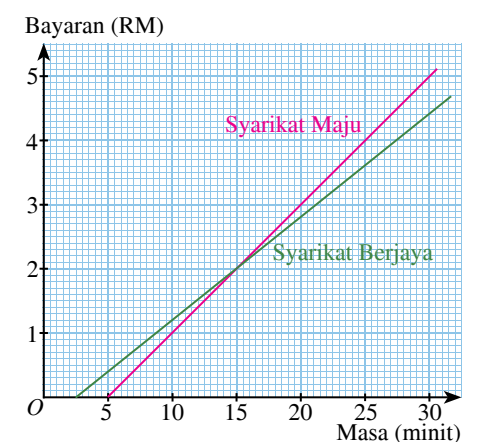
9. Zarul ingin menyewa basikal untuk bersiar-siar di taman rekreasi. Terdapat dua buah kedai yang menawarkan perkhidmatan menyewa basikal di situ, iaitu Syarikat A dan Syarikat B. Graf menunjukkan kadar bayaran dan masa penggunaan basikal yang ditetapkan oleh kedua-dua buah syarikat itu.

- Berdasarkan graf:
 (a) Berapakah bayaran yang dikenakan oleh Syarikat A bagi 3 jam penggunaan basikal itu?
 (b) Jika Zarul ingin menyewa basikal untuk 1 jam sahaja, syarikat basikal yang manakah menawarkan harga yang lebih murah? Jelaskan jawapan anda.
 (c) Zarul mempunyai RM7 sahaja. Basikal syarikat yang manakah harus dipilih oleh Zarul? Jelaskan.
 (d) Untuk tempoh berapa jamkah bayaran sewa basikal bagi 2 buah syarikat itu adalah sama?
 (e) Jika Zarul menyewa basikal selama 6 jam daripada Syarikat B, berapakah bayaran yang perlu dibayar oleh Zarul?

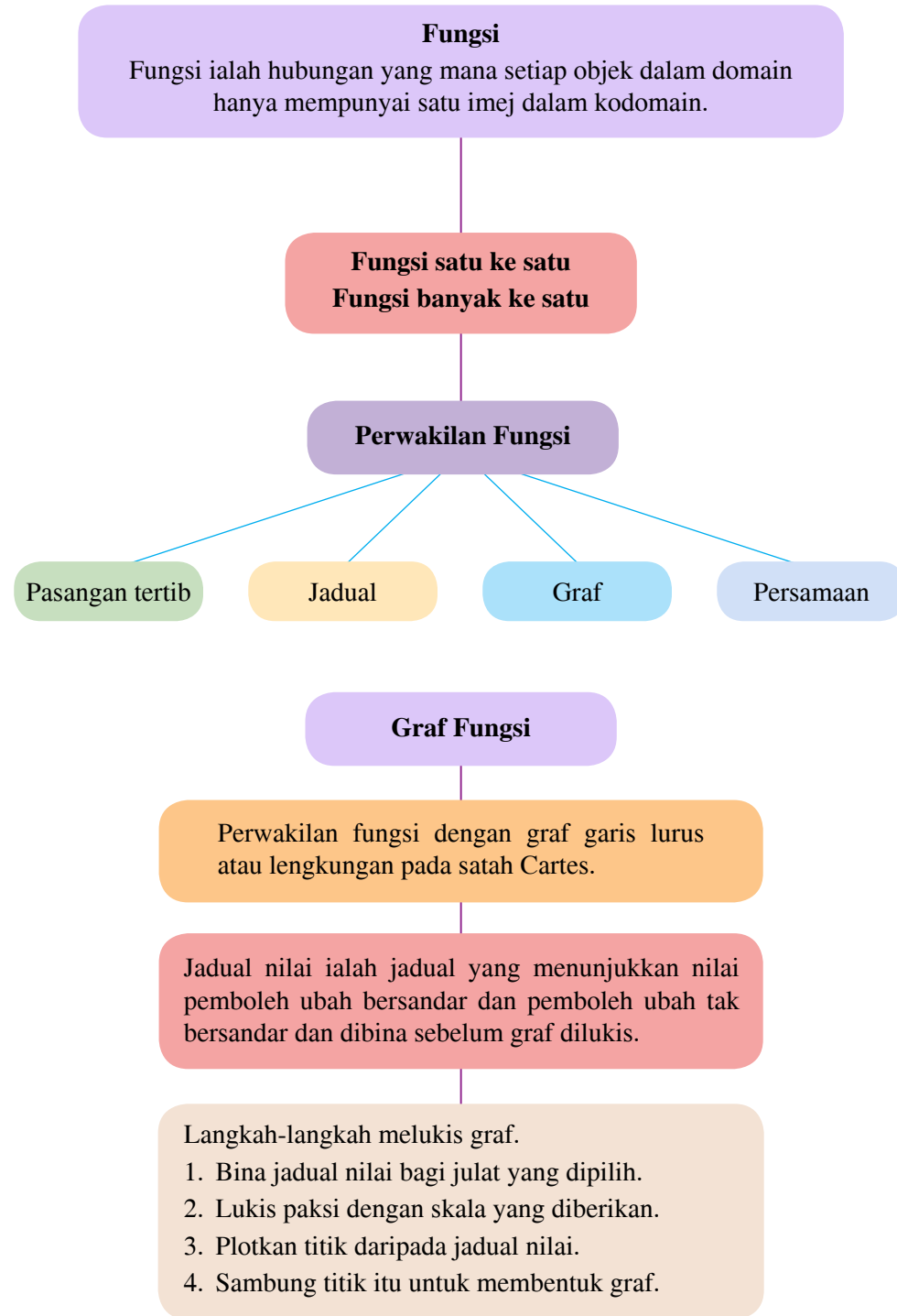


10. Syarikat Maju dan Syarikat Berjaya ialah dua syarikat telekomunikasi yang menawarkan pakej pelan prabayar telefon bimbit. Graf menunjukkan kadar bayaran dan masa perbualan yang ditawarkan oleh kedua-dua syarikat itu.

- Berdasarkan graf:
 (a) Berapakah kadar bayaran bagi 20 minit perbualan bagi
 (i) Syarikat Maju (ii) Syarikat Berjaya
 (b) Jika Erin menggunakan telefon lebih daripada 30 minit untuk berbual sebulan, syarikat yang manakah menawarkan kadar bayaran yang lebih murah? Jelaskan.
 (c) Umai hanya mahu membelanjakan RM4 sahaja untuk perkhidmatan itu. Syarikat manakah yang harus dipilih oleh Umai? Jelaskan.



INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Menerangkan maksud fungsi.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Mengenal pasti fungsi dan memberikan justifikasi berdasarkan perwakilan fungsi dalam bentuk pasangan tertib, jadual, graf dan persamaan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Membina jadual nilai bagi fungsi linear dan bukan linear, dan seterusnya melukis graf dengan skala yang diberikan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Mentafsir graf fungsi.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



PROJEK MINI

Anda dikehendaki membuat satu tugas, iaitu menghasilkan kad ucapan dengan menggunakan corak fungsi yang diberikan. Lengkapkan jadual nilai di bawah. Lukis lapan graf fungsi di bawah pada sekeping kertas graf yang sama dengan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi-y. Labelkan setiap graf yang dilukis dengan fungsinya. Warnakan setiap rantau dengan warna-warna yang digemari. Selepas itu, gunting kertas graf itu mengikut ukuran yang anda pilih dan pastikan corak yang telah diwarnakan memenuhi kawasan. Lekatkan graf ini pada kad manila dan hias mengikut kreativiti anda untuk menjadikannya sebagai sekeping kad ucapan.



Contoh corak daripada beberapa graf fungsi

Bilangan	Fungsi (y)	x						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
1	$y = x$							
2	$y = -x + 9$							
3	$y = 2x + 8$							
4	$y = -2x + 4$							
5	$y = x^2 - 3$							
6	$y = -x^2 + 13$							
7	$y = -x^3 + 5$							
8	$y = 2x^{-2}$							

BAB 9

Laju dan Pecutan

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 9.1 Laju
- 9.2 Pecutan

RANGKAI KATA

- Laju
- Jarak
- Masa
- Unit
- Pecutan
- Nyahpecutan
- Laju purata
- Laju seragam
- Laju tak seragam
- Pegun
- *Speed*
- *Distance*
- *Time*
- *Unit*
- *Acceleration*
- *Deceleration*
- *Average speed*
- *Uniform speed*
- *Non-uniform speed*
- *Stationary*

Perhatikan beberapa aktiviti dalam kehidupan harian kita. Kesemua aktiviti ini melibatkan laju. Perubahan laju juga berlaku apabila wujud aktiviti pergerakan.

Azizulhasni Awang ialah seorang pelumba basikal trek profesional negara. Beliau telah melakukan pecutan pada pusingan akhir dan telah menjuarai Kejohanan Berbasikal Trek Dunia di Hong Kong bagi acara keirin lelaki pada 13 April 2017.



IMBASAN SILAM

Galileo Galilei ialah saintis pertama yang mengukur kelajuan sebagai jarak per masa.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms169

MASLAHAT BAB INI

- Ilmu dalam bab ini boleh diaplikasikan dalam bidang kerjaya seperti kejuruteraan automotif, angkasawan, bidang kajian fizik, sukan, astronomi dan sebagainya.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Memperkenal laju dan pecutan

Bahan: Tiga set kereta kawalan jauh, jam randik, trek perlumbaan dan wisel

Langkah:

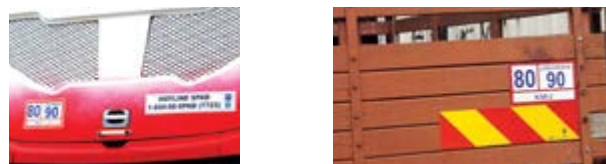
1. Pilih tiga orang murid.
2. Setiap seorang diberi satu set kereta kawalan jauh yang sama.
3. Gerakkan kereta kawalan jauh masing-masing dengan alat kawalan di atas trek yang disediakan apabila wisel dibunyikan.
4. Catat masa dan nama pemenang bagi aktiviti ini.
5. Apakah hubungan antara masa, laju dan pecutan dengan kemenangan kereta kawalan jauh tersebut? Bincangkan.



9.1 Laju

9.1.1 Laju sebagai suatu kadar

Cuba anda perhatikan di belakang sebuah lori atau bas persiaran, terdapat simbol had laju bagi setiap kenderaan tersebut. Apakah maksud simbol tersebut? Apakah akibat yang akan berlaku sekiranya pemandu tidak mematuhi arahan simbol itu?



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud laju sebagai suatu kadar yang melibatkan jarak dan masa.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menerangkan maksud laju sebagai satu kadar yang melibatkan jarak dan masa

Bahan: Jam randik dan kad manila (lembaran keputusan larian 100 m)

Langkah:

1. Murid dibahagikan kepada empat kumpulan.
2. Pilih tiga orang murid sebagai pelari daripada setiap kumpulan.
3. Murid-murid ini akan berlari sejauh 50 m di atas trek yang telah disediakan.
4. Masa larian murid-murid tersebut direkodkan.
5. Keputusan tersebut direkodkan dalam jadual keputusan di atas kad manila yang diberikan. Seterusnya, hitung nilai jarak dibahagi dengan masa bagi setiap pelari.



Nama Pelari	Jarak (m)	Masa (s)	$\frac{\text{Jarak (m)}}{\text{Masa (s)}}$
	50		
	50		
	50		

6. Paparkan jadual keputusan kumpulan anda.

Perbincangan:

- (i) Senaraikan nama pemenang tempat pertama, kedua dan ketiga bagi kumpulan anda.
- (ii) Apakah kesimpulan yang dapat dibuat oleh kumpulan berdasarkan keputusan yang diperolehi?

Murid yang mendapat tempat pertama telah menamatkan larian dalam masa yang paling singkat manakala murid yang terakhir menamatkan larian dengan merekodkan masa yang paling lama.

Ketiga-tiga orang murid itu berlari dalam jarak yang sama, maka laju larian murid ialah hasil bahagi jarak dengan masa larian mereka.

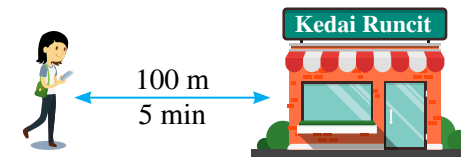
$$\text{Laju} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}}$$

CONTOH 1

Aida berjalan ke kedai yang jaraknya 100 meter selama 5 minit. Hitung lajunya.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Laju} &= \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}} \\ &= \frac{100 \text{ m}}{5 \text{ min}} \\ &= 20 \text{ m/min} \end{aligned}$$



Maka, Aida berjalan sejauh 20 m setiap minit.

CONTOH 2

Khairul Hafiz dan Badrul Hisyam ialah pelari pecut muda negara. Semasa latihan acara 100 meter, Khairul Hafiz menamatkan larian dalam masa 10.18 saat manakala Badrul Hisyam menamatkan larian dalam masa 10.25 saat. Hitung laju larian Khairul Hafiz dan Badrul Hisyam.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Laju larian Khairul Hafiz} &= \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}} \\ &= \frac{100 \text{ m}}{10.18 \text{ s}} \\ &= 9.82 \text{ m/s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{Laju larian Badrul Hisyam} &= \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}} \\ &= \frac{100 \text{ m}}{10.25 \text{ s}} \\ &= 9.76 \text{ m/s} \end{aligned}$$

TIP

Jika saya berjalan 10 kilometer dalam tempoh satu jam, maka laju saya ialah 10 km/jam. Jika sesuatu zarah bergerak 1 meter dalam tempoh satu saat, maka laju zarah tersebut ialah 1 m/s.

TIP

m/min boleh disebut sebagai "meter per minit".

TIP



$$L = \frac{J}{M}$$

$$M = \frac{J}{L}$$

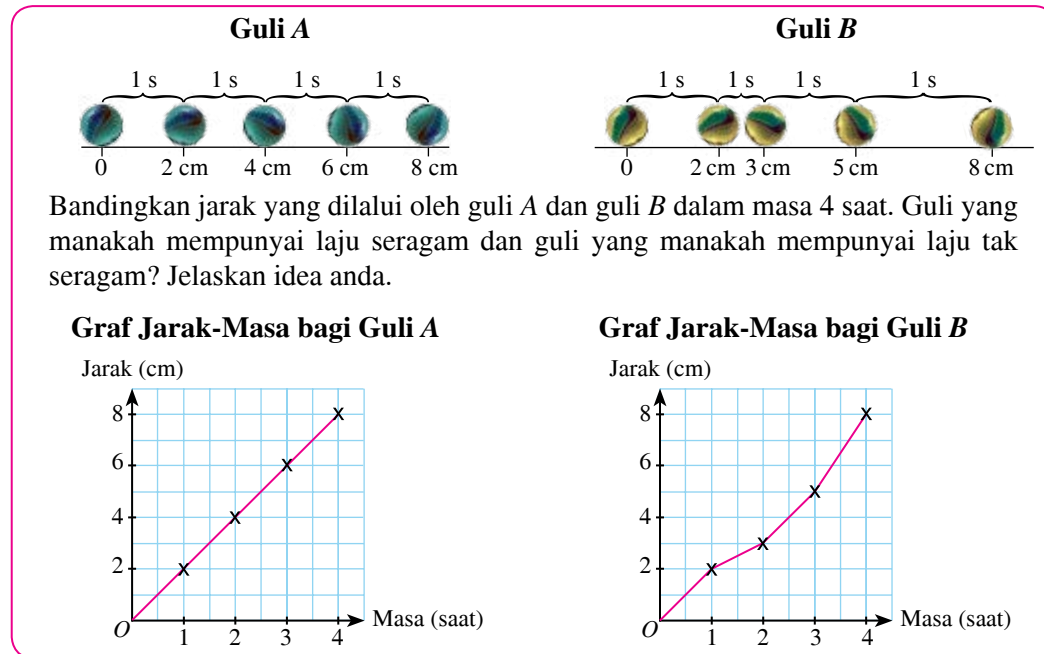
$$J = L \times M$$

9.1.2 Laju seragam dan laju tak seragam

Perhatikan rajah pergerakan guli di bawah. Sebiji guli A dan sebiji guli B digolekkan di atas meja. Pergerakan guli tersebut digambarkan seperti yang berikut.

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan perbezaan antara laju seragam dengan laju tak seragam.



Guli A
Guli A bergerak dengan perubahan jarak yang sama. Maka, guli A bergerak dengan laju seragam.

Guli B
Guli B bergerak dengan perubahan jarak yang berbeza. Maka, guli B bergerak dengan laju tak seragam.

Oleh itu, **laju seragam** ialah laju yang mempunyai perubahan jarak yang sama dalam selang masa yang sama.

Oleh itu, **laju tak seragam** ialah laju yang mempunyai perubahan jarak yang tidak sama dalam selang masa yang sama.

CONTOH 3

Farid memandu sebuah treler sejauh 170 kilometer dalam masa 2 jam yang pertama dan 190 kilometer dalam 4 jam berikutnya. Adakah Farid memandu trelernya dengan laju seragam? Jelaskan jawapan anda.

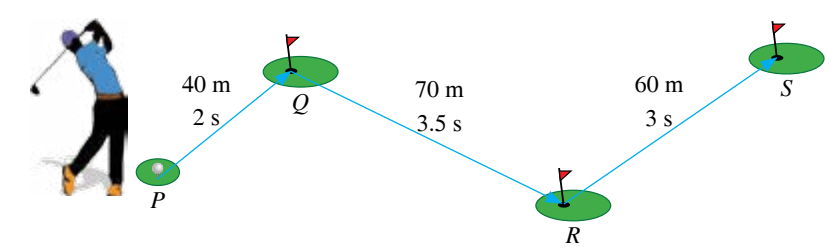
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Kelajuan pada 2 jam yang pertama} &= \frac{170 \text{ km}}{2 \text{ j}} \\ &= 85 \text{ km/j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kelajuan pada 4 jam berikutnya} &= \frac{190 \text{ km}}{4 \text{ j}} \\ &= 47.5 \text{ km/j} \end{aligned}$$

Maka, kelajuan treler tersebut adalah tak seragam.

CONTOH 4



Encik Mahesh memukul bola golf dari tiang P ke tiang S melalui tiang Q dan tiang R. Adakah kelajuan bola golf itu mempunyai laju yang seragam? Jelaskan jawapan anda.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Kelajuan bola dari P ke Q} &= \frac{40 \text{ m}}{2 \text{ s}} \\ &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kelajuan bola dari Q ke R} &= \frac{70 \text{ m}}{3.5 \text{ s}} \\ &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kelajuan bola dari R ke S} &= \frac{60 \text{ m}}{3 \text{ s}} \\ &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Maka, kelajuan bola golf itu adalah seragam.

9.1.3 Laju purata

Pertimbangkan perjalanan Perkhidmatan Kereta Api Elektrik (ETS) dari Kuala Lumpur ke Butterworth. Kereta api itu akan bergerak dengan laju tak seragam. Dalam situasi sedemikian, laju purata digunakan untuk memberikan suatu gambaran tentang laju kereta api itu.

$$\text{Laju purata} = \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$$



TIP
km/j boleh juga ditulis sebagai $\frac{\text{km}}{\text{j}}$ atau kmj^{-1} .

JOM FIKIR

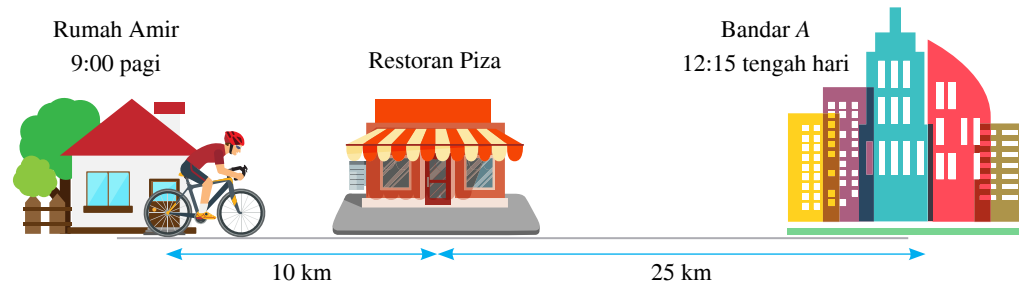
Masa (s)	0	1	2	3	4
Jarak (m)	0	10	20	30	40

Masa (s)	0	1	2	3	4
Jarak (m)	0	3	7	16	30

Lukis graf jarak-masa. Daripada graf tersebut buat kesimpulan tentang laju seragam dan laju tak seragam.

STANDARD PEMBELAJARAN
Melaksanakan pengiraan yang melibatkan laju dan laju purata termasuk penukaran unit.

CONTOH 5



Amir mula berbasikal dari rumahnya ke bandar A pada pukul 9:00 pagi. Dalam perjalanan, dia singgah di restoran piza untuk berehat dan makan sebelum dia menyambung perjalanannya semula ke bandar A. Dia sampai di bandar A pada pukul 12:15 tengah hari. Hitung laju purata, dalam km/j, perjalanan itu.

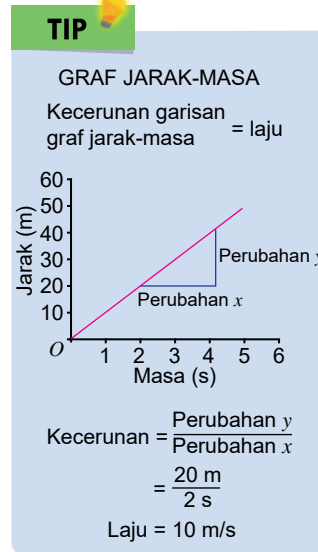
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jumlah jarak} &= 10 \text{ km} + 25 \text{ km} \\ &= 35 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah masa} &= 12:15 - 9:00 \\ &= 3 \text{ j } 15 \text{ min} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Laju purata} &= \frac{35 \text{ km}}{3.25 \text{ j}} \\ &= 10.77 \text{ km/j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ j } 15 \text{ min} &= 3 \text{ j } + \left(\frac{15}{60}\right) \text{ j} \\ &= 3 \text{ j } + 0.25 \text{ j} \\ &= 3.25 \text{ j} \end{aligned}$$



CONTOH 6

Sebuah bas bertolak dari bandar Puchong pada jam 0825 dan tiba di Perai pada jam 1345. Jika jumlah jarak yang dilaluinya ialah 354 kilometer, hitung laju purata bas itu dalam km/j.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Jarak} &= 354 \text{ km} \\ \text{Masa} &= 1345 - 0825 \\ &= 5 \text{ jam } 20 \text{ min} \end{aligned}$$

$$\text{Laju purata} = \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{354 \text{ km}}{5.33 \text{ j}} \\ &= 66.42 \text{ km/j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ j } + \left(\frac{20}{60}\right) \text{ j} &= 5 \text{ j } + 0.33 \text{ j} \\ &= 5.33 \text{ j} \end{aligned}$$

CONTOH 7

Had Laju Kebangsaan di Jalan Persekutuan ialah 90 km/j. Nyatakan had kelajuan ini dalam unit (a) m/s (b) km/min

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) } 90 \text{ km/j} &= \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ j}} \\ &= \frac{90 \times 1000 \text{ m}}{1 \times 3600 \text{ s}} \\ &= \frac{90000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \\ &= 25 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } 90 \text{ km/j} &= \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ j}} \\ &= \frac{90 \text{ km}}{1 \times 60 \text{ min}} \\ &= \frac{90 \text{ km}}{60 \text{ min}} \\ &= 1.5 \text{ km/min} \end{aligned}$$

CONTOH 8

Tukarkan 120 m/s kepada km/min.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 120 \text{ m/s} &= \frac{120 \text{ m}}{1 \text{ s}} \\ &= \frac{120 \div 1000 \text{ km}}{1 \div 60 \text{ min}} \\ &= \frac{0.12 \text{ km}}{0.017 \text{ min}} \\ &= 7.06 \text{ km/min} \end{aligned}$$

CONTOH 9

Karmila telah memenangi pingat emas dalam acara triatlon wanita. Beliau memulakan acara dengan berlari sejauh 10 kilometer, diikuti dengan acara renang sejauh 1 500 meter dan diakhiri dengan 40 kilometer acara berbasikal. Dengan masa selama 1 jam 56 minit untuk keseluruhan pertandingan itu, hitung laju purata dalam km/j bagi seluruh acara itu.

Penyelesaian:

$$\text{Laju purata} = \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$$

$$= \frac{10 \text{ km} + 1500 \text{ m} + 40 \text{ km}}{1 \text{ j } 56 \text{ min}}$$

$$= \frac{10 \text{ km} + 1.5 \text{ km} + 40 \text{ km}}{1.93 \text{ j}}$$

$$= \frac{51.5 \text{ km}}{1.93 \text{ j}}$$

$$= 26.68 \text{ km/j}$$

$$\frac{1500 \text{ m}}{1000 \text{ m}} = 1.5 \text{ km}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ j } + 56 \text{ min} &= 1 \text{ j } + \left(\frac{56}{60}\right) \text{ j} \\ &= 1 \text{ j } + 0.93 \text{ j} \\ &= 1.93 \text{ j} \end{aligned}$$

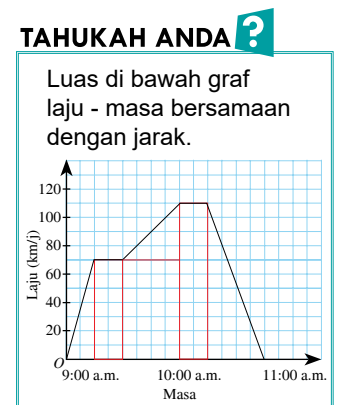
IMBAS KEMBALI

1 km = 1 000 m
1 m = 100 cm

$\times 1000 \times 100$
km m cm
 $\div 1000 \div 100$

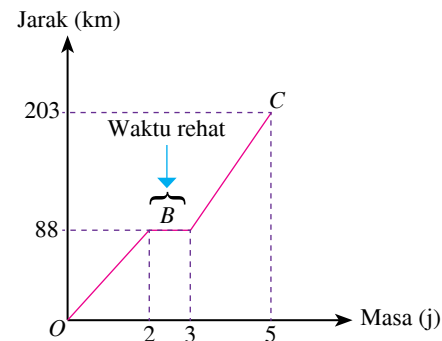
1 jam = 60 minit
1 minit = 60 saat

$\times 60 \times 60$
jam minit saat
 $\div 60 \div 60$



CONTOH 10

Siti mengikuti rombongan sekolah ke Kuala Lumpur. Bas sekolah yang dinaiki mereka bertolak dari sekolah (O) pada pukul 7:00 pagi. Dalam perjalanan, mereka berhenti di kawasan rehat Ulu Bernam (B) untuk menikmati sarapan pagi dan berehat. Selepas itu, mereka meneruskan perjalanan sehingga Kuala Lumpur (C). Graf menunjukkan pergerakan bas dari sekolah ke Kuala Lumpur. Hitung laju purata, dalam km/j, perjalanan itu.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Laju purata} &= \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}} \\ &= \frac{203 \text{ km}}{5 \text{ j}} \\ &= 40.6 \text{ km/j} \end{aligned}$$

9.1.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 11

Khairul Idham Pawi telah mengharumkan nama negara dalam Kejuaraan Motosikal Dunia (MotoGP) di Grand Prix Jerman apabila menjuarai kategori Moto3. Beliau mengambil masa selama 47 minit 8 saat untuk menghabiskan perlumbaan yang berjarak 40.38 kilometer. Hitung laju

- (a) dalam km/j, motosikal yang ditunggang oleh Khairul Idham Pawi.
- (b) jika kelajuan pemenang tempat kedua ialah 0.85 km/min, hitung beza masa antaranya dengan Khairul Idham Pawi.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Jarak perlumbaan = 40.38 km
- Masa perlumbaan = 47 minit 8 saat
- Hitung laju motosikal Khairul Idham Pawi dan beza masa antaranya dengan pemenang tempat kedua.

Merancang strategi

- (a) $\text{Masa} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Laju}}$
- (b) $\text{Beza masa} = \text{Masa pemenang tempat kedua} - \text{masa Khairul Idham Pawi}$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan laju.



Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \text{(a) Laju motosikal Khairul Idham Pawi} &= \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}} = \frac{40.38 \text{ km}}{47 \text{ min} + \left(\frac{8}{60}\right) \text{ min}} \quad \leftarrow \text{Penukaran unit: saat kepada minit} \\ &= \frac{40.38 \text{ km}}{47.13 \text{ min}} \\ &= \frac{40.38 \text{ km}}{\left(\frac{47.13}{60}\right) \text{ jam}} \quad \leftarrow \text{Penukaran unit: minit kepada jam} \\ &= \frac{40.38 \text{ km}}{0.79 \text{ jam}} \\ &= 51.11 \text{ km/j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) Masa motosikal pemenang tempat kedua} &= \frac{\text{Jarak}}{\text{Laju}} \\ &= \frac{40.38 \text{ km}}{0.85 \text{ km/min}} \quad \leftarrow 0.5 \times 60 = 30 \text{ saat tukar unit daripada minit kepada saat} \\ &= 47.5 \text{ min} \\ &= 47 \text{ min } 30 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Beza masa antara Khairul Idham Pawi} & \\ \text{dengan pemenang tempat kedua} &= 47 \text{ min } 30 \text{ s} - 47 \text{ min } 8 \text{ s} \\ &= 22 \text{ s} \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

- (a) Laju motosikal Khairul Idham Pawi ialah 51.11 km/j.
- (b) Beza masa antara pemenang tempat kedua dengan Khairul Idham Pawi ialah 22 saat.

CONTOH 12

Encik Tan memandu kereta dengan purata laju 103 km/j dari Kuala Lumpur ke Skudai. Perjalanan itu mengambil masa 3 jam 7 minit. Encik Tan mengambil masa $\frac{3}{4}$ jam lebih lama dalam perjalanan pulang dari Skudai ke Kuala Lumpur. Hitung laju purata dalam km/j perjalanan pulang Encik Tan.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Purata laju = 103 km/j
- Tempoh perjalanan pergi = 3 jam 7 minit
- Tempoh perjalanan pulang = $\frac{3}{4}$ jam lebih lama daripada masa pergi
- Hitung laju purata perjalanan pulang Encik Tan.

Merancang strategi

- Jarak = Laju × Masa
- Laju purata = $\frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$

Melaksanakan strategi

Jarak dari Kuala Lumpur ke Skudai
 $= 103 \text{ km/j} \times \left(3 + \frac{7}{60}\right) \text{ j}$
 $= 103 \text{ km/j} \times 3.12 \text{ j}$
 $= 321.36 \text{ km}$

Laju purata semasa Encik Tan pulang
 $= \frac{321.36 \text{ km}}{3 \text{ j} + \left(\frac{7 + 45}{60}\right) \text{ j}}$
 $= \frac{321.36 \text{ km}}{3 \text{ j} + 0.87 \text{ j}}$
 $= \frac{321.36 \text{ km}}{3.87 \text{ j}}$
 $= 83.04 \text{ km/j}$

Annotations: Tukar unit daripada minit kepada jam, $\frac{3}{4} \text{ j} = 45 \text{ minit}$, Tukar unit daripada minit kepada jam

Membuat kesimpulan





Laju purata perjalanan pulang Encik Tan ialah 83.04 km/j

JOM CUBA 9.1

1. Padankan masa yang betul bagi jarak dan laju yang diberikan.

Laju = 44.1 km/j Jarak = 150 km	Laju = 120 km/j Jarak = 90 km	Laju = 125 m/s Jarak = 500 m
↓	↓	↓
4 saat	3 jam 24 minit	45 minit

2. Berdasarkan gambar rajah berikut, hitung jarak yang dilalui bagi setiap situasi yang diberikan.

- (a)  Laju = 80 km/j, Masa = $1\frac{1}{2}$ jam
- (b)  Laju = 343 km/min, Masa = 4.5 minit
- (c)  Laju = 3 m/min, Masa = 5.5 minit
- (d)  Laju = 250 km/j, Masa = 2 jam 40 minit

- Atlet paralimpik Malaysia, Mohamad Ridzuan Mohamad Puzi mencatat masa terpanjang dalam acara 100 meter di Sukan Paralimpik 2016 di Rio de Janeiro, Brazil, iaitu 12.07 saat. Hitung laju, dalam m/s, lariannya.
- Jarak dari Tanjung Malim ke Muar ialah 272 km. Sebuah bas bertolak dari Tanjung Malim pada jam 0830. Purata laju bas itu ialah 80 km/j. Pukul berapakah, dalam sistem 24 jam, bas itu tiba di Muar?
- Tukarkan unit laju di bawah dengan unit yang dinyatakan.
 (a) 50 km/j kepada m/min (b) 0.8 m/s kepada km/j (c) 110 km/j kepada km/min
- Umar memandu teksinya dari Ipoh ke Kuala Lumpur melalui lebuhraya. Dia singgah di Tapah untuk mengambil barang sebelum meneruskan perjalanannya ke Kuala Lumpur. Dia memandu dari Ipoh ke Tapah dengan purata laju 100 km/j dengan jarak 60 km. Diberi laju purata teksinya dari Ipoh ke Kuala Lumpur ialah 110 km/j dengan jarak 220 km. Hitung laju purata teksinya Umar dari Tapah ke Kuala Lumpur.
- Larian seekor harimau bintang boleh mencecah kelajuan 25.9 m/s, terutama apabila mengejar mangsanya. Nyatakan kelajuan itu dalam unit km/j.

9.2 Pecutan

9.2.1 Pecutan dan nyahpecutan

Pelari pecut akan bermula dari garisan permulaan dan berlepas dari blok permulaan sebaik sahaja bunyi tembakan pistol kedengaran. Laju larian semakin bertambah apabila mereka mula memecut ketika menuju ke garisan penamat. Peningkatan laju terhadap masa dinamakan pecutan. Selepas melepasi garisan penamat, kelajuan berkurang kerana pelari memperlahankan larian. Pengurangan laju terhadap masa dinamakan nyahpecutan.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan maksud pecutan dan nyahpecutan sebagai suatu kadar yang melibatkan laju dan masa.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Menerangkan maksud pecutan dan nyahpecutan

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

- Buka fail MS179 yang telah disediakan.
- Lengkapkan jadual yang diberikan berpandukan gambar meter kereta yang dilampirkan.
- Nyatakan sama ada ia adalah pecutan atau nyahpecutan.

Tajuk: Bab 9 Laju dan Pecutan
 Tujuan: Menerangkan maksud pecutan dan nyahpecutan.
 1. Lihat bacaan speedometer dan masa yang diberikan. Kemudian lengkapkan jadual yang diberikan.

Masa	Bacaan laju awal	Bacaan laju akhir
1 20 minit		
2 5 saat		
3 20 saat		
4 30 minit		
5 8 saat		

Masa	Laju awal	Laju akhir	Pecutan = $\frac{\text{Perubahan laju}}{\text{Masa yang diambil}}$
1			
2			
3			
4			
5			

TAHUKAH ANDA?

Laju enjin kenderaan biasanya dinyatakan dalam putaran per minit (ppm).

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms179 untuk mendapatkan lembaran kerja di sebelah.



Perubahan laju boleh dikenal pasti dengan menghitung perbezaan di antara laju akhir dan laju awal, sesuatu objek yang bergerak dalam gerakan linear mengikut arah tertentu. Daripada aktiviti di sebelah, peningkatan kelajuan terhadap masa ialah pecutan dan pengurangan kelajuan terhadap masa ialah nyahpecutan. Maka, pecutan dan nyahpecutan ialah kadar yang melibatkan laju dan masa.

CONTOH 13

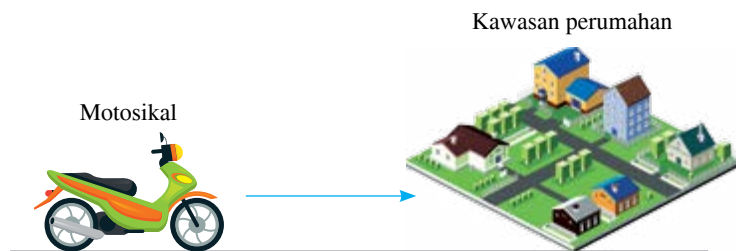
Sebuah kereta lumba memecut daripada keadaan pegun dan mencapai kelajuan 120 km/j dalam masa 6 saat. Hitungkan pecutannya.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Perubahan laju} &= 120 \text{ km/j} - 0 \text{ km/j} \\ &= 120 \text{ km/j} \\ \frac{120 \text{ km}}{1 \text{ j}} &= \frac{120 \text{ km}}{60 \times 60 \text{ s}} \quad \leftarrow 60 \times 1 \text{ min} \\ &= 0.033 \text{ km/s} \\ \text{Pecutan} &= \frac{0.033 \text{ km/s}}{6 \text{ s}} \\ &= 0.0056 \text{ km/s per saat atau km/s}^2 \end{aligned}$$

PERHATIAN Keadaan pegun ialah keadaan objek yang tidak bergerak. Oleh itu, kelajuan objek ialah sifar.

CONTOH 14



Sebuah motosikal bergerak daripada keadaan pegun dan memecut secara seragam sehingga mencapai kelajuan 20 m/s dalam masa 5 saat. Berapakah pecutan motosikal itu?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Pecutan} &= \frac{(20 - 0) \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \\ &= \frac{20 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \\ &= 4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

TIP Pecutan seragam bermaksud kelajuan berubah dengan jumlah yang sama pada setiap saat.

Masa (s)	Laju (m/s)
0	0
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20

TAHUKAH ANDA? Jika sesuatu objek bergerak dengan laju seragam, pecutan ialah sifar.

Selepas brek ditekan, kelajuan motosikal itu semakin perlahan dengan kadar seragam sehingga berhenti dalam masa 4 saat. Berapakah pecutan motosikal itu?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Pecutan} &= \frac{(0 - 20) \text{ m/s}}{4 \text{ s}} \\ &= \frac{-20 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} \\ &= -5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Maka, nyahpecutan motosikal itu ialah 5 m/s².

PERHATIAN Pecutan = -5 m/s² atau Nyahpecutan = 5 m/s² (Nyahpecutan ditulis tanpa tanda negatif)

TAHUKAH ANDA? Apabila objek jatuh dari kedudukan tinggi, pecutannya bernilai 9.81 ms⁻². Hal ini disebabkan oleh berlakunya tarikan graviti.

Unit ukuran pecutan yang biasa digunakan

Unit laju	Unit masa	Unit pecutan
km/j	jam	km/j ² atau kmj ⁻² atau km/j per jam
m/s	saat	m/s ² atau ms ⁻² atau m/s per saat

9.2.2 Penukaran unit

CONTOH 15

Tukarkan 420 m/min per min kepada unit km/min per minit.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \frac{420 \text{ m/min}}{\text{min}} &= \frac{420 \text{ m}}{\text{min}} \div \text{min} \\ &= \frac{420 \times 1 \text{ m}}{\text{min}} \div \text{min} \\ &= \left(\frac{420 \times \frac{1}{1000} \text{ km}}{\text{min}} \right) \div \text{min} \\ &= \frac{420}{1000} \text{ km} \div \text{min} \\ &= \frac{0.42 \text{ km}}{\text{min}} \times \frac{1}{\text{min}} \\ &= 0.42 \text{ km/min}^2 \end{aligned}$$

STANDARD PEMBELAJARAN Melaksanakan pengiraan yang melibatkan pecutan termasuk penukaran unit.

CONTOH 16

Rani berbasikal selama $\frac{3}{4}$ jam dari rumahnya ke Festival Kebudayaan yang diadakan di bandar dengan perubahan laju 18 km/j. Perjalanan ke Festival Kebudayaan mengambil masa kurang 40% berbanding dengan masa balik dengan perubahan laju yang sama. Hitungkan beza pecutan antara pergi dengan balik.

Penyelesaian:

$$\text{Pecutan semasa pergi} = \frac{18 \text{ km/j}}{\frac{3}{4} \text{ j}}$$

$$= 24 \text{ km/j}^2$$

$$\text{Masa berkurang} = \left(\frac{40}{100}\right) \times \frac{3}{4} \text{ j}$$

$$= 0.3 \text{ jam}$$

$\frac{3}{4}$ jam

$$\text{Masa diambil semasa pulang} = 0.75 \text{ j} - 0.3 \text{ j}$$

$$= 0.45 \text{ j}$$

$$\text{Pecutan semasa pulang} = \frac{18 \text{ km/j}}{0.45 \text{ j}}$$

$$= 40 \text{ km/j}^2$$

$$\text{Beza pecutan} = 40 \text{ km/j}^2 - 24 \text{ km/j}^2$$

$$= 16 \text{ km/j}^2$$

TIP

Unit km/jam² boleh ditulis sebagai kmj⁻².

CONTOH 17

Samy memandu dengan kelajuan 70 km/j. Dia menambah kelajuan keretanya kepada 100 km/j dalam masa 30 minit. Hitung pecutan dalam

(a) km/j per jam

(b) km/j per saat

Penyelesaian:

(a) Perubahan laju = 100 km/j – 70 km/j

$$= 30 \text{ km/j}$$

(b) Masa = 30 minit ← 30 x 1 min

$$= 30 \times 60 \text{ s}$$

$$= 1800 \text{ s}$$

$$\text{Pecutan} = \frac{30 \text{ km/j}}{30 \text{ min}}$$

$$= \frac{30 \text{ km/j}}{\left(\frac{1}{2}\right) \text{ j}}$$

← 30 minit = $\frac{1}{2}$ jam

$$= 60 \text{ km/j per jam}$$

$$\text{Pecutan} = \frac{30 \text{ km/j}}{1800 \text{ s}}$$

$$= 0.0167 \text{ km/j per saat}$$

9.2.3 Penyelesaian masalah

CONTOH 18

Lisnah memecut keretanya 4 km/j per saat semasa memotong sebuah kereta. Jika dia mula memandu dengan kelajuan 100 km/j, hitung kelajuannya selepas 5 saat.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Pecutan = 4 km/j per saat
- Mula memandu pada 100 km/j
- Masa = 5 saat
- Hitung kelajuannya selepas 5 saat

Merancang strategi

Pecutan ialah peningkatan kelajuan terhadap masa.

Melaksanakan strategi

$$\frac{4 \text{ km/j}}{\text{s}} = \frac{\text{Laju selepas 5 saat} - 100 \text{ km/j}}{5 \text{ s}}$$

$$\text{Laju selepas 5 saat} = 20 \text{ km/j} + 100 \text{ km/j}$$

$$= 120 \text{ km/j}$$

$$\frac{4 \text{ km/j}}{\text{s}} \times 5 \text{ s} = \text{Laju selepas 5 saat} - 100 \text{ km/j}$$

$$20 \text{ km/j} = \text{Laju selepas 5 saat} - 100 \text{ km/j}$$

Membuat kesimpulan

Laju selepas 5 saat ialah 120 km/j.

CONTOH 19

Sebuah motosikal yang sedang bergerak pada kelajuan 40 km/j memperlahankan kelajuannya sebanyak 20% daripada kelajuan awalnya, dalam masa 40 saat. Hitung pecutannya.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- Mula bergerak pada 40 km/j
- Pengurangan kelajuan 20%, selepas 40 saat
- Hitung pecutannya

Merancang strategi

Pengurangan laju terhadap masa ialah nyahpecutan.

Melaksanakan strategi

Pengurangan kelajuan:
100% – 20% = 80%

$$\text{Laju selepas 40 s} = \frac{80}{100} \times 40 \text{ km/j}$$

$$= 32 \text{ km/j}$$

$$\text{Pecutan} = \frac{(32 - 40) \text{ km/j}}{40 \text{ s}}$$

$$= -0.2 \text{ km/j per saat}$$

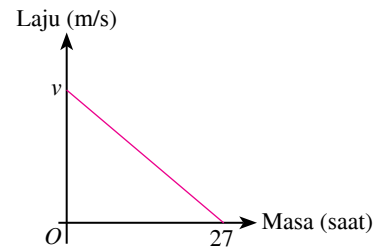
Nyahpecutan = 0.2 km/j per saat

Membuat kesimpulan

Pecutan motosikal ialah –0.2 km/j per saat, iaitu motosikal mengalami pengurangan kelajuan.

CONTOH 20

Gambar rajah di sebelah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan sebuah lori mainan dalam tempoh 27 saat. Nyahpecutan bagi lori mainan itu ialah 0.741 m/s^2 .



- (a) Hitung laju, v , dalam m/saat.
- (b) Hitung jarak pergerakan lori mainan itu selepas 2.2 saat.

Penyelesaian:

<p>Memahami masalah</p> <ul style="list-style-type: none"> Pecutan = -0.741 m/s^2 Tempoh = 27 saat Hitung laju, v. Hitung jarak selepas 2.2 saat. 	<p>Merancang strategi</p> <p>Jarak = Laju \times Masa Perubahan laju = Pecutan \times Masa</p>
<p>Melaksanakan strategi</p> <p>(a) $-0.741 \text{ m/s}^2 = \frac{0 - v}{27 \text{ s}}$</p> <p style="text-align: center;">$-0.741 \text{ m/s}^2 \times 27 \text{ s} = 0 - v$</p> <p style="text-align: center;">$v = 20 \text{ m/s}$</p> <p>(b) Jarak = Laju \times Masa</p> <p style="text-align: center;">$= 20 \text{ m/s} \times 2.2 \text{ s}$</p> <p style="text-align: center;">$= 44 \text{ m}$</p>	
<p>Membuat kesimpulan</p> <p>(a) Laju pergerakan lori mainan ialah 20 m/s.</p> <p>(b) Jarak pergerakan lori mainan ialah 44 m.</p>	

JOM CUBA 9.2

1. Tuliskan betul atau salah pada pernyataan di bawah.

Situasi	Pecutan	Betul/Salah
(a) Laju sebiji bola yang bergolek di atas lantai berkurang daripada 12 cm/s kepada 2 cm/s dalam masa 4 saat.	-2.5 cms^{-2}	
(b) Sebuah treler memecut daripada 90.5 km/j kepada 123 km/j dalam masa $\frac{3}{4}$ jam.	-43.3 kmj^{-2}	
(c) Sebiji kelapa jatuh dari atas pokok dengan kelajuan 7 m/s dalam masa 0.71 saat.	9.86 ms^{-2}	
(d) Puan Mages memperlakan keretanya daripada 80 km/j kepada 60 km/j dalam masa 0.5 jam.	40 kmj^2	

2. Hitung pecutan bagi situasi di bawah.
- (a) Sebuah kereta memecut daripada 60 km/j kepada 110 km/j dalam masa 30 minit.
 - (b) Laju sebuah bot berkurang daripada 70 km/j kepada 40 km/j dalam masa 5 minit.

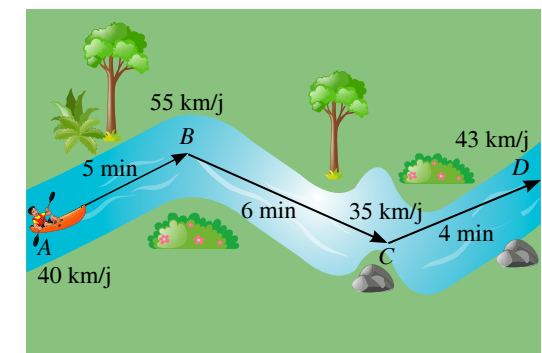
- 3. Vinot mengayuh basikal ke rumah ibu saudaranya dengan kelajuan 8 m/s . Dalam masa 4 saat, dia meningkatkan kelajuan basikal kepada 10 m/s . Hitung pecutannya ketika itu dalam ms^{-2} .
- 4. Berdasarkan suatu uji kaji, laju sebuah objek berkurang daripada 145 cm/s kepada 75 cm/s dalam masa 8 saat. Hitung nyahpecutannya.

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Kategorikan objek di dalam kotak di bawah sama ada mempunyai laju seragam atau laju tak seragam.

lif	jam	ombak	kipas	angin	bas mini
-----	-----	-------	-------	-------	----------

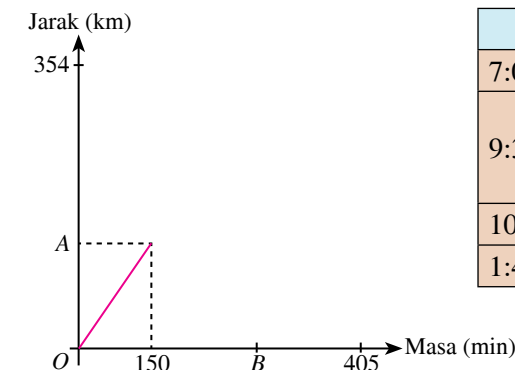
2. Wafi menyertai pertandingan berkayak di Sungai Lembing. Dia memulakan pertandingan dari stesen A seterusnya ke tiga stesen lain, iaitu di B, C dan berakhir di stesen D.



- Berdasarkan maklumat yang diberikan, hitung pecutan kayak dari
- (a) stesen A ke stesen B.
 - (b) stesen B ke stesen C.
 - (c) stesen C ke stesen D.

3. Setiap pagi Shu Mei berbasikal ke sekolah dari rumahnya melalui sebuah pejabat pos. Jarak dari rumahnya ke pejabat pos ialah 4 km manakala jarak dari pejabat pos ke sekolahnya ialah 5 km. Jika purata laju basikalnya ialah 18 km/j , hitung
- (a) masa dalam minit, keseluruhan perjalanan Shu Mei ke sekolah.
 - (b) jika Shu Mei mula menunggang basikalnya pada pukul 6:40 pagi, pada pukul berapakah dia akan sampai ke sekolah?

4. Syahmi memandu kereta sejauh 354 km dari Kuala Lumpur ke Terengganu untuk pulang ke kampung halamannya. Jadual di bawah menunjukkan catatan perjalanannya.

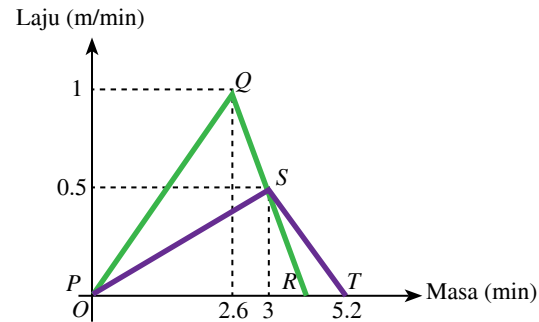


Masa	21 Oktober 2017 / Sabtu
7:00 a.m.	Memulakan perjalanan
9:30 a.m.	Berhenti di kawasan Rehat dan Rawat (R&R) Temerloh untuk bersarapan setelah memandu 185 km
10:05 a.m.	Sambung perjalanan ke Terengganu
1:45 p.m.	Tiba di kampung

- (a) Nyatakan nilai A dan nilai B .
- (b) Lengkapkan graf itu untuk keseluruhan perjalanan Syahmi.
- (c) Hitung laju purata, dalam km/j, bagi keseluruhan perjalanan itu.



5. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan dua biji guli dari arah yang bertentangan. Graf PQR mewakili pergerakan guli hijau dan graf PST mewakili pergerakan guli ungu. Kedua-dua guli itu melalui laluan yang sama.



- (a) Hitung pecutan guli hijau dalam masa 2.6 minit yang pertama.
- (b) Pada minit keberapakah guli ungu akan berhenti bergerak?
- (c) Berapakah laju maksimum guli hijau?
- (d) Nyatakan masa dalam saat kedua-dua guli itu berlanggar.



6. Jarak di antara Tanjung Malim dengan Sungai Petani ialah x km. Sebuah kereta bergerak dari Tanjung Malim ke Sungai Petani dengan laju purata 90 km/j. Dalam perjalanan pulang dari Sungai Petani ke Tanjung Malim dengan laju purata 105 km/j, masa yang diambilnya berkurang sebanyak 30 minit. Hitung nilai x .

INTI PATI BAB

Laju dan Pecutan

Laju

$$\text{Laju} = \frac{\text{Jarak}}{\text{Masa}}$$

$$\text{Laju purata} = \frac{\text{Jumlah jarak}}{\text{Jumlah masa}}$$

Pecutan

Sekiranya, pecutan dalam arah pergerakan yang tetap, pecutan itu adalah kadar perubahan laju terhadap masa.

REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Menerangkan maksud laju sebagai suatu kadar yang melibatkan jarak dan masa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Memeriksa perbezaan antara laju seragam dengan laju tak seragam.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Melaksanakan pengiraan yang melibatkan laju dan laju purata termasuk pertukaran unit.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menyelesaikan masalah yang melibatkan laju.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menerangkan maksud pecutan dan nyahpecutan sebagai satu kadar yang melibatkan laju dan masa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Melaksanakan pengiraan yang melibatkan pecutan termasuk pertukaran unit.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menyelesaikan masalah yang melibatkan pecutan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



PROJEK MINI

Had laju adalah salah satu daripada peraturan jalan raya. Had laju maksimum ditentukan mengikut kawasan-kawasan tertentu. Pemuatan had laju ini sangat penting bagi menjamin keselamatan pengguna jalan raya.

Anda dikehendaki membuat satu laporan tentang had laju di kawasan-kawasan berikut.

- (a) Sekolah
- (b) Hospital / klinik
- (c) Lebuhraya
- (d) Kawasan berbukit

Lampirkan gambar papan tanda had laju di kawasan-kawasan yang berkaitan untuk menyokong laporan anda.

BAB 10

Kecerunan Garis Lurus

ANDA AKAN MEMPELAJARI

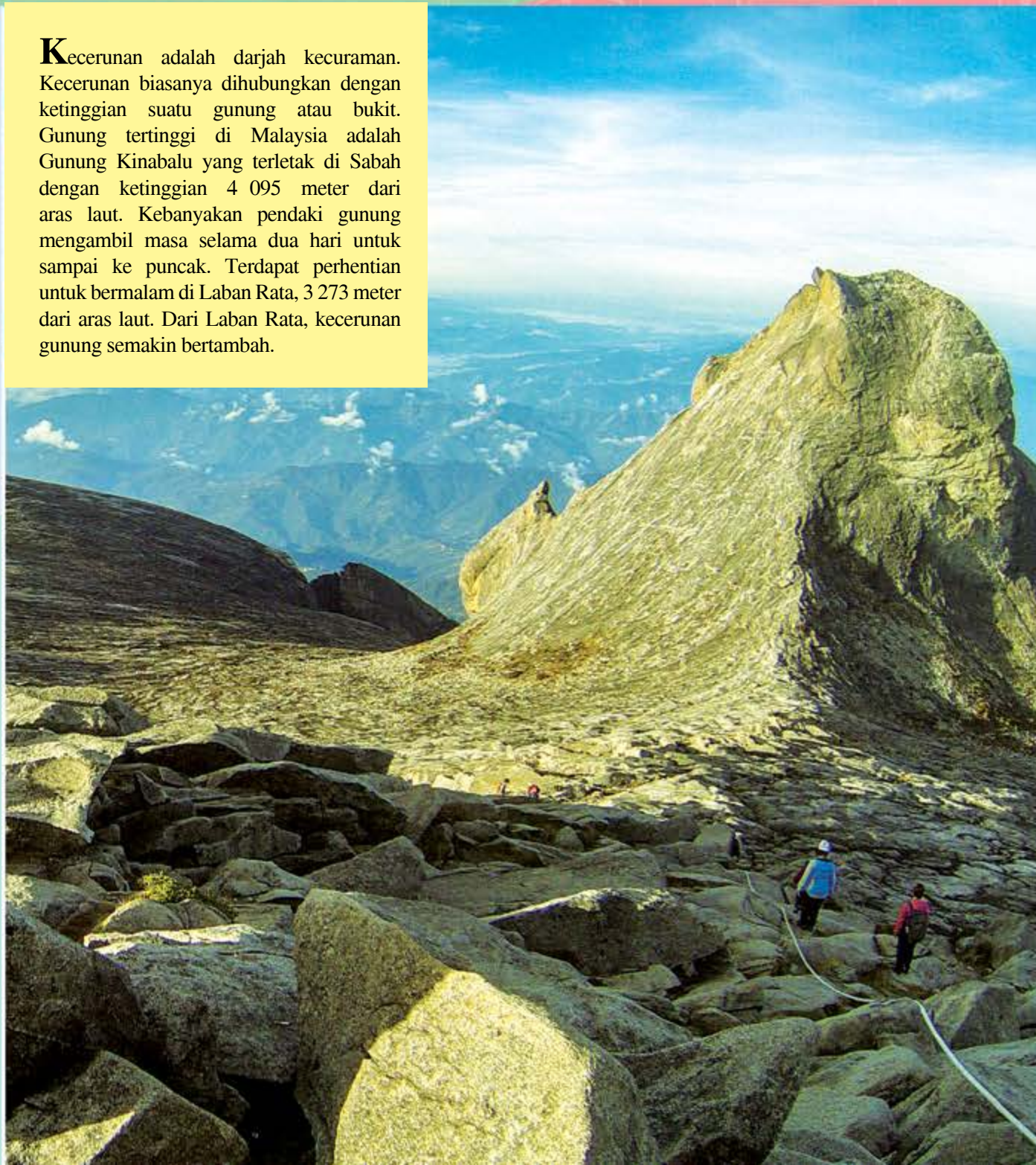


10.1 Kecerunan

RANGKAI KATA

- Kecuraman
- Garis lurus
- Pintasan
- Kecondongan
- Nisbah
- Jarak mencancang
- Jarak mengufuk
- Kecerunan
- *Steepness*
- *Straight line*
- *Intercept*
- *Inclination*
- *Ratio*
- *Vertical distance*
- *Horizontal distance*
- *Gradient*

Kecerunan adalah darjah kecuraman. Kecerunan biasanya dihubungkan dengan ketinggian suatu gunung atau bukit. Gunung tertinggi di Malaysia adalah Gunung Kinabalu yang terletak di Sabah dengan ketinggian 4 095 meter dari aras laut. Kebanyakan pendaki gunung mengambil masa selama dua hari untuk sampai ke puncak. Terdapat perhentian untuk bermalam di Laban Rata, 3 273 meter dari aras laut. Dari Laban Rata, kecerunan gunung semakin bertambah.



IMBASAN SILAM

Edwin Bidwell Wilson (1879-1964) merupakan ahli matematik yang mengaplikasikan konsep garis lurus kepada kecerunan. Beliau merupakan pakar analisis vektor yang pernah menerbitkan bukunya yang terkenal bertajuk 'Vector Analysis' pada tahun 1901. Kecerunan diaplikasikan dalam pengiraan vektor untuk menjelaskan perubahan arah.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms189

MASLAHAT BAB INI

- Pendekatan ilmu kecerunan ini akan membuka bidang kerjaya dalam matematik dan ahli fizik. Rumus yang digunakan dapat memberikan pengiraan yang tepat kepada permasalahan dalam reka bentuk produk.
- Selain itu, seorang jurutera binaan terutama yang terlibat dalam ukur tanah menggunakan pendekatan pengiraan kecerunan untuk menentukan kestabilan atau ketinggian sesebuah kawasan.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Memahami konsep kecerunan

Bahan: Kad manila berukuran 20 cm × 9 cm, lima hingga enam biji pemadam dan sebiji guli

Langkah:

1. Bentuk kumpulan, 3 atau 4 orang dalam satu kumpulan.
2. Lipat kad manila yang berukuran 9 cm seperti gambar rajah di sebelah.
3. Susun 3 biji pemadam secara bertindih dan 1 biji pemadam lagi diletakkan di bawah hujung kiri dan kanan kad manila tersebut.
4. Letak guli pada hujung kad manila yang paling tinggi dan biarkan guli tersebut bergerak di sepanjang laluan.
5. Tambah ketinggian kad manila dengan menambahkan 1 atau 2 biji lagi pemadam.
6. Perhatikan pergerakan guli yang melalui kad manila tersebut.
7. Anda bersama-sama rakan boleh meneroka keadaan pergerakan guli apabila ketinggian kedua-dua hujung kad manila berada pada aras ketinggian yang sekata.

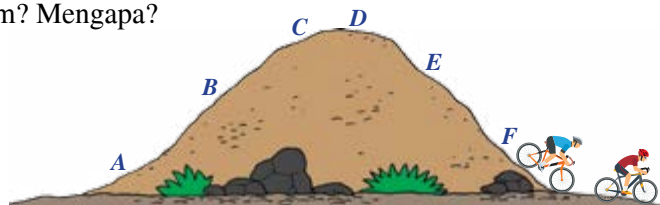


Aktiviti di atas menunjukkan pergerakan guli yang berlainan kelajuannya. Kelajuan guli bergantung pada ketinggian tapak peluncur guli. Apabila ketinggian peluncur itu ditambah dengan pemadam, guli tersebut semakin laju.

10.1 Kecerunan

10.1.1 Kecuraman dan arah kecondongan

Perhatikan gambar di bawah. Kawasan manakah yang dikatakan curam? Mengapa?



Rajah menunjukkan kawasan berbukit yang dilalui oleh Farid dan Afif semasa berbasikal. Ketika mereka mendaki di laluan C, mereka berasa sangat sukar untuk meneruskan kayuhan. Apabila mereka menuruni bukit di laluan E, keadaan basikal sangat laju. Mengapakah situasi ini berlaku?

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengenal pasti kecuraman dan arah kecondongan

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

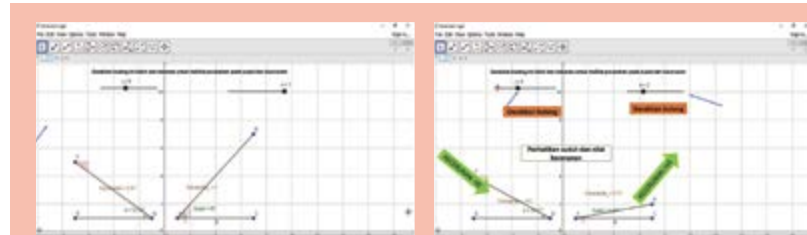
1. Buka fail MS190 untuk menonton video animasi kecerunan.
2. Gerakkan butang bulat j dan n ke kiri dan ke kanan.
3. Perhatikan kedudukan nilai sudut dan nilai kecerunan yang dipaparkan.

STANDAR PEMBELAJARAN

Memerihalkan kecuraman dan arah kecondongan berdasarkan situasi harian, dan seterusnya menerangkan maksud kecerunan sebagai nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms190 untuk menonton video animasi kecerunan.



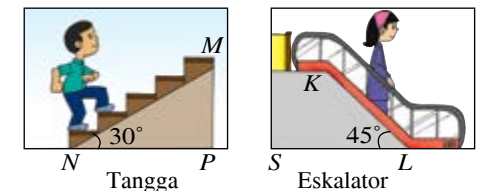
Perbincangan:

- (i) Adakah nilai sudut bagi D dan A mempengaruhi nilai kecerunan?
- (ii) Bina suatu perkaitan antara kecuraman garis dengan arah kecondongan.
- (iii) Adakah nilai kecerunan yang negatif menunjukkan kecuraman yang rendah?

Kecuraman suatu garis lurus dapat dilihat dari nilai kecerunan, semakin besar nilai mutlak kecerunan, semakin curam garis lurus tersebut. Tanda positif atau negatif pada nilai kecerunan menunjukkan arah kecondongan garis lurus.

CONTOH 1

Perhatikan rajah di sebelah. Bandingkan arah kecondongan dan kecuraman antara garisan MN dengan KL . Buat kesimpulan daripada kedua-dua rajah tersebut.

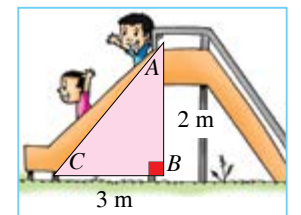


Penyelesaian:

Garisan KL mempunyai kecondongan yang lebih tinggi berbanding dengan garisan MN . Semakin besar nilai sudut, semakin tinggi nilai kecerunan. Maka, garisan KL lebih curam berbanding dengan garisan MN .

Kecerunan ialah nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk

Rajah di sebelah menunjukkan kanak-kanak sedang menuruni papan gelongsor di taman permainan. Panjang garis lurus yang menyambungkan titik A dan titik B adalah setinggi 2 m. Panjang garis lurus yang menyambungkan titik C dan titik B ialah 3 m. CB ialah jarak mengufuk dan AB ialah jarak mencancang.



CONTOH 2

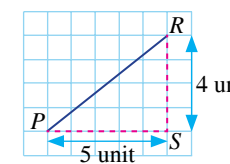
Daripada setiap rajah di bawah, nyatakan jarak mencancang dan jarak mengufuk di antara titik P dengan titik R .

(a) **Penyelesaian:**

Jarak mencancang, $PQ = 2$ m
Jarak mengufuk, $QR = 4$ m

(b) **Penyelesaian:**

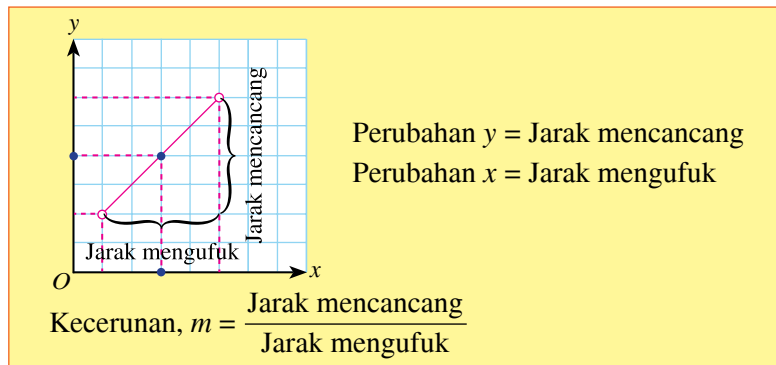
Jarak mencancang, $RS = 4$ unit
Jarak mengufuk, $PS = 5$ unit



JOM FIKIR



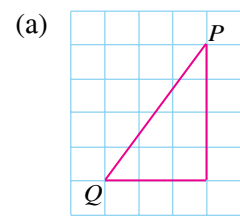
Pemandu lori berat akan menekan pedal minyak ketika menaiki bukit yang curam. Ia juga akan memecut dari bawah sebelum pendakian. Mengapa?



TIP
 m mewakili kecerunan garis lurus.

CONTOH 3

Daripada rajah di bawah, tentukan kecerunan garis lurus bagi PQ dan BC . Perihalkan kecerunan garis PQ dan BC .

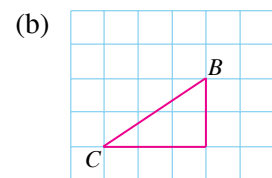


Penyelesaian:

Jarak mencancang ialah 4 unit. Jarak mengufuk ialah 3 unit.

$$\frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}} = \frac{4}{3}$$

Maka, kecerunan PQ ialah $\frac{4}{3}$.

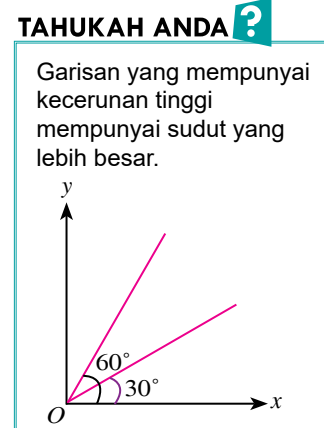


Penyelesaian:

Jarak mencancang ialah 2 unit.
Jarak mengufuk ialah 3 unit.

$$\frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}} = \frac{2}{3}$$

Maka, kecerunan BC ialah $\frac{2}{3}$.



STANDARD PEMBELAJARAN
Menerbitkan rumus kecerunan suatu garis lurus pada satah Cartes.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms192 untuk menonton video animasi aktiviti.

10.1.2 Rumus kecerunan garis lurus pada satah Cartes

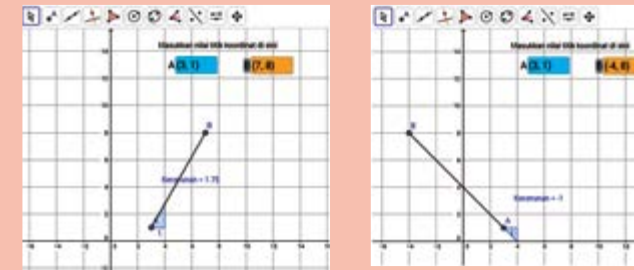
Dalam sistem koordinat Cartes, **kecerunan garis lurus** yang melalui dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dapat dikira menggunakan nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk.

RANGSANGAN MINDA Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti garis lurus yang berada pada satah Cartes
Bahan: Lembaran kerja
Langkah:

1. Buka fail MS192 untuk menonton video aktiviti.
2. Ubah nilai titik koordinat yang sepadan dalam jadual pada ruangan koordinat yang diberikan.

3. Perhatikan perubahan yang berlaku pada setiap garis lurus tersebut.
4. Nyatakan nilai kecerunan bagi kedua-dua titik.
5. Nyatakan juga kedudukan garis lurus tersebut sama ada melalui asalan atau tidak, selari dengan paksi- x atau selari dengan paksi- y .



Koordinat		Nilai Kecerunan	Kedudukan Garis Lurus
A	B		
(3,1)	(3, 9)		
(3, -3)	(-2, 2)		
(-1, 5)	(7, 5)		
(4, 4)	(0, 0)		
(0, 6)	(-2, 0)		
(0, 2)	(3, 0)		
(x_1, y_1)	(x_2, y_2)		

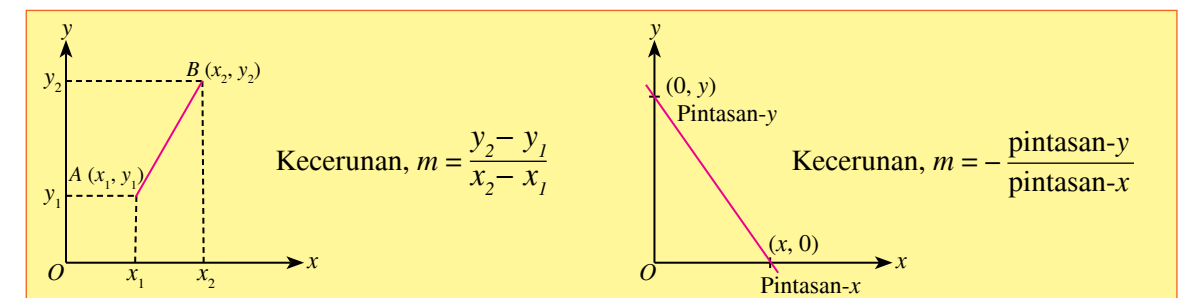
Perbincangan:

- (i) Kenal pasti garis lurus yang memotong paksi- x , dan paksi- y .
- (ii) Buktikan dengan menggunakan rumus:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{dan} \quad m = -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$$

bahawa nilai kecerunan yang anda peroleh sama seperti yang dipaparkan.

Titik persilangan antara garis lurus dengan paksi- x dinamakan pintasan- x , manakala titik persilangan antara garis lurus dengan paksi- y dinamakan pintasan- y .



CONTOH 4

Tentukan kecerunan bagi pasangan koordinat berikut.

- (a) A (3, 1) dan B (6, 7)
- (b) P (4, -1) dan Q (3, 5)

Penyelesaian:

(a) $x_1 y_1$ $x_2 y_2$
 (a) A (3, 1) dan B (6, 7)

$$\begin{aligned} \text{Kecerunan} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{7 - 1}{6 - 3} \\ &= \frac{6}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

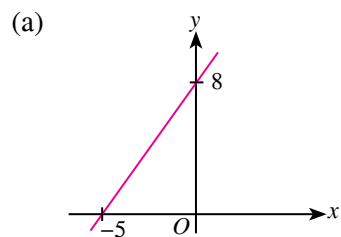
Penyelesaian:

(b) $x_1 y_1$ $x_2 y_2$
 (b) P (4, -1) dan Q (3, 5)

$$\begin{aligned} \text{Kecerunan} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - (-1)}{3 - 4} \\ &= \frac{6}{-1} \\ &= -6 \end{aligned}$$

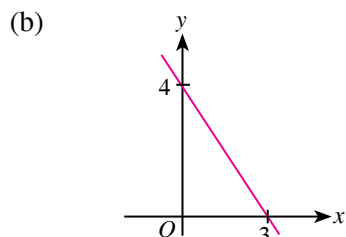
CONTOH 5

Tentukan kecerunan bagi garis lurus berikut.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Pintasan-}y &= 8 \\ \text{Pintasan-}x &= -5 \\ \text{Kecerunan} &= -\frac{8}{(-5)} \\ &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Pintasan-}y &= 4 \\ \text{Pintasan-}x &= 3 \\ \text{Kecerunan} &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

CONTOH 6

Tentukan kecerunan apabila diberi pasangan koordinat.

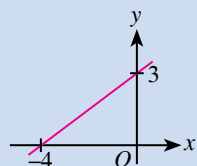
- (a) L (4, 0) dan M (0, 8)
- (b) G (-3, 0) dan K (0, 9)

Penyelesaian:

(a) Pintasan- $y = 8$
 Pintasan- $x = 4$
 Kecerunan $= -\frac{8}{4} = -2$

(b) Pintasan- $y = 9$
 Pintasan- $x = -3$
 Kecerunan $= -\frac{9}{(-3)} = 3$

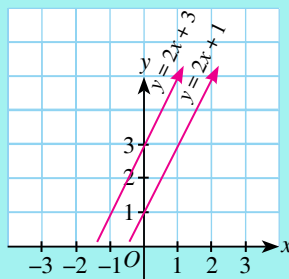
TIP



Koordinat pada pintasan- y ialah (0, 3).
 Koordinat pada pintasan- x ialah (-4, 0).

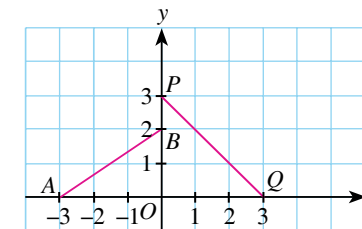
JOM FIKIR

Satu garis lurus yang diwakili $y = mx + c$, m merupakan kecerunan manakala c ialah pintasan- y . Nyatakan kecerunan dan pintasan- y garis lurus di bawah dan hubungan antara dua garis lurus tersebut.



CONTOH 7

Hitung kecerunan garis lurus AB dan PQ berdasarkan rajah di sebelah.



Penyelesaian:

$$\text{Kecerunan, } m = -\frac{\text{pintasan-}y}{\text{pintasan-}x}$$

(i) Kecerunan AB $= -\frac{2}{(-3)}$
 $= \frac{2}{3}$

Maka, kecerunan AB ialah $\frac{2}{3}$.

(ii) Kecerunan PQ $= -\frac{3}{3}$

Maka, kecerunan PQ ialah -1.

10.1.3 Kecerunan garis lurus

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat generalisasi tentang kecerunan garis lurus.

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti bentuk kecondongan garis lurus

Bahan: Kertas graf dan kad dengan titik koordinat

P (1, 1)	R (-2, -2)	W (-4, 1)	T (-4, 3)
Q (3, 5)	S (-2, 8)	V (-7, 8)	U (6, 3)

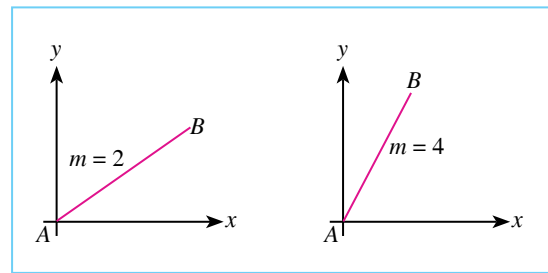
Langkah:

1. Murid A dikehendaki membina graf dengan skala 1 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan paksi- y .
2. Murid B akan memadamkan nilai titik pada kad dengan memplotkan titik koordinat pada satah Cartes.
3. Murid C akan melukis garis lurus dan menentukan kecerunan pada setiap pasangan titik koordinat yang diberikan.
4. Murid D akan melengkapkan jadual di bawah. Rakan-rakan lain akan berbincang dan membuat semakan.

Garis Lurus	Kecerunan	Arah kecondongan kanan atau kiri	Nilai kecerunan positif atau negatif
PQ			
RS			
WV			
TU			

Perbincangan:

- (i) Hubungan antara nilai kecerunan dengan arah kecondongan.
- (ii) Susun kecerunan garis lurus mengikut nilai kecerunan yang tinggi kepada nilai kecerunan yang rendah.



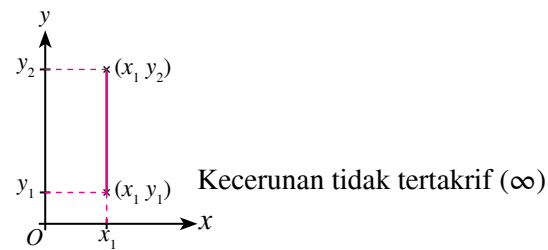
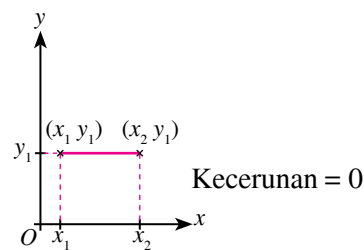
TIP

Hubungan kecerunan dan garis lurus.

Semakin garis lurus AB menghampiri keadaan mencancang, semakin besar nilai kecerunan dan sebaliknya. Maka, semakin besar nilai mutlak kecerunan, semakin curam garis lurus.

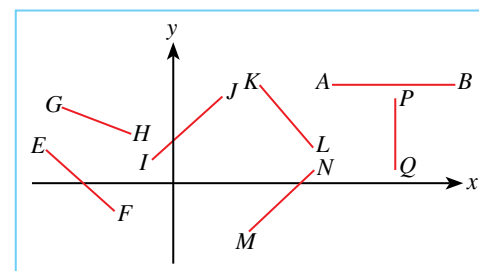
Koordinat- y bagi mana-mana titik dalam suatu garis lurus yang selari dengan paksi- x adalah sama. Oleh itu, kecerunannya ialah sifar.

Koordinat- x bagi mana-mana dua titik dalam satu garis lurus yang selari dengan paksi- y adalah sama. Ini akan memberikan kecerunan yang tidak tertakrif.



CONTOH 8

Kenal pasti garis lurus yang mempunyai nilai kecerunan sama ada positif, negatif, sifar atau tidak tertakrif dalam rajah di bawah. Berikan justifikasi.



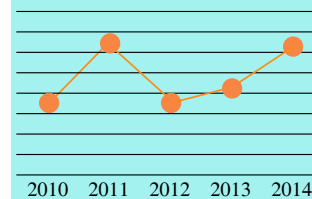
Penyelesaian:

Kecerunan garis lurus EF ialah negatif kerana condong ke kiri
 Kecerunan garis lurus GH ialah negatif kerana condong ke kiri
 Kecerunan garis lurus IJ ialah positif kerana condong ke kanan
 Kecerunan garis lurus KL ialah negatif kerana condong ke kiri
 Kecerunan garis lurus MN ialah positif kerana condong ke kanan
 Kecerunan garis lurus AB ialah sifar kerana garisnya mengufuk
 Kecerunan garis lurus PQ ialah tidak tertakrif kerana garisnya mencancang

JOM FIKIR

Lihat graf di bawah. Pada tahun keberapakah kadar inflasi menunjukkan kecerunan negatif? Bincangkan.

Kadar Inflasi (%) di Malaysia (2010-2014)



Sumber: World Bank
<https://www.imoney.my/articles/realiti-tentang-inflasi>

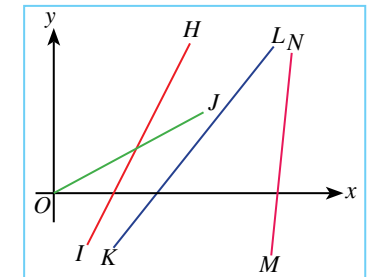
CONTOH 9

Kenal pasti garis lurus dalam rajah di sebelah yang mempunyai nilai kecerunan terbesar dan terkecil serta nyatakan alasannya.

Penyelesaian:

Garis lurus MN merupakan garis lurus yang mempunyai kecerunan paling besar kerana menghampiri keadaan mencancang.

Garis lurus OJ merupakan garis lurus yang mempunyai kecerunan paling kecil kerana menghampiri keadaan mengufuk.



10.1.4 Menentukan kecerunan

RANGSANGAN MINDA



STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan kecerunan suatu garis lurus.

Tujuan: Mengenal pasti kecerunan

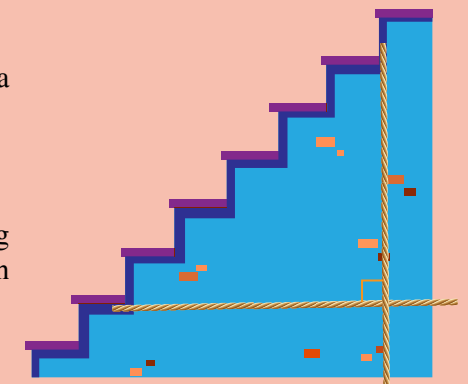
Bahan: Tangga, tali, pita pengukur

Langkah:

1. Secara berkumpulan, tentukan kecerunan tangga yang terdapat di sekolah anda.
2. Pilih mana-mana dua tangga yang sesuai.
3. Pilih dua titik yang sesuai seperti gambar rajah.
4. Gunakan tali untuk mendapatkan jarak mencancang dan mengufuk. Pastikan sudut pada persilangan tali itu ialah 90° .
5. Ulang langkah 3 dan 4 untuk tangga kedua.

Perbincangan:

- (i) Nyatakan jarak mencancang dan jarak mengufuk tangga itu.
- (ii) Hitung kecerunan kedua-dua tangga itu.
- (iii) Apakah hubungan antara nilai kecerunan dengan nisbah 'jarak mencancang kepada jarak mengufuk' bagi kedua-dua tangga itu?
- (iv) Nisbah 'jarak mengufuk kepada jarak mencancang' tidak digunakan untuk menentukan kecerunan. Bincangkan.



Nisbah 'jarak mencancang kepada jarak mengufuk' digunakan untuk menentukan kecerunan suatu garis lurus. Semakin besar nilai kecerunan, semakin curam garis lurus tersebut.

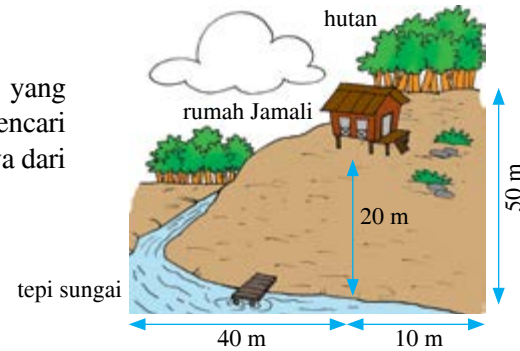
QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms197 untuk melihat aktiviti pembuktian kecerunan.

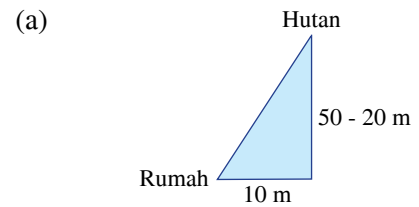


CONTOH 10

Setiap hari Jamali akan mengambil air di sungai yang berdekatan dengan rumahnya dan ke hutan untuk mencari cendawan busut. Hitung kecerunan yang dilalui olehnya dari (a) rumah ke hutan. (b) tepi sungai ke rumahnya.

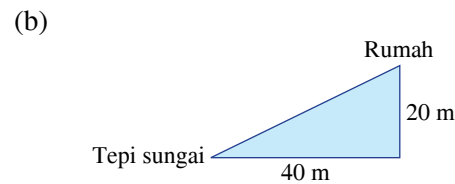


Penyelesaian:



$$\begin{aligned} \text{Kecerunan} &= \frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}} \\ &= \frac{30}{10} = 3 \end{aligned}$$

Maka, kecerunan dari rumah Jamali ke hutan ialah 3.



$$\begin{aligned} \text{Kecerunan} &= \frac{\text{Jarak mencancang}}{\text{Jarak mengufuk}} \\ &= \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Maka, kecerunan dari tepi sungai ke rumah ialah $\frac{1}{2}$.

10.1.5 Penyelesaian masalah

CONTOH 11

- (a) Tentukan pintasan- x dalam suatu garis lurus yang melalui titik $P(0, -4)$ dengan kecerunan -2 .
 (b) Tentukan koordinat bagi pintasan pada paksi- y yang melalui titik $Q(6, 0)$ dan kecerunan $\frac{1}{3}$.

Penyelesaian:

Memahami masalah	Merancang strategi	Melaksanakan strategi	Membuat kesimpulan
Tentukan pintasan- x . 	Menggunakan rumus: pintasan- $x = -\frac{(\text{pintasan-}y)}{m}$ pintasan- $y = -4$	Masukkan nilai dan hitung, pintasan- $x = -\frac{-4}{-2}$ $= -2$	Maka pintasan- x ialah -2 dengan koordinat $(-2, 0)$.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan kecerunan garis lurus.

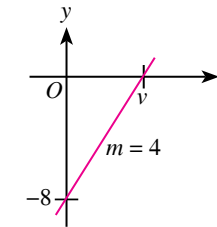
(b)

Memahami masalah	Merancang strategi	Melaksanakan strategi	Membuat kesimpulan
Tentukan kedudukan pintasan- y . 	Menggunakan rumus: Pintasan- $y = -m \times (\text{pintasan-}x)$ Pintasan- $x = 6$	Masukkan nilai dan hitung, pintasan- $y = -\frac{1}{3} \times 6$ $= -2$	Pintasan- $y = -2$ Maka koordinat bagi pintasan- y ialah $(0, -2)$.

CONTOH 12

Hitung nilai v dalam rajah di sebelah.

Penyelesaian:



Memahami masalah	Merancang strategi	Melaksanakan strategi	Membuat kesimpulan
Tentukan kedudukan v . $v = \text{pintasan-}x$	Menggunakan rumus: Pintasan- $x = -\frac{(\text{pintasan-}y)}{m}$	Pintasan- $x = -\left(\frac{-8}{4}\right)$ $= 2$	Maka, v ialah 2.

CONTOH 13

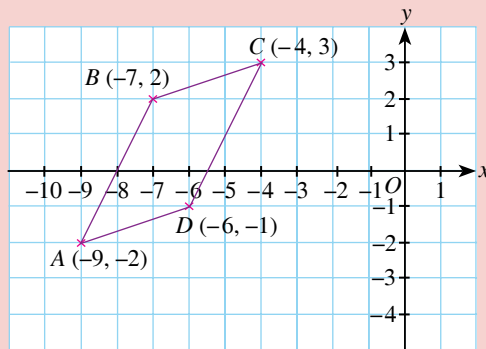
Diberi $A(-9, 2)$, $B(-7, 2)$, $C(-4, 3)$, $D(-6, -1)$ ialah bucu sebuah sisi empat. Tentukan jenis sisi empat tersebut.

Penyelesaian:

Memahami masalah	Merancang strategi
Menentukan jenis sisi empat.	Menentukan kecerunan garis lurus AD , BC , AB dan DC dengan menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Melukis sisi empat.

Melaksanakan strategi

- Melukis graf.



Kecerunan garis AD

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{-6 - (-9)} = \frac{1}{3}$$

Kecerunan garis BC

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{-4 - (-7)} = \frac{1}{3}$$

Kecerunan garis DC

$$m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-1)}{-4 - (-6)} = 2$$

Kecerunan garis AB

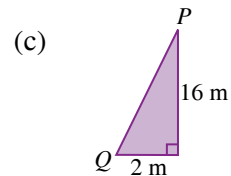
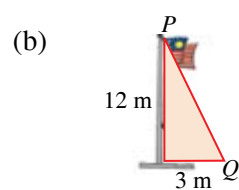
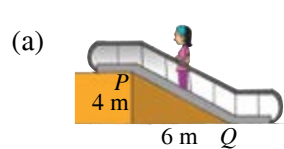
$$m_4 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{-7 - (-9)} = 2$$

Membuat kesimpulan

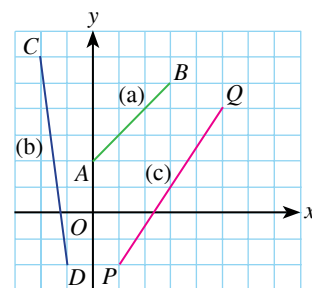
- $m_1 = m_2$, maka garis lurus AD selari dengan garis lurus BC.
- $m_3 = m_4$, maka garis lurus AB selari dengan garis lurus DC.
- Dengan itu segi empat ABCD ialah segi empat selari.

JOM CUBA 10.1

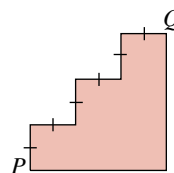
1. Tentukan jarak mencancang dan jarak mengufuk bagi titik P dan titik Q yang berikut.



2. Tentukan jarak mencancang dan jarak mengufuk bagi garis lurus AB, CD dan PQ pada satah Cartes berikut.



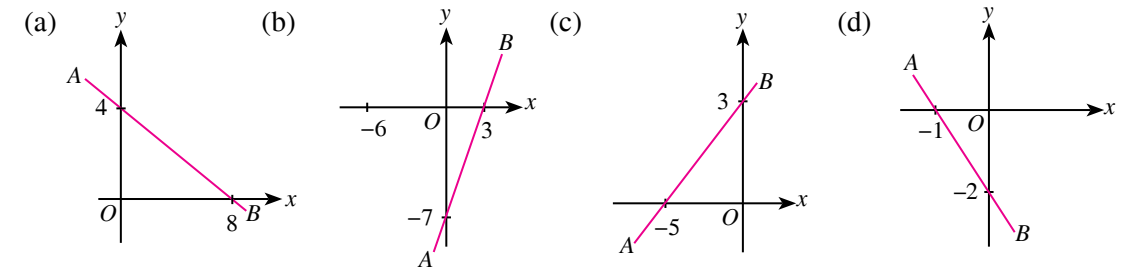
3. Hitung jarak mencancang dan jarak mengufuk, dalam meter, di antara hujung tangga P dengan hujung tangga Q dalam rajah di sebelah jika lebar setiap anak tangga 12 cm.



4. Nyatakan jarak mencancang dan jarak mengufuk bagi pasangan titik yang diberikan.

- (a) (3, 0) dan (-2, 6) (b) (1, 1) dan (6, 5) (c) (3, 1) dan (1, 5)
 (d) (0, 0) dan (4, 4) (e) (1, -2) dan (2, 4) (f) (3, 6) dan (6, -3)

5. Nyatakan nilai pintasan-x dan nilai pintasan-y bagi garis lurus AB.

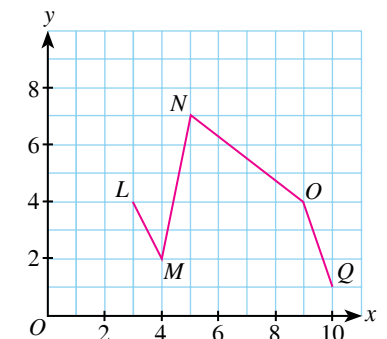


6. Kenal pasti garis lurus yang mempunyai kecerunan terbesar dalam setiap rajah di bawah.

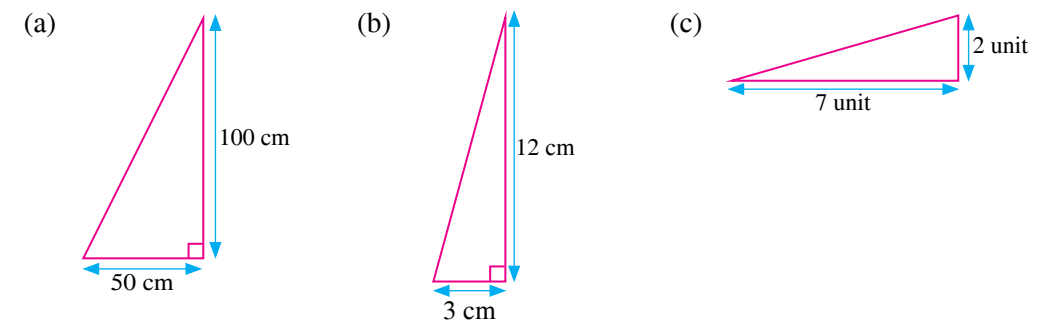


7. Berdasarkan rajah berikut, nyatakan kecerunan sama ada positif atau negatif.

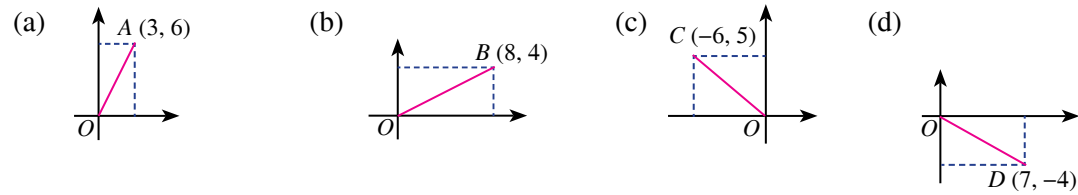
- (a) LM
 (b) MN
 (c) NO
 (d) OQ



8. Hitung kecerunan garis lurus dalam setiap rajah yang berikut.



9. Hitung kecerunan suatu garis lurus yang melalui setiap pasangan titik berikut.



10. Hitung kecerunan garis lurus yang melalui setiap pasangan titik yang berikut.

- (a) $A(4, 5)$ dan $B(3, 2)$
- (b) $E(-1, -2)$ dan $F(0, 7)$
- (c) $C(6, 6)$ dan $D(3, 1)$
- (d) $G(2, 4)$ dan $H(6, 1)$

11. Hitung kecerunan garis lurus yang melalui setiap pintasan berikut.

- (a) Pintasan- $x = 4$, pintasan- $y = 1$
- (b) Pintasan- $x = 9$, pintasan- $y = 10$
- (c) Pintasan- $x = -3$, pintasan- $y = 8$
- (d) Pintasan- $x = -5$, pintasan- $y = -5$

4. Lengkapkan tempat kosong bagi jadual pintasan- x , pintasan- y dan kecerunan.

	Pintasan- x	Pintasan- y	Kecerunan
(a)	4		2
(b)	-2	4	2
(c)	-4		-3
(d)	-1	4	4
(e)	-1	2	
(f)	5		1

5. Diberi kecerunan garis lurus yang melalui $M(1, k)$ dan $N(-2, 3)$ ialah -2 , hitung nilai k .

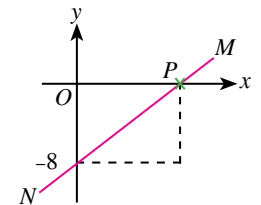
6. Kecerunan suatu garis lurus PQ ialah -1 dengan titik $P(2, -1)$ dan jarak mengufuk titik Q ialah 3 unit ke kiri dari paksi- y . Nyatakan koordinat Q .



7. Jika kecerunan suatu garisan ialah 2 dengan pintasan- y ialah -18 . Tentukan pintasan- x bagi garis lurus tersebut.



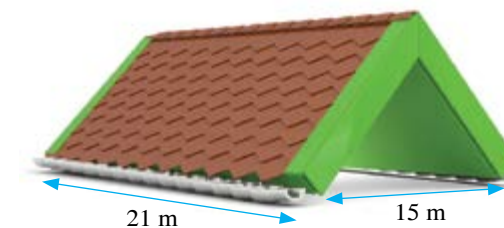
8. Hitung kecerunan garis lurus MN , jika jarak mengufuk titik P dari paksi- y ialah 6 unit.



9. Jika titik A dan titik B terletak pada garis lurus yang sama dengan kecerunan $\frac{4}{3}$ dan koordinat A ialah $(0, 8)$. Tentukan koordinat B jika B ialah pintasan- x .



10.



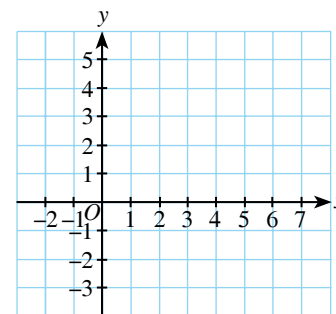
Rajah di atas merupakan bumbung sebuah rumah teres. Jika ketinggian bumbung ialah 5 m, hitung

- (a) kecerunan bumbung.
- (b) ukuran panjang permukaan sendeng bumbung.

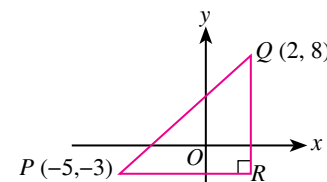
MENJANA KECERLANGAN

1. Tentukan koordinat dan lukis garis lurus pada satah Cartes daripada pasangan titik yang diberikan. Tentukan sama ada kecerunan garis lurus tersebut merupakan nilai positif atau nilai negatif.

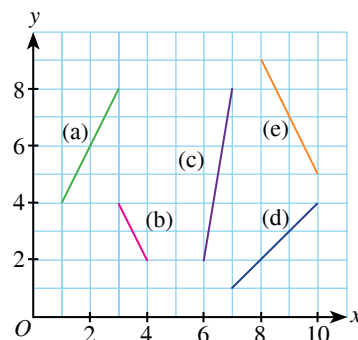
- (a) $(-1, 0)$ dan $(-2, 5)$
- (b) $(0, 1)$ dan $(3, 5)$
- (c) $(1, -3)$ dan $(2, 4)$
- (d) $(7, -2)$ dan $(2, 2)$
- (e) $(0, 1)$ dan $(5, 3)$
- (f) $(0, 3)$ dan $(5, 0)$
- (g) $(0, 0)$ dan $(6, 5)$



2. Tentukan kecerunan bagi titik PQ dalam rajah di sebelah.

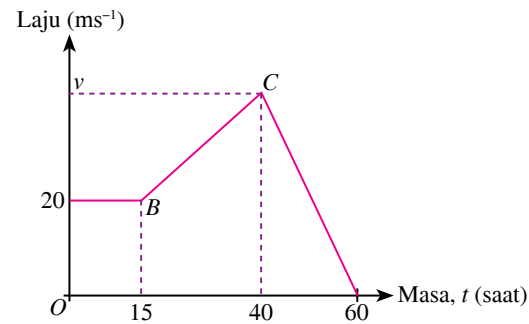


3. Hitung kecerunan semua garis lurus dalam rajah di bawah. Bandingkan dan tentukan garisan yang mana antara berikut mempunyai kecerunan paling curam.

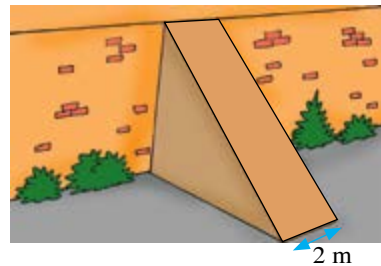


11. Gambar rajah di sebelah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan sebuah motosikal dalam masa 60 saat.

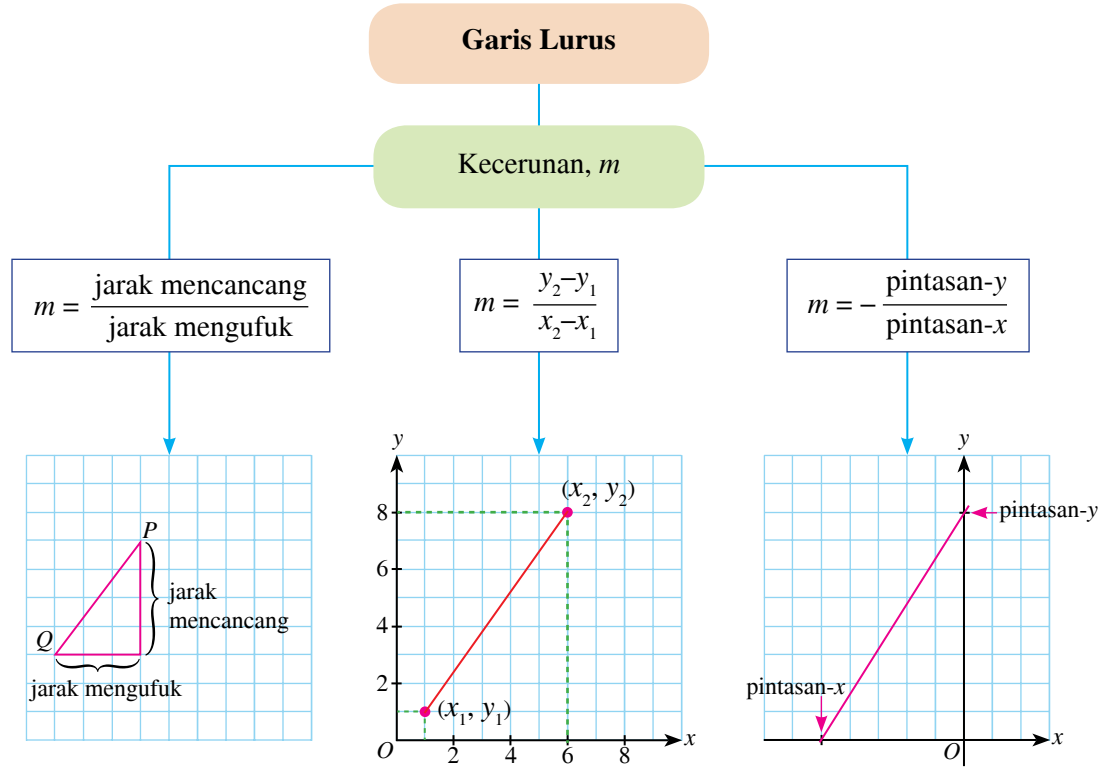
- (a) Nyatakan laju motosikal dalam keadaan seragam.
- (b) Hitung nilai v jika motosikal tersebut memecut pada 0.88 m/s^2 dengan $t = 15$.



12. Luas permukaan keratan rentas bagi dinding batu berbentuk segi tiga bersudut tegak ialah 12 m^2 dan ketinggian 6 meter. Hitung luas dan kecerunan permukaan condong bagi dinding batu tersebut.



INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:

1. Memerihalkan kecuraman dan arah kecondongan berdasarkan situasi harian, dan seterusnya menerangkan maksud kecerunan sebagai nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Menerbitkan rumus kecerunan suatu garis lurus pada satah Cartes.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Membuat generalisasi tentang kecerunan garis lurus.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menentukan kecerunan suatu garis lurus.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menyelesaikan masalah yang melibatkan kecerunan garis lurus.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Murid dikehendaki mencari maklumat gunung di Malaysia. Maklumat tersebut tentang

- (i) ketinggian dari aras laut.
- (ii) jarak mengufuk.

Anda boleh mengira kecerunan setiap gunung dan menyusun nilai kecerunan daripada nilai yang paling tinggi kepada nilai yang paling rendah. Bandingkan maklumat anda bersama-sama dengan rakan yang lain. Anda juga boleh mencuba projek ini dengan gunung-gunung yang terdapat di Asia Tenggara.



Gunung Tahan, Pahang Gunung Korbu, Perak Gunung Mulu, Sarawak

BAB 11

Transformasi Isometri

ANDA AKAN MEMPELAJARI



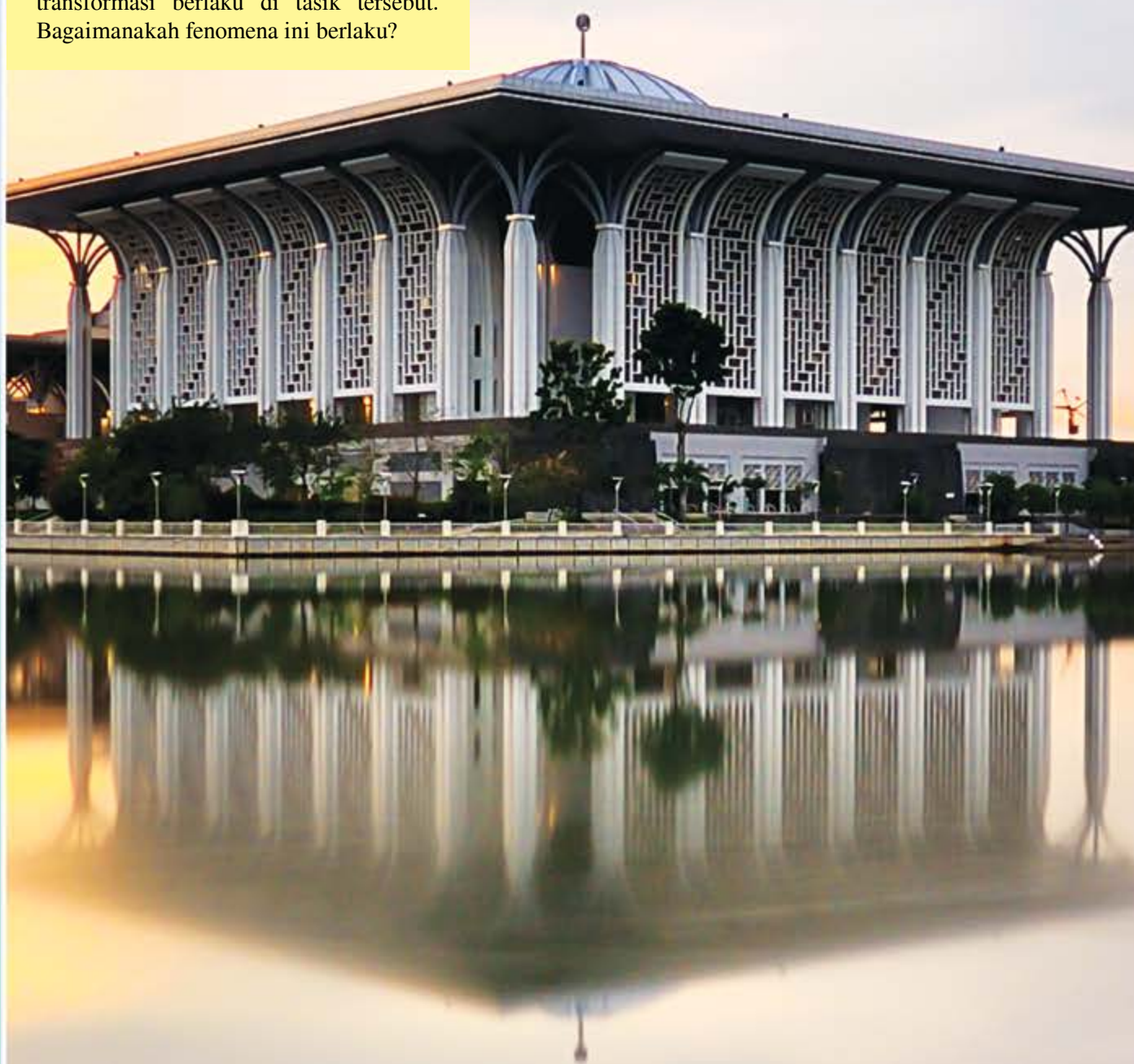
- 11.1 Transformasi
- 11.2 Translasi
- 11.3 Pantulan
- 11.4 Putaran
- 11.5 Translasi, Pantulan dan Putaran Sebagai Isometri
- 11.6 Simetri Putaran



RANGKAI KATA

- Objek
- Imej
- Ikut arah jam
- Lawan arah jam
- Isometri
- Kekongruenan
- Orientasi
- Paksi
- Pusat putaran
- Pantulan
- Penjelmaan
- Translasi
- Simetri
- Vektor
- Putaran
- Simetri putaran
- Peringkat simetri putaran
- *Object*
- *Image*
- *Clockwise*
- *Anticlockwise*
- *Isometry*
- *Congruency*
- *Orientation*
- *Axis*
- *Centre of rotation*
- *Reflection*
- *Transformation*
- *Translation*
- *Symmetry*
- *Vector*
- *Rotation*
- *Rotational symmetry*
- *Order of rotational symmetry*

Masjid Tuanku Mizan Zainal Abidin dibina pada 5 April 2004. Masjid ini berdekatan dengan tepian tasik Putrajaya yang indah dan jernih airnya. Keadaan gambar di bawah menunjukkan suatu transformasi berlaku di tasik tersebut. Bagaimanakah fenomena ini berlaku?



IMBASAN SILAM

Ahli matematik Felix Klein (1849-1925) berpendapat bahawa isometri adalah keseimbangan yang dihasilkan oleh pergerakan sesuatu bentuk yang sama atau pergerakan oleh sesuatu kumpulan bentuk yang sama. Isometri dalam sesuatu corak adalah pergerakan dengan rupa bentuk yang sama. Terdapat empat jenis isometri iaitu translasi, putaran, pantulan dan putaran geluncur.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms207

MASLAHAT BAB INI

- Ilmu dalam bidang transformasi ini dapat diaplikasikan, antaranya dalam industri pembuatan dan rekaan fesyen. Reka bentuk kenderaan seperti motosikal, kereta dan kapal terbang memerlukan rekaan objek yang simetri. Pereka fesyen pula akan menghasilkan corak-corak yang berlainan dalam setiap rekaan mereka.

AKTIVITI KREATIF

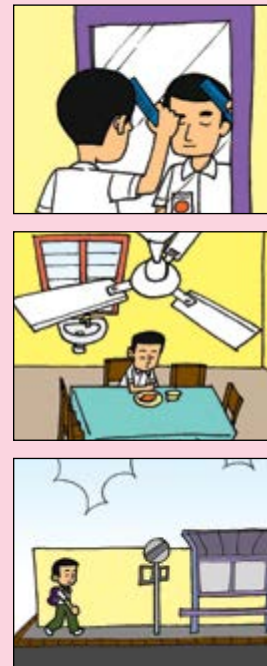
Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri transformasi

Bahan: Petikan cerita

Setiap hari sebelum ke sekolah, Akmal akan menyikat rambutnya di hadapan cermin dan memastikannya dalam keadaan kemas. Sambil menikmati sarapan pagi, dia akan duduk di bawah kipas siling yang berpusing untuk mengelakkannya berpeluh semasa sarapan. Selesai bersarapan, Akmal berjalan dari rumahnya ke perhentian bas untuk ke sekolah.

Langkah:

1. Secara berkumpulan, bincangkan situasi:
 - (i) Akmal di hadapan cermin.
 - (ii) Kipas siling yang berpusing.
 - (iii) Akmal berjalan dari rumahnya ke perhentian bas.
2. Adakah situasi tersebut mengubah rupa bentuk Akmal dan bilah kipas? Daripada situasi tersebut, apakah yang anda fahami tentang pengertian transformasi dalam kehidupan harian Akmal?



Transformasi merupakan proses mengubah kedudukan, orientasi atau saiz imej suatu objek melalui translasi, pantulan dan putaran. Imej yang dihasilkan oleh transformasi isometri adalah kongruen.

11.1 Transformasi

11.1.1 Transformasi dalam bentuk, saiz, kedudukan dan orientasi suatu objek

Transformasi melibatkan pemindahan titik pada suatu satah.

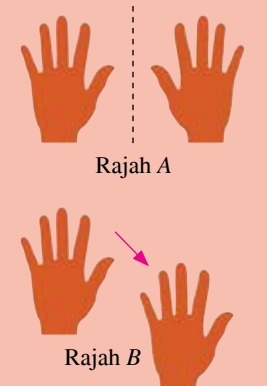
RANGSANGAN MINDA *Berkumpulan*

Tujuan: Mengenal pasti transformasi melalui kedudukan saiz dan rupa bentuk

Bahan: Kad manila, cat air dan lampu suluh

Langkah:

1. Celupkan kedua-dua belah tapak tangan anda ke dalam cat air. Kemudian, tekapkannya pada kad manila dalam keadaan sebelah-menyebelah seperti Rajah A.
2. Dalam keadaan tangan kiri berwarna, tekapkan tangan kiri sebanyak dua kali dalam keadaan sebelah-menyebelah dan ke bawah sedikit seperti Rajah B.



STANDAR PEMBELAJARAN

Memerihalkan perubahan bentuk, saiz, kedudukan dan orientasi suatu objek yang melalui transformasi, dan seterusnya menerangkan idea padanan satu-dengan-satu antara titik-titik dalam transformasi.

3. Ulangi langkah 2 dengan tekapan kedua dalam keadaan berpusing seperti Rajah C.
4. Pancarkan lampu suluh ke tapak tangan dan perhatikan bayangan yang terhasil di papan tulis. Gerakkan lampu suluh ke hadapan dan ke belakang untuk melihat saiz bayangan tangan.



Perbincangan:

- Berdasarkan aktiviti di atas, apakah kesimpulan daripada orientasi pergerakan yang sesuai mengikut pemahaman anda, jika
- (i) kedudukan tangan sebelah-menyebelah.
 - (ii) bentuk tangan serupa tetapi kedudukan satu ke atas dan satu lagi ke bawah.
 - (iii) kedudukan bentuk tangan yang melambai.
 - (iv) saiz bayangan tangan.

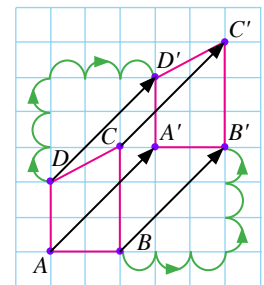
JOM FIKIR

Adakah bayang-bayang merupakan imej?

Sebelum transformasi berlaku, bentuk rajah asal dinamakan **objek**. Selepas transformasi, bentuk itu dinamakan **imej**. Transformasi merupakan padanan suatu titik pada suatu satah. Apabila objek bergerak dalam suatu transformasi, setiap titik objek itu mengikut corak pergerakan yang sama.

Transformasi merupakan suatu pergerakan dengan orientasi dan padanan yang tertentu tanpa mengubah rupa bentuk.

Rajah di sebelah merupakan pergerakan objek $ABCD$ ke imej $A'B'C'D'$ dengan pergerakan tiga unit ke kanan dan tiga unit ke atas.



CONTOH 1

Antara berikut, yang manakah menunjukkan transformasi dan mengapa?

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

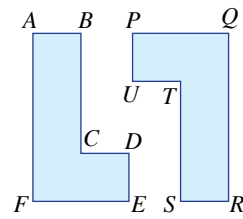
Penyelesaian:

- (a) Transformasi kerana tidak mengubah rupa bentuk.
- (b) Transformasi kerana hanya berubah kedudukan dan tidak berubah bentuk.
- (c) Bukan transformasi kerana berubah rupa bentuk.
- (d) Bukan transformasi kerana berubah rupa bentuk.

CONTOH 2

Rajah di sebelah menunjukkan $ABCDEF$ ialah objek, manakala $PQRSTU$ ialah imej. Nyatakan imej bagi

- (a) titik C (b) garisan AB (c) $\angle BCD$



Penyelesaian:

- (a) Imej bagi titik C ialah T kerana bentuk yang sama, tetapi kedudukan yang berlainan.
 (b) Imej bagi garisan AB ialah RS kerana imej itu mempunyai ukuran yang sama panjang.
 (c) Imej bagi $\angle BCD$ ialah $\angle STU$ kerana $\angle BCD$ mempunyai saiz yang sama dengan $\angle STU$.

11.1.2 Kekongruenan

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengenal pasti kekongruenan
Bahan: Kertas berwarna biru dan berwarna merah, pembaris, protractor dan gunting
Langkah:

- Dalam kumpulan kecil 4 hingga 5 orang, murid dikehendaki membentuk dua segi tiga.
- Murid A dan B akan membentuk segi tiga menggunakan kertas berwarna biru berukuran sisi 5 cm, 8 cm dan 11 cm.
- Murid C dan D akan membentuk segi tiga menggunakan kertas berwarna merah dengan ukuran yang sama.
- Murid E akan mencantumkan kedua-dua segi tiga untuk menghasilkan cantuman yang serupa.
- Murid akan mengukur sudut pada setiap bucu segi tiga masing-masing menggunakan protractor.

Perbincangan:

- Berikan sifat yang diperolehi daripada kedua-dua bentuk segi tiga tersebut.
- Jika kongruen merupakan kesamaan bentuk dan saiz, adakah segi tiga tersebut memenuhi pengertian kongruen?

Dua objek adalah kongruen jika kedua-duanya mempunyai bentuk dan saiz yang sama, tanpa mengambil kira orientasi pergerakannya.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan idea kekongruenan dalam transformasi.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms210 untuk melihat video kekongruenan.

JOM FIKIR !

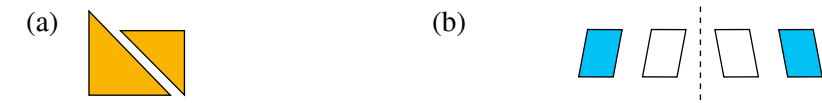
Perhatikan objek di atas. Adakah kedua-dua objek tersebut kongruen? Jika berat kedua-dua objek tersebut adalah sama, adakah jumlah bagi syiling yang tersimpan di dalam tabung tersebut mempunyai nilai yang sama? Adakah itu yang dikatakan kongruen?

Alat biasa yang digunakan untuk menentukan kekongruenan ialah pembaris, protractor, jangka lukis dan kertas surih. Anda boleh menggunakan alatan ini untuk meneroka sifat kekongruenan.

Perhatikan duit syiling 20 sen dan 10 sen. Dapatkah anda membezakannya dari segi rupa bentuk duit syiling itu? Jika semua duit syiling berbentuk bulat maka duit itu adalah serupa. Adakah anda setuju dengan pernyataan ini? Semua duit syiling 10 sen adalah kongruen manakala duit syiling 20 sen dan 10 sen adalah serupa tetapi bukan kongruen.

CONTOH 3

Antara dua pasangan rajah di bawah, yang manakah kongruen? Nyatakan sebabnya.



Penyelesaian:

- (a) Tidak kongruen kerana saiz yang tidak sama.
 (b) Kongruen kerana saiz sama walaupun kedudukan dan orientasi tidak sama.

TAHUKAH ANDA ?

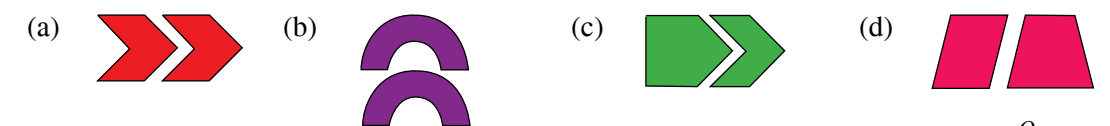
Orientasi ialah hala sesuatu. Contohnya, arah jam, lawan arah jam, sebelah kiri dan sebelah kanan.

TIP

Kongruen ialah perihal sama bentuk dan sama saiz.

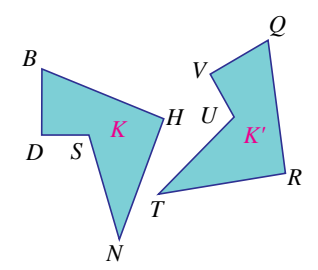
JOM CUBA 11.1

1. Antara rajah berikut, yang manakah menunjukkan **bukan** suatu transformasi?

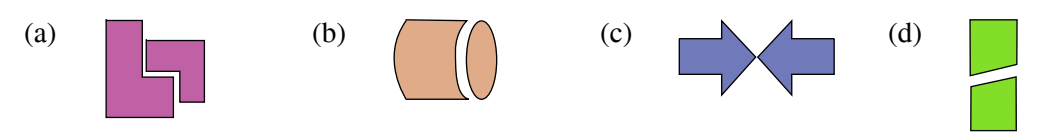


2. K' ialah imej kepada K di bawah suatu transformasi. Kenal pasti

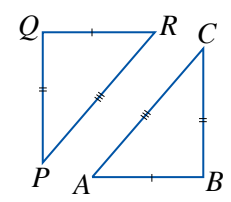
- (a) bucu imej N (b) imej panjang BH (c) imej $\angle SDB$



3. Kenal pasti pasangan yang kongruen dan nyatakan sebabnya.



4. Gambar rajah di bawah merupakan dua segi tiga yang kongruen. Lengkapkan jadual di bawah dengan padanan garis dan sudut yang serupa.



Segi tiga	Sisi	Sisi	Sudut	Sudut
PQR	QP		$\angle PQR$	
CBA		AB		$\angle CAB$

11.2 Translasi

11.2.1 Translasi

STANDARD PEMBELAJARAN

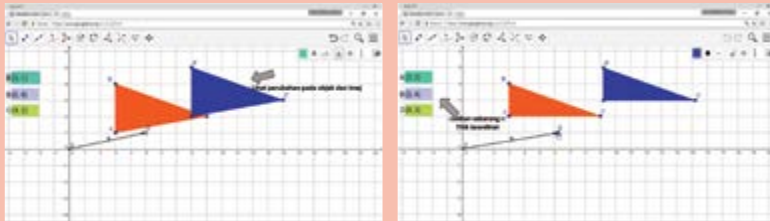
Mengenal translasi.

RANGSANGAN MINDA 

Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri translasi

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



1. Buka fail MS212 yang telah disediakan.
2. Anda boleh meneroka sebarang koordinat bagi A , B dan C .
3. Perhatikan imej berwarna biru yang terhasil setelah titik itu diubah.
4. Pergerakan imej bergantung pada ketetapan anak panah E yang diberikan. Anda juga boleh menggerakkan penggelongsor biru untuk melihat pergerakan imej.

Perbincangan:

- (i) Apakah kesimpulan yang boleh dibuat daripada aktiviti penerokaan di atas?
- (ii) Bagaimanakah sifat imej berubah apabila nilai koordinat pada titik objek berubah?

Translasi merupakan pemindahan semua titik pada suatu satah mengikut arah yang sama dan melalui jarak yang sama.

Di bawah suatu translasi, objek dan imej mempunyai bentuk, saiz dan orientasi yang sama.

CONTOH 4

Kenal pasti rajah yang menunjukkan translasi. Berikan justifikasi.



Penyelesaian:

- (a) Translasi kerana bentuk, saiz dan orientasi sama.
- (b) Bukan translasi kerana orientasi tidak sama.

QR CODE 

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms212 untuk melihat video animasi translasi.



11.2.2 Perwakilan translasi dalam bentuk vektor translasi

Vektor translasi merupakan pergerakan yang mempunyai arah dan magnitud. Vektor ini juga diwakili dengan anak panah. Penentuan translasi berdasarkan nilai dan arah suatu vektor.

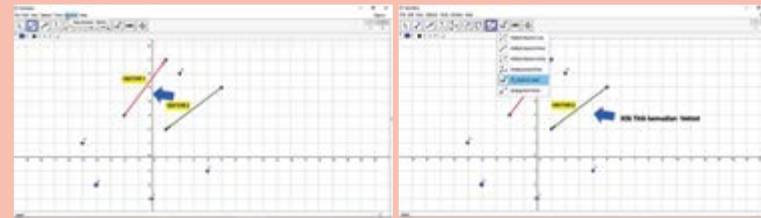
STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan translasi menggunakan pelbagai perwakilan termasuk dalam bentuk vektor translasi.

RANGSANGAN MINDA 

Tujuan: Meneroka translasi daripada vektor translasi

Bahan: Perisian geometri dinamik



Langkah:

1. Buka fail MS213 untuk menonton video demonstrasi translasi vektor. Ikuti cara-cara menentukan imej daripada vektor yang diberikan.
2. Diberi Vektor 1 dan Vektor 2. Tentukan imej koordinat bagi A , B , C , D dan E .
3. Anda boleh memilih mana-mana vektor untuk menentukan imej bagi titik-titik tersebut.
4. Lengkapkan jadual di bawah.

Koordinat Objek	Jumlah Unit Pergerakan Kanan/Kiri a	Jumlah Unit Pergerakan Atas/Bawah b	Bentuk Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$	Koordinat Imej
$A (\quad)$				$A' (\quad)$
$B (\quad)$				$B' (\quad)$
$C (\quad)$				$C' (\quad)$
$D (\quad)$				$D' (\quad)$
$E (\quad)$				$E' (\quad)$

Perbincangan:

- (i) Adakah arah pergerakan objek sama dengan arah pergerakan anak panah?
- (ii) Bagaimanakah penulisan pergerakan unit bagi vektor translasi $\begin{pmatrix} \text{Pergerakan kanan / kiri} \\ \text{Pergerakan atas / bawah} \end{pmatrix}$ dapat dibuat?

TIP 



QR CODE 

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms213 untuk melihat video demonstrasi translasi vektor.



IMBAS KEMBALI 

Koordinat (x, y) . Nilai x ditulis dahulu diikuti nilai y .

Translasi boleh dihuraikan dengan menyatakan arah dan jarak pergerakan serta vektor, iaitu:

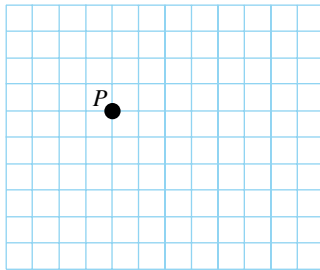
(a) Arah pergerakan : ke kanan, ke kiri, ke atas, ke bawah.

Jarak pergerakan : bilangan unit.

(b) Vektor translasi : $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

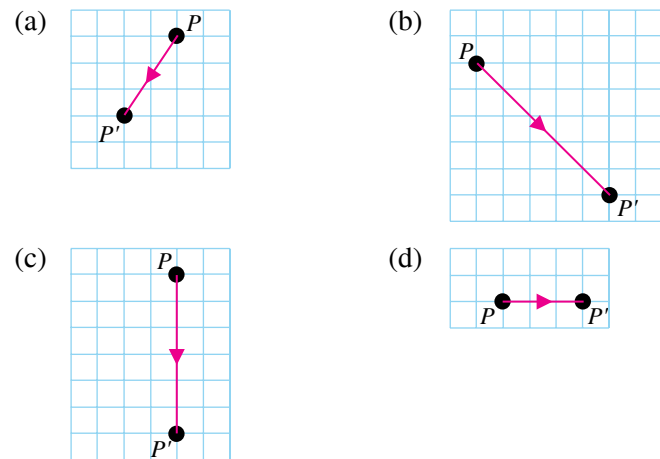
CONTOH 5

Tentukan kedudukan titik P dalam rajah yang diberikan bagi huraian translasi dan lukis vektor translasi tersebut.



- (a) Titik P bergerak 2 unit ke kiri dan 3 unit ke bawah.
- (b) Titik P bergerak 5 unit ke kanan dan 5 unit ke bawah.
- (c) Titik P bergerak 6 unit ke bawah.
- (d) Titik P bergerak 3 unit ke kanan.

Penyelesaian:

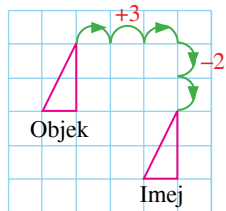


TAHUKAH ANDA?

Bentuk vektor translasi ditulis sebagai $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
 a mewakili pergerakan yang selari dengan paksi- x .
 a bernilai positif jika objek bergerak ke kanan dan bernilai negatif jika objek bergerak ke kiri.

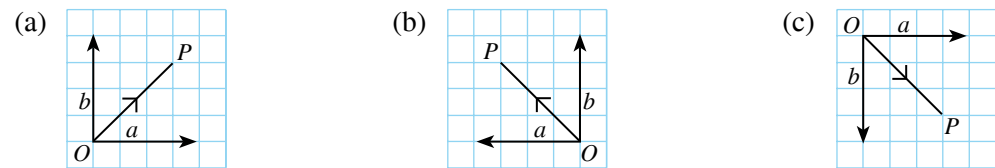
b mewakili pergerakan yang selari dengan paksi- y .
 b bernilai positif jika objek bergerak ke atas dan bernilai negatif jika objek bergerak ke bawah.

Oleh itu, translasi bagi imej yang dihasilkan oleh objek pada rajah di bawah ialah $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.



CONTOH 6

Tentukan vektor translasi OP berdasarkan rajah di bawah.

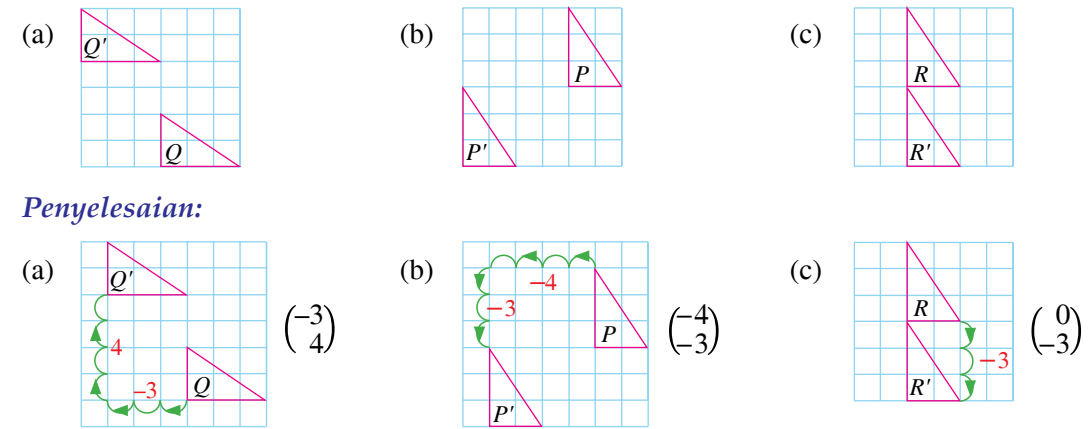


Penyelesaian:

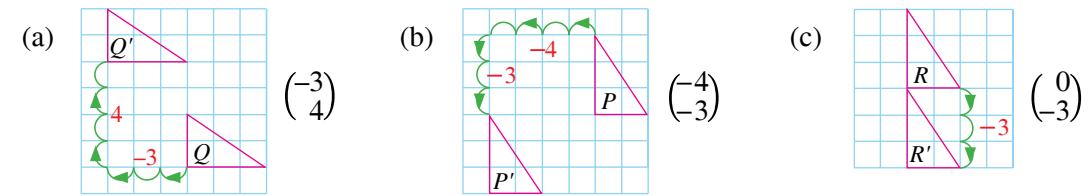
- (a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

CONTOH 7

Tentukan translasi bagi rajah berikut.



Penyelesaian:



11.2.3 Imej dan objek dalam suatu translasi

STANDAR PEMBELAJARAN

Menentukan imej dan objek bagi suatu translasi.

RANGSANGAN MINDA

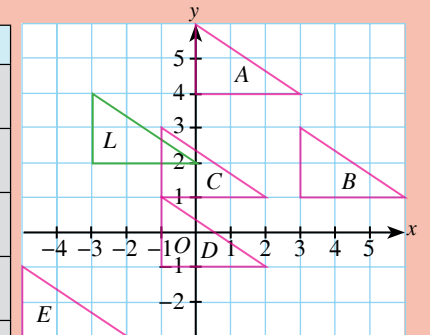
Tujuan: Mengenal pasti imej suatu objek dalam suatu translasi

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Perhatikan rajah di sebelah, kenal pasti imej bagi objek L bagi translasi yang diberikan.
2. Lengkapkan jadual berikut.

Translasi	Imej
$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$	



Perbincangan:

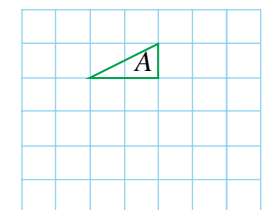
- (i) Bandingkan ukuran panjang sisi dan nilai sudut bagi objek serta imej.
- (ii) Kesimpulan tentang ciri-ciri translasi.

Imej bagi suatu objek dalam suatu translasi akan sentiasa sama dari segi bentuk, saiz dan orientasi.

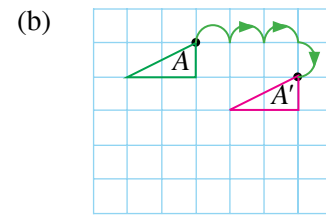
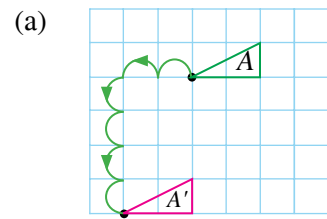
CONTOH 8

Lukis imej bagi objek A dalam rajah dengan translasi berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

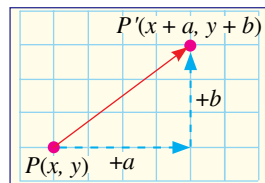


Penyelesaian:



Menentukan koordinat imej apabila koordinat objek diberikan

Untuk menentukan imej di bawah translasi (a b), koordinat objek P(x, y) akan dipetakan P'(x + a, y + b) = P'(x' y')



TIP

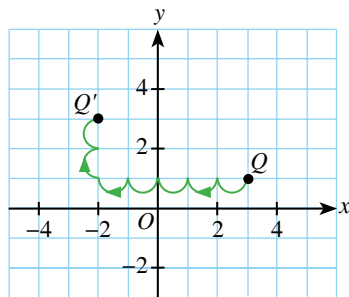
Kaedah alternatif (a b) + (x y) = (a+x b+y) (a b) - (x y) = (a-x b-y) Berlaku pertukaran bentuk vektor kepada pasangan tertib. (x y) -> (x, y)

CONTOH 9

Tentukan koordinat bagi imej titik Q(3, 1) di bawah translasi (-5 2).

Penyelesaian:

Kaedah 1: Melukis satah Cartes



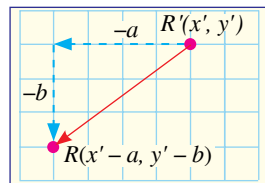
Kaedah 2: Mengira

i. Q(3, 1) -> Q'(3 + (-5), 1 + 2) = (-2, 3)
ii. (3 1) + (-5 2) = (-2 3)

Maka, imej titik Q(3, 1) ialah (-2, 3).

Menentukan koordinat objek apabila koordinat imej diberikan

Untuk menentukan objek di bawah translasi (a b), koordinat objek R'(x', y') akan dipetakan R(x' - a, y' - b) = R(x, y)



TIP

Kaedah alternatif (a) (x y) + (-3 2) = (-6 1) (x y) = (-6 1) - (-3 2) = (-9 3) (b) (x y) + (3 2) = (9 0) (x y) = (9 0) - (3 2) = (6 -2)

CONTOH 10

Tentukan koordinat bagi objek titik A jika koordinat imejnya,

A' di bawah translasi (3 -2) adalah seperti yang berikut.

- (a) (-6, 1) (b) (9, 0)

Penyelesaian:

- (a) Koordinat A = [-6 - 3, 1 - (-2)] = (-9, 3) (b) Koordinat A = [9 - 3, 0 - (-2)] = (6, 2)

Menentukan vektor translasi jika diberi kedudukan imej dan objek

CONTOH 11

Diberi P'(3, 6) ialah imej kepada P(2, 9). Tentukan translasi tersebut.

Penyelesaian:

Vektor translasi = (x' - x y' - y) = (3 - 2 6 - 9) = (1 -3)

TIP

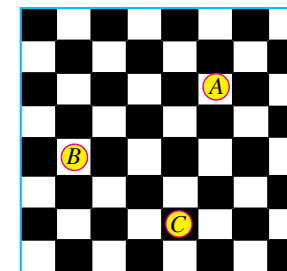
Diberi objek (x, y) dan imej (x', y'). Vektor translasi ialah (x' - x y' - y)

11.2.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 12

Agnes menggerakkan buah damnya dari A ke B dan kemudian ke C. Nyatakan pergerakannya dalam bentuk vektor translasi buah dam bertanda

- (a) A ke B. (b) B ke C.



STANDAR PEMBELAJARAN Menyelesaikan masalah yang melibatkan translasi.

JOM FIKIR Anda boleh cuba melontar peluru dengan dua gaya yang berlainan. Adakah gaya mempengaruhi arah lontaran? Bincangkan perkaitannya dengan konsep translasi.

TIP Pergerakan translasi sentiasa bermula dengan ke kiri atau ke kanan, kemudian baru ke atas atau ke bawah.

Penyelesaian:

Memahami masalah

Pergerakan translasi ke kiri atau ke kanan, ke atas atau ke bawah.

Merancang strategi

- (a) 4 unit ke kiri, 2 unit ke bawah. (b) 3 unit ke kanan, 2 unit ke bawah.

Membuat kesimpulan

- (a) Maka, vektor translasi A ke B ialah (-4 -2). (b) Maka, vektor translasi B ke C ialah (3 -2).

Melaksanakan strategi

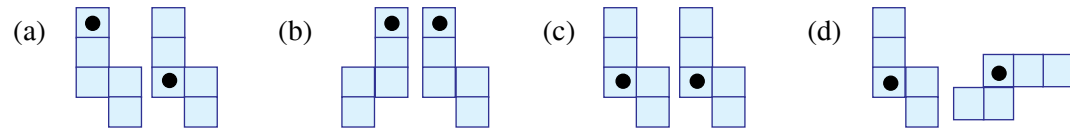
Menggunakan (a b) (a) (-4 -2) (b) (3 -2)

JOM FIKIR

Table with columns: Objek, Translasi, and Imej. Rows include points A(-3, 4), B(7, 9), and their images P'(-5, 2) and Q'(4, 1) with corresponding translation vectors.

JOM CUBA 11.2

1. Antara pasangan bentuk berikut, yang manakah menunjukkan keadaan translasi?



2. Tentukan koordinat imej bagi objek (5, -3) di bawah translasi

- (a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

3. Tentukan koordinat objek bagi imej (-1, -4) di bawah translasi

- (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -8 \\ 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

4. Nyatakan vektor translasi bagi pasangan titik berikut.

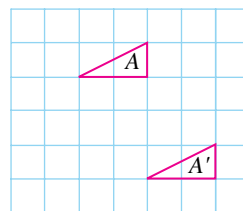
- (a) $A(1, 2), A'(3, 6)$ (b) $B(5, 7), B'(-1, -1)$
 (c) $C(4, 4), C'(8, 0)$ (d) $D(6, 4), D'(3, -3)$

5. Objek $L(1, 4)$ dipetakan kepada kedudukan $L'(3, -5)$ di bawah suatu translasi. Tentukan kedudukan imej atau objek dengan translasi yang sama bagi titik di bawah.

- (a) $A(3, 1)$ (b) $S'(4, -2)$
 (c) $J'(5, -6)$ (d) $D(-7, -8)$

6. Dengan menggunakan orientasi yang sama dengan rajah di sebelah, tentukan koordinat imej bagi titik berikut.

- (a) $(-1, -4)$ (b) $(5, -5)$



STANDARD PEMBELAJARAN
 Mengenal pantulan.

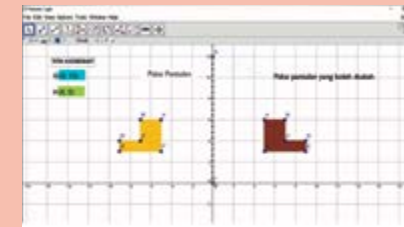
11.3 Pantulan

11.3.1 Pantulan

Apabila Preveena melihat cermin sambil menyikat rambutnya, dia akan dapat melihat rupa parasnya pada cermin tersebut. Imej Preveena dalam cermin ialah hasil pantulan. Pantulan ialah transformasi yang berlaku apabila semua titik pada satah dibalikkan dalam satah yang sama pada suatu garis. Garis tersebut dinamakan **paksi pantulan**.

RANGSANGAN MINDA Berkumpulan

Tujuan: Mengenal pasti ciri-ciri pantulan
Bahan: Perisian geometri dinamik



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms219 untuk melihat video demonstrasi ciri-ciri pantulan.

Langkah:

- Buka fail MS219 yang telah disediakan.
- Perhatikan perubahan paksi pantulan apabila titik G dan titik H berubah.
- Perhatikan perubahan yang berlaku pada imej.

Perbincangan:

- Apakah yang anda fahami tentang paksi pantulan?
- Apakah yang akan terjadi kepada imej berwarna kuning apabila paksi garisan GH digerakkan?
- Apakah sifat-sifat simetri yang anda fahami daripada aktiviti tersebut?

Di bawah suatu pantulan,

- objek dan imej berada pada sebelah yang bertentangan dengan paksi pantulan.
- objek dan imejnya mempunyai jarak serenjang yang sama dari paksi pantulan.
- bentuk dan saiz imej adalah sama dengan objek, tetapi orientasinya songsang.
- imej bagi suatu titik yang ada pada paksi pantulan ialah titik itu sendiri.

Simetri ialah suatu padanan dari segi saiz dan bentuk di antara satu bahagian atau sisi suatu arah objek. Garis simetri ialah garisan yang membahagikan suatu bentuk kepada dua bahagian yang kongruen. Garis ini ialah pembahagi dua sama serenjang bagi garis yang menyambungkan objek dan imej. Garis simetri ialah paksi pantulan bagi imej dan objek.

TIP

Semua titik yang terletak pada paksi pantulan tidak berubah kedudukannya semasa mengalami suatu transformasi.

Sifat imej bagi pantulan ialah

- sama bentuk dan sama saiz dengan objek.
- imej mempunyai orientasi berbeza, bersongsang sisi dan membentuk imej cermin antara satu sama lain.

CONTOH 13

Antara corak yang berikut, yang manakah menunjukkan orientasi pantulan?

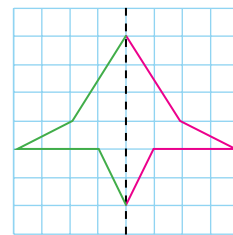
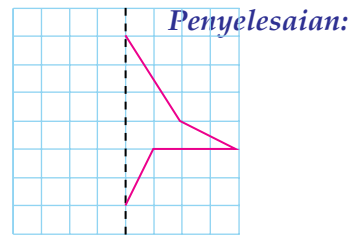


Penyelesaian:

- (a) Ya (b) Tidak (c) Ya

CONTOH 14

Lengkapkan lukisan di bawah.



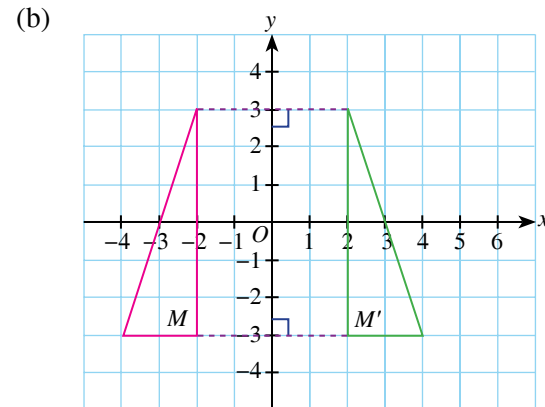
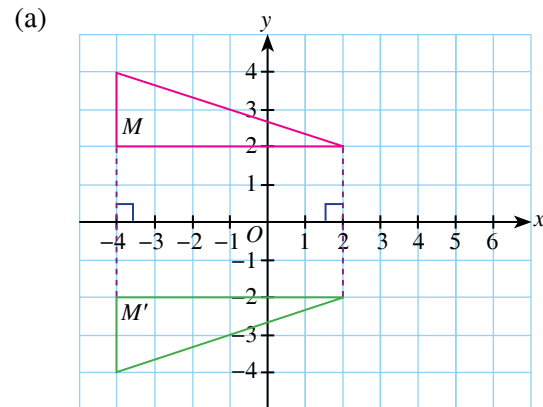
JOM FIKIR

Objek	Transformasi	Imej
(3, 4)	Pantulan pada paksi-x	
(-3, -5)	Pantulan pada paksi-x	
(3, 4)	Pantulan pada paksi-y	
(-3, -5)	Pantulan pada paksi-y	

11.3.2 Penerangan tentang pantulan

CONTOH 15

Dalam rajah berikut, segi tiga M' ialah imej kepada segi tiga M di bawah suatu pantulan. Huraikan pantulan tersebut.



Penyelesaian:

(a) Objek M dipantulkan pada paksi-x.

(b) Objek M dipantulkan pada paksi-y.

11.3.3 Imej bagi suatu objek

CONTOH 16

Lukis imej bagi segi tiga ABC di bawah pantulan pada garis LM .

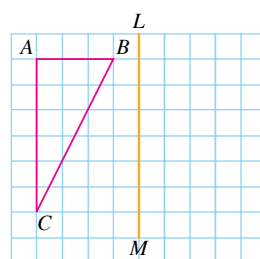
Penyelesaian:

Langkah 1: Pilih mana-mana bucu dan bina garis serenjang dari bucu tersebut ke garisan LM dan panjangkan melebihi paksi pantulan tersebut.

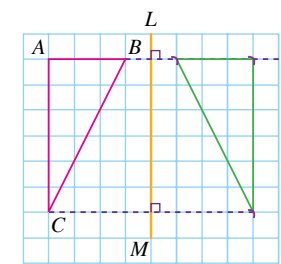
Langkah 2: Selarikan garisan tersebut kepada semua bucu yang lain.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan imej dan objek bagi suatu pantulan.



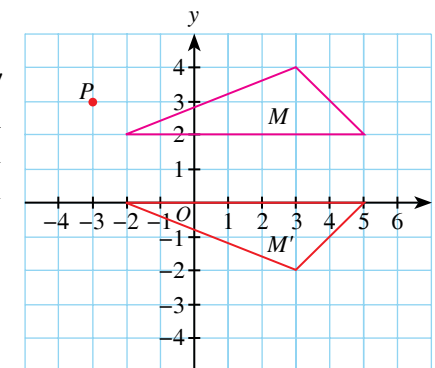
Langkah 3: Tentukan jarak bucu masing-masing dari paksi pantulan dan tandakan jarak yang sama dari paksi di atas garisan yang sama. Lakukan perkara yang sama pada semua bucu.



11.3.4 Penyelesaian masalah

CONTOH 17

Dalam rajah di sebelah, M' ialah imej bagi M di bawah suatu pantulan. Tentukan koordinat P' di bawah paksi pantulan yang sama.



Penyelesaian:

Memahami masalah

M' ialah imej bagi M . Tentukan paksi pantulan.

Merancang strategi

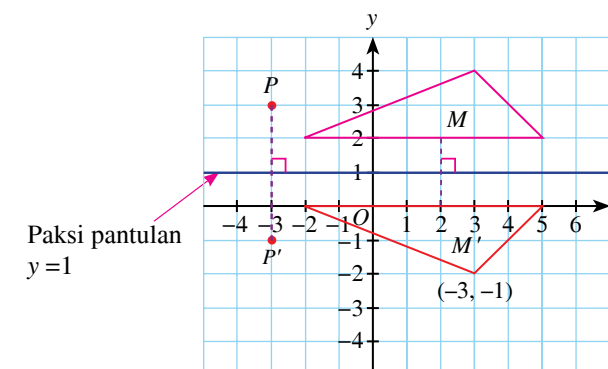
Tentukan pasangan bucu bagi imej dan objek. Lukis garis serenjang bagi kedua-dua pasangan bucu. Bina atau tentukan pembahagi dua bagi garis serenjang tersebut.

Membuat kesimpulan

Dengan paksi pantulan $y = 1$, Koordinat P' ialah $(-3, -1)$.

Melaksanakan strategi

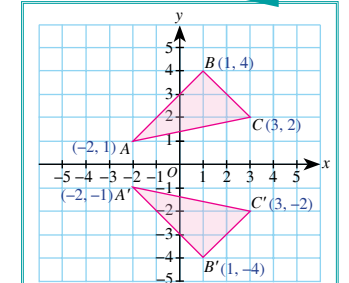
Paksi pantulan ditentukan pada $y = 1$. Gunakan paksi tersebut untuk mendapatkan P' .



STANDARD PEMBELAJARAN

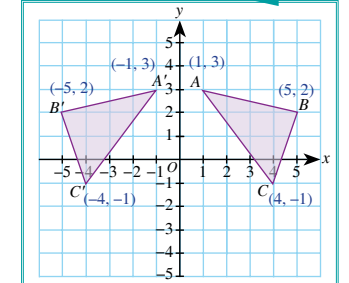
Menyelesaikan masalah yang melibatkan pantulan.

TAHUKAH ANDA?



Pantulan titik (x, y) pada paksi-x ialah titik $(x, -y)$

TAHUKAH ANDA?



Pantulan titik (x, y) pada paksi-y ialah titik $(-x, y)$

JOM CUBA 11.3

1. Antara berikut, yang manakah menunjukkan pantulan?



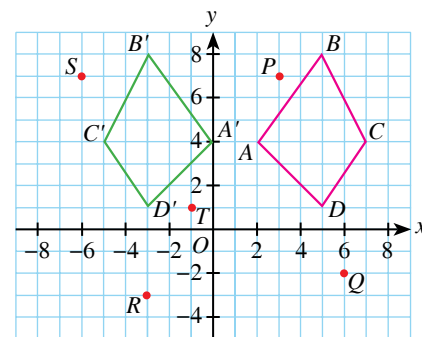
2. Lengkapi lukisan di bawah.



3. Bina imej bagi objek di bawah pantulan garisan PQ .



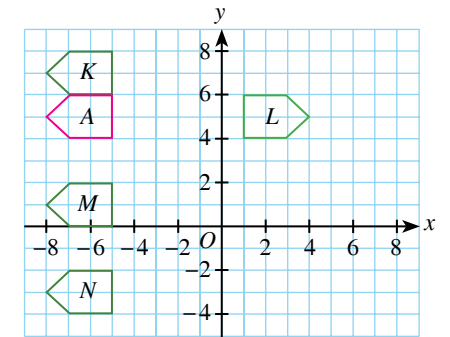
4. $A'B'C'D'$ ialah imej bagi objek $ABCD$ di bawah suatu paksi pantulan. Tentukan koordinat imej bagi titik objek P, Q, R dan S menggunakan paksi pantulan yang sama.



5. Lukis paksi pantulan bagi gambar rajah berikut.



6. Merujuk kepada satah Cartes di sebelah, huraikan pantulan yang memetakan poligon A kepada poligon (a) K (b) L (c) M (d) N



7. Kenal pasti paksi pantulan dan huraikan suatu perwakilan pantulan bagi pasangan titik di bawah.
- (a) $A(3, 1)$ dan $A'(-3, 1)$ (b) $B(-4, 2)$ dan $B'(-4, -2)$
 (c) $C(5, 6)$ dan $C'(-5, 6)$ (d) $D(2, 2)$ dan $D'(4, 2)$
8. Jika $L(4, 1)$ dipetakan kepada $L'(4, 5)$ di bawah satu pantulan, tentukan
- (a) koordinat imej bagi $(-3, -1)$ di bawah paksi pantulan yang sama.
 (b) koordinat objek bagi $(7, 2)$ di bawah pantulan yang sama.

11.4 Putaran

11.4.1 Putaran

Dapatkan anda mengenal pasti pergerakan objek yang berputar di sekeliling anda seperti jarum jam, kipas siling dan pergerakan tayar? Jarum jam melakukan putaran penuh setiap dua belas jam. Namun begitu, putaran tayar bergantung pada arah pergerakan sama ada ke depan atau ke belakang. Semua pergerakan tersebut mempunyai pusat putarannya.

STANDAR PEMBELAJARAN
Mengetahui putaran.

RANGSANGAN MINDA Individu

Tujuan: Mengetahui putaran
Bahan: Perisian geometri dinamik
Langkah:

- Buka fail MS223 untuk menonton video animasi putaran.
- Seret butang hijau dan perhatikan animasi putaran.
- Laraskan butang tersebut untuk melihat objek yang diputar.

Perbincangan:

- Dapatkan anda mengenal pasti imej segi tiga yang bergerak apabila sudut putaran dilaraskan? Apakah kesimpulan yang boleh anda buat terhadap imej segi tiga itu?
- Apakah sifat imej dalam aktiviti di atas?



QR CODE

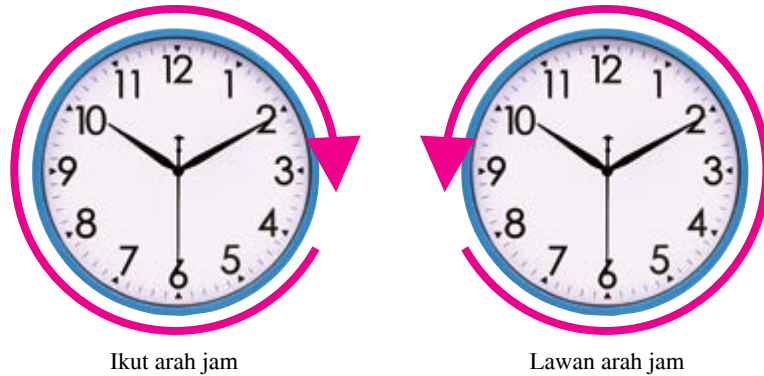
Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms223 untuk melihat video animasi putaran.

Sifat imej bagi putaran:

- (a) Imej yang dihasilkan mempunyai bentuk, saiz dan orientasi yang sama dengan objek.
- (b) Pusat putaran ialah satu titik pegun.
- (c) Jarak semua titik imej ke pusat putaran adalah sama dengan jarak objek ke pusat putaran.

11.4.2 Putaran dalam pelbagai perwakilan

Apabila kita memerihalkan suatu putaran, kita perlu menyatakan **pusat**, **sudut** dan **arah putaran** yang memetakan objek kepada imej.

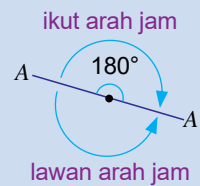


STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan putaran menggunakan pelbagai perwakilan.

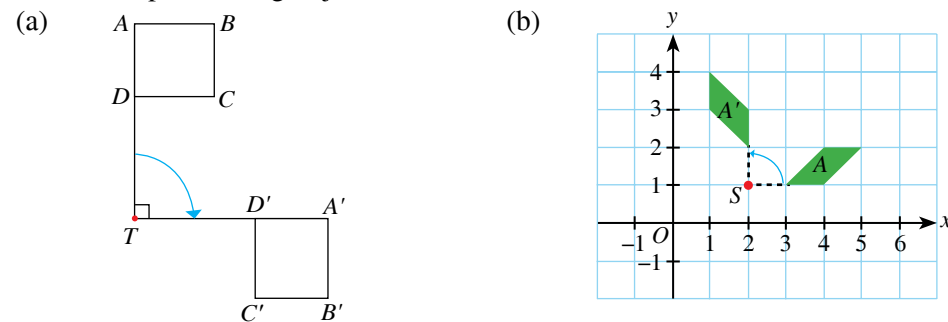
TIP

Imej yang dihasilkan melalui putaran 180° ikut arah jam adalah sama dengan putaran 180° lawan arah jam.



CONTOH 18

Perihalkan putaran bagi rajah di bawah.



Penyelesaian:

- (a) Putaran 90° ikut arah jam pada titik T .
- (b) Putaran 90° lawan arah jam pada titik S .

11.4.3 Menentukan imej dan objek bagi putaran

Kita boleh menggunakan kertas surih, protractor dan jangka lukis untuk menentukan imej atau objek di bawah suatu putaran.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan imej dan objek bagi suatu putaran.

CONTOH 19

Tentukan imej bagi $\triangle PQR$ apabila diputar 90° lawan arah jam pada titik M .

Penyelesaian:

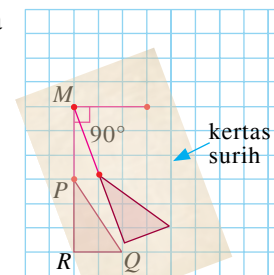
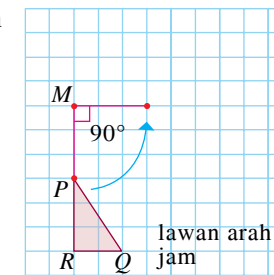
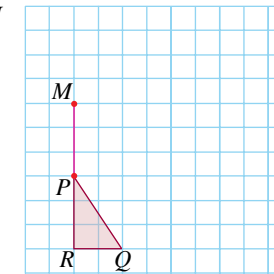
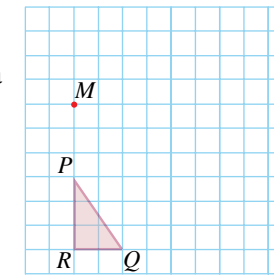
Kaedah 1 (Menggunakan kertas surih)

Langkah 1: Lukiskan garisan pada titik M ke titik P .

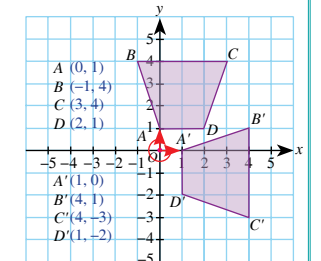
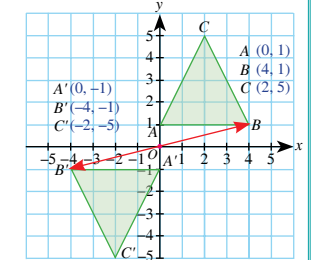
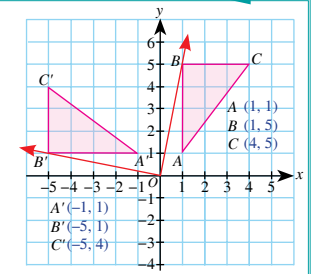
Langkah 2: Tentukan sudut 90° lawan arah jam.

Langkah 3: Lukis semula bentuk segi tiga PQR di atas kertas surih.

Langkah 4: Tekan dengan mata pensel pada titik M , putarkan kertas surih 90° lawan arah jam.



TAHUKAH ANDA?



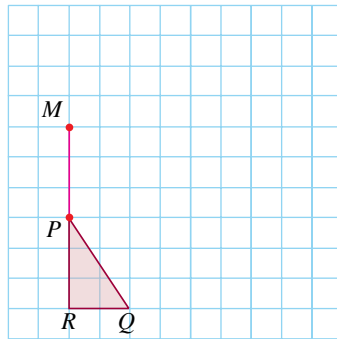
Putaran 90° lawan arah jam pada asalan	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
Putaran 180° pada asalan	$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
Putaran 270° lawan arah jam pada asalan	$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

JOM FIKIR

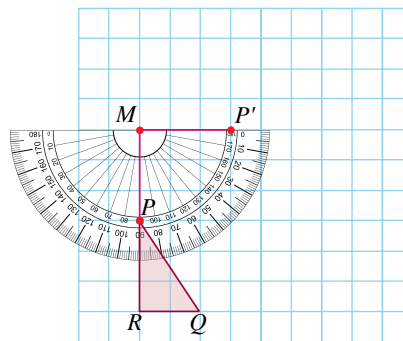
Objek	Transformasi	Imej
$(5, 2)$	Putaran 90° ikut arah jam pada titik $(0, 0)$	
$(-3, 4)$	Putaran 90° lawan arah jam pada titik $(2, 1)$	
$(-4, 7)$	Putaran 180° pada titik $(-1, 3)$	

Kaedah 2 (Menggunakan protractor)

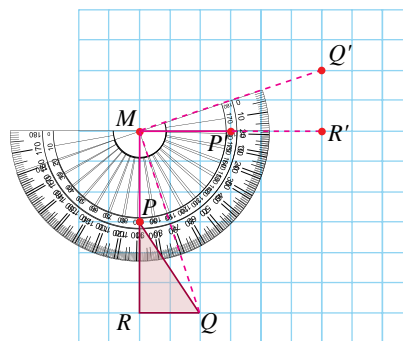
Langkah 1: Bina garisan MP .



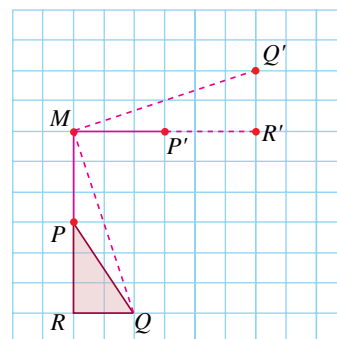
Langkah 2: Dengan menggunakan protractor, lukis satu garisan MP' berukuran 90° lawan arah jam dengan jarak yang sama dengan MP .



Langkah 3: Ulangi langkah 2 dengan garisan MR dan MQ .



Langkah 4: Sambungkan semua titik P' , R' dan Q' menjadi sebuah segi tiga yang sama dengan PRQ .



JOM FIKIR

Objek	Transformasi	Imej
	Putaran 90° ikut arah jam pada titik $(-2, 3)$	$(-3, 1)$
	Putaran 90° lawan arah jam pada titik $(1, 3)$	$(3, 2)$
	Putaran 180° pada titik $(-3, 4)$	$(2, 1)$

TIP

Jika soalan menggunakan grid segi empat sama, maka putaran 90° , 180° dan 270° tidak perlu menggunakan protractor.

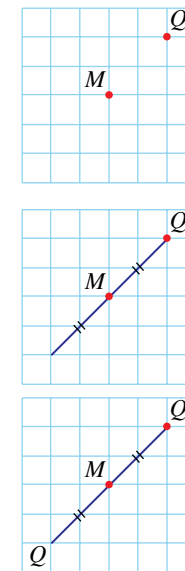
CONTOH 20

Tentukan objek bagi titik Q' apabila diputarakan 180° ikut arah jam pada titik M .

Penyelesaian:

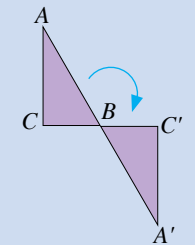
Langkah 1: Lukis garisan yang menyambungkan titik M dan Q' serta panjangkannya dengan jarak yang sama dengan MQ' di arah yang bertentangan.

Langkah 2: Tandakan titik Q pada garisan yang dipanjangkan dengan $MQ = MQ'$.



TIP

Jika B ialah pusat putaran, maka kedudukan imej B tidak akan berubah.



STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan putaran.

11.4.4 Penyelesaian masalah

Tahukah anda sekiranya objek dan imej suatu putaran diberi, pusat, sudut dan arah putaran dapat ditentukan dengan menggunakan kaedah pembinaan geometri.

► Menentukan pusat, sudut dan arah putaran

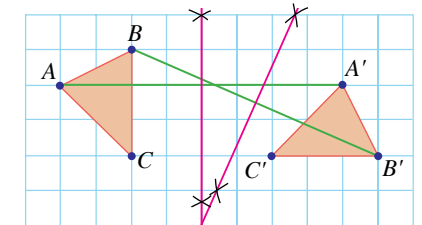
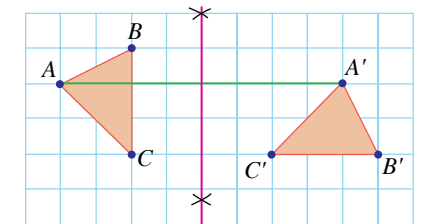
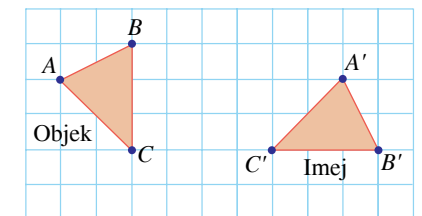
CONTOH 21

$A'B'C'$ ialah imej bagi ABC di bawah suatu putaran. Tentukan pusat, sudut dan arah putaran itu.

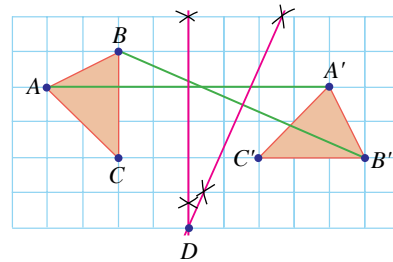
Penyelesaian:

Langkah 1: Sambungkan titik A ke A' . Bina pembahagi dua sama serenjang bagi tembereng garis AA' .

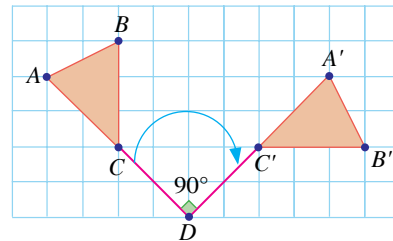
Langkah 2: Ulangi langkah 1 bagi garis BB' atau CC' .



Langkah 3: Titik persilangan dua garisan pembahagi dua serenjang itu ialah pusat putaran. Tandakan pusat putaran itu sebagai D .



Langkah 4: Ukur sudut CDC' menggunakan protractor.



Maka, imej di bawah putaran 90° ikut arah jam pada pusat D .

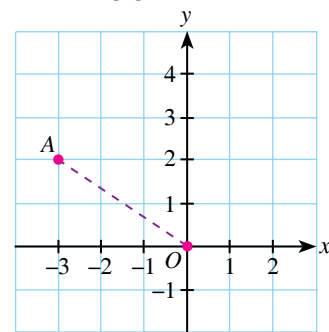
► Menentukan koordinat imej apabila koordinat objek diberikan

CONTOH 22

Tentukan koordinat imej bagi titik $A (-3, 2)$ di bawah suatu putaran 90° ikut arah jam pada asalan O .

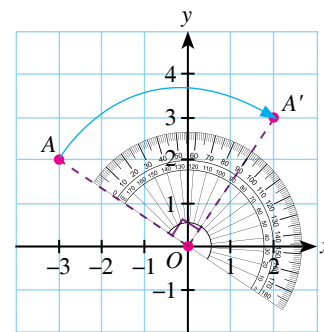
Penyelesaian:

Langkah 1: Sambung garis OA .



Langkah 2:

Putar garis OA pada asalan O menggunakan protractor ikut arah jam dengan sudut 90° . Daripada rajah, koordinat bagi imej A' ialah $(2, 3)$.



► Menentukan koordinat objek apabila koordinat imej diberi

CONTOH 23

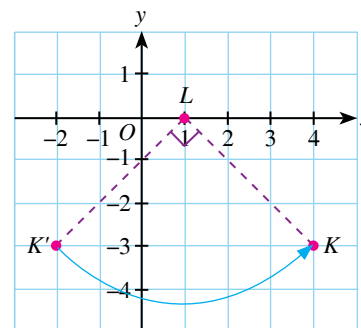
Sekiranya $K' (-2, -3)$ ialah imej bagi K di bawah putaran 90° ikut arah jam pada titik $L (1, 0)$, tentukan koordinat K .

Penyelesaian:

Langkah 1: Terbalikkan arah putaran untuk mencari koordinat objek, iaitu titik K .

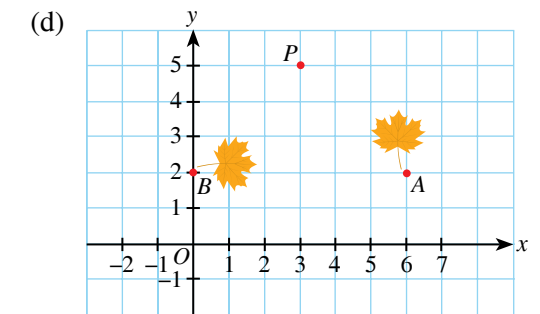
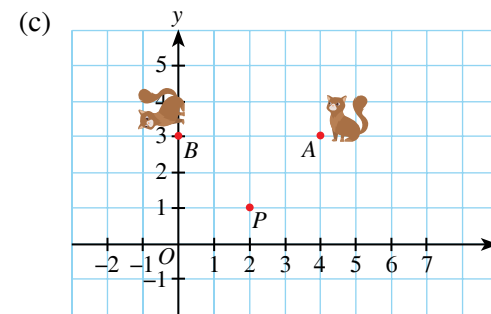
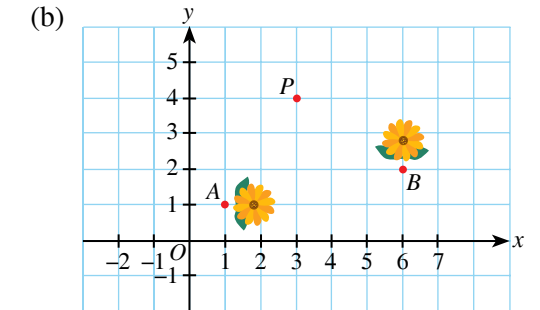
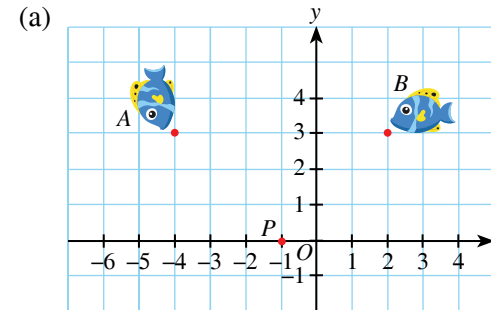
Langkah 2: Dengan menggunakan protractor, putar garis $K'L$ pada titik L , 90° lawan arah jam.

Daripada rajah, koordinat bagi titik K ialah $(4, -3)$.

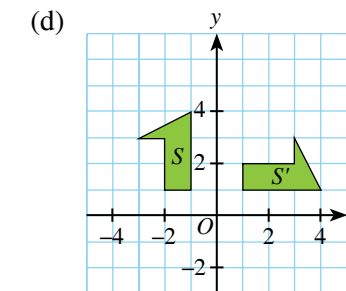
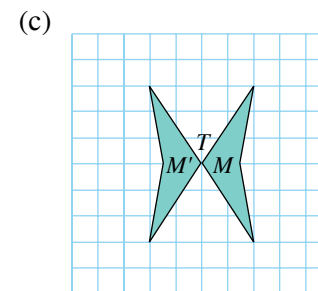
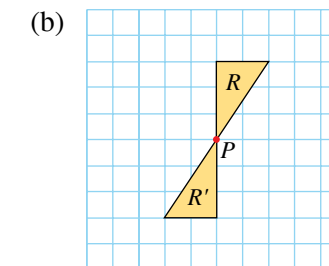
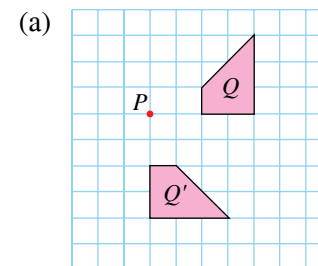


JOM CUBA 11.4

1. Perihalkan putaran di bawah yang berpusat di P jika A ialah objek dan B ialah imej.



2. Perihalkan putaran yang memetakan objek kepada imejnya.



3. Lukis imej bagi R di bawah satu putaran.

Putaran 90° lawan arah jam pada pusat O .

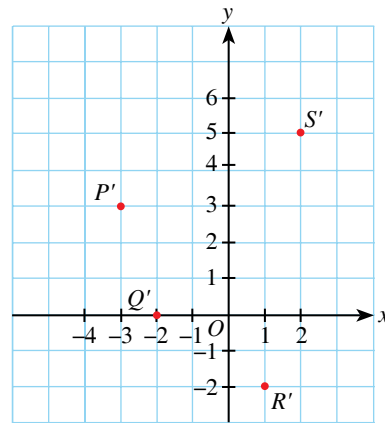


Putaran 180° pada pusat O .



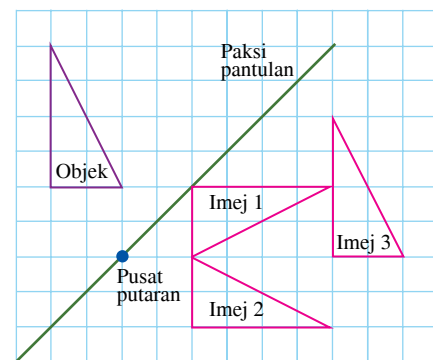
4. Tentukan koordinat objek bagi titik berikut di bawah putaran yang diberikan.

Titik	Putaran			Koordinat
	Pusat	Sudut	Arah	
P	$(-2, 1)$	90°	ikut arah jam	
Q	$(0, 0)$	90°	lawan arah jam	
R	$(0, -1)$	90°	lawan arah jam	
S	$(0, 4)$	90°	ikut arah jam	



11.5 Translasi, Pantulan dan Putaran sebagai Isometri

11.5.1 Hubungan translasi, pantulan dan putaran dengan isometri



Anda telah mempelajari transformasi bagi translasi, pantulan dan putaran bagi suatu objek. Masing-masing mempunyai sifat tertentu.

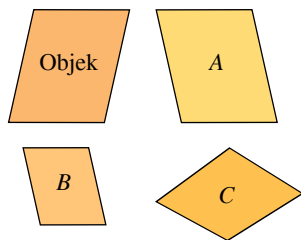
Perhatikan rajah di sebelah, dapatkah anda mengenali transformasi bagi Imej 1, Imej 2 dan Imej 3? Apakah yang boleh anda kaitkan dengan jarak di antara objek dengan imej? Jika objek dipetakan kepada suatu imej yang sentiasa kongruen, maka itu merupakan suatu isometri. Isometri ialah suatu transformasi yang mengekalkan jarak di antara sebarang dua titik pada objek asal. Transformasi isometri akan mengekalkan bentuk dan saiz asal objek.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyiasat hubungan antara kesan translasi, pantulan dan putaran terhadap jarak di antara dua titik pada objek dan imej, dan seterusnya menerangkan isometri.

CONTOH 24

Antara rajah A, B dan C, yang manakah merupakan imej isometri bagi objek yang berlorek di bawah suatu isometri?



Penyelesaian:

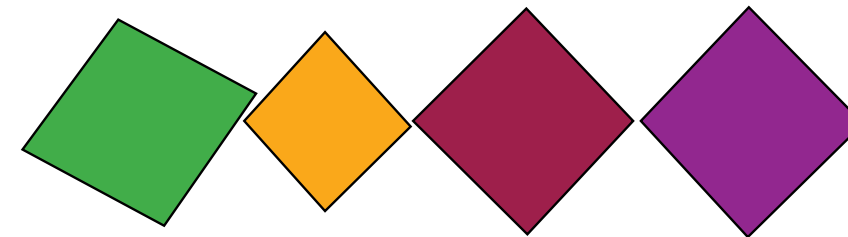
Rajah A ialah imej isometri kerana bentuk dan saiznya sama.
 Rajah B bukan imej isometri kerana saiznya tidak sama.
 Rajah C bukan isometri kerana bentuk dan saiznya tidak sama.

Anda dapat mengenal pasti translasi, pantulan dan putaran ialah isometri.

11.5.2 Hubungan isometri dan kekongruenan

Perhatikan objek yang berwarna ungu. Bolehkah anda nyatakan imej yang kongruen di bawah suatu transformasi pantulan?

Dapatkah anda tentukan paksi pantulan bagi transformasi isometri ini?

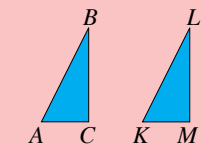


STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan hubungan antara isometri dengan kekongruenan.

IMBAS KEMBALI

Dua rajah adalah kongruen jika bentuk dan saiz adalah sama.

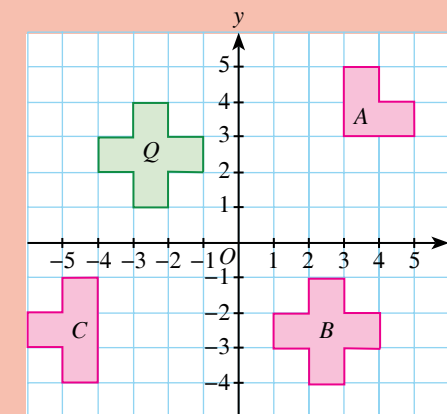


ABC dan KLM adalah kongruen di bawah suatu translasi.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengenal pasti perkaitan antara isometri dengan kekongruenan

Bahan: Kertas surih dan pembaris



Langkah:

1. Perhatikan gambar rajah di atas. Q ialah objek kepada suatu imej.
2. Bersama-sama dengan rakan, kenal pasti imej yang kongruen.
3. Kenal pasti juga isometri yang memungkinkan kekongruenan pada imej tersebut.

Perbincangan:

- (i) Jika imej A dan C bukan kongruen, adakah imej itu boleh dikatakan suatu isometri?
- (ii) Apakah perkaitan antara isometri dengan kekongruenan?

Di bawah suatu isometri, objek dan imej adalah sama bentuk dan sama saiz. Oleh itu, objek dan imej adalah **kongruen**. Isometri ialah transformasi yang imejnya kongruen dengan objek.

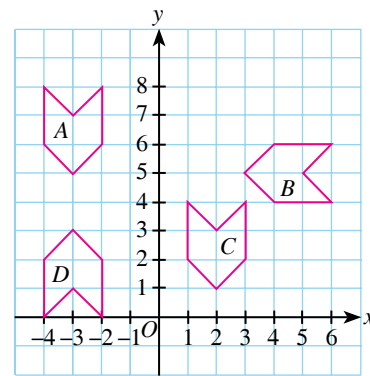
CONTOH 25

Objek *A*, *B*, *C* dan *D* adalah kongruen. Nyatakan isometri yang memetakan

- (a) objek *A* kepada objek *B*.
- (b) objek *A* kepada objek *C*.
- (c) objek *A* kepada objek *D*.

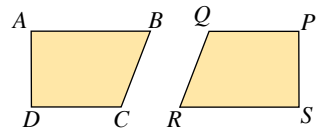
Penyelesaian:

- (a) Putaran
- (b) Translasi
- (c) Pantulan



11.5.3 Penyelesaian masalah

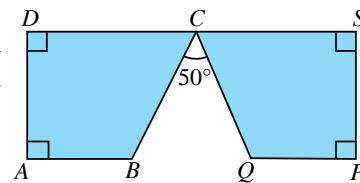
Apabila menamakan poligon yang kongruen, tertib huruf mesti berdasarkan bucu atau sudut yang sepadan.



Sisi empat *ABCD* dan sisi empat *SRQP* adalah kongruen.

CONTOH 26

Dalam rajah di sebelah, *ABCD* ialah imej bagi *PQCS* di bawah suatu isometri. Diberi *DCS* ialah garis lurus, hitung $\angle PQC$.



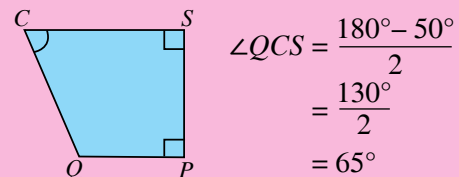
Penyelesaian:

Memahami masalah

ABCD ialah imej bagi *PQCS*.
DCS ialah garis lurus.
 $\angle PQC$ sebahagian daripada sudut segi empat *PQCS*.

Merancang strategi

Tentukan



$$\begin{aligned} \angle QCS &= \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} \\ &= \frac{130^\circ}{2} \\ &= 65^\circ \end{aligned}$$

Membuat kesimpulan

Oleh itu, $\angle PQC$ ialah 115° .

Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \angle PQC &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 65^\circ \\ &= 115^\circ \end{aligned}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan isometri dan kekongruenan.

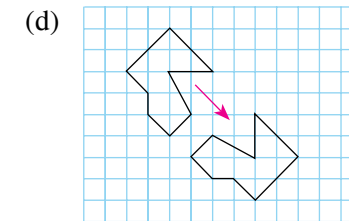
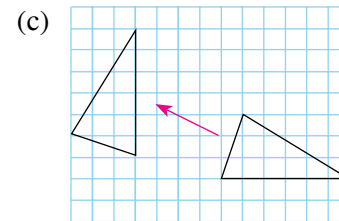
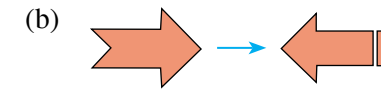
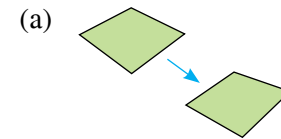
IMBAS KEMBALI

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms232 untuk menonton video animasi kongruen.



JOM CUBA 11.5

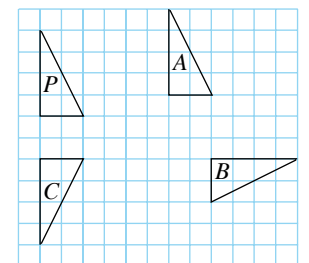
1. Tentukan sama ada setiap transformasi yang berikut ialah isometri atau bukan.



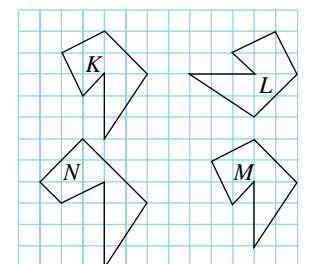
2. Tentukan sama ada transformasi berikut merupakan suatu isometri.

- (a) Suatu pantulan diikuti suatu pantulan.
- (b) Suatu translasi.
- (c) Suatu putaran secara berturut-turut.

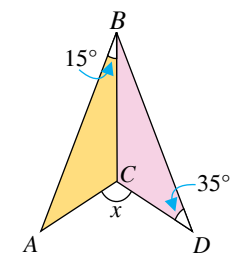
3. Dalam rajah di sebelah, *A*, *B* dan *C* ialah imej bagi objek *P*. Nyatakan jenis transformasinya.



4. Rajah di sebelah menunjukkan beberapa bentuk. Nyatakan bentuk yang kongruen.



5. Dalam rajah di sebelah, $\triangle ABC$ ialah imej bagi $\triangle BCD$, di bawah suatu transformasi isometri. Hitung nilai *x*.



11.6 Simetri Putaran

11.6.1 Simetri putaran

Suatu bentuk mempunyai simetri putaran jika bentuk tersebut tidak berubah selepas putaran walaupun kurang daripada satu putaran.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menerangkan simetri putaran.

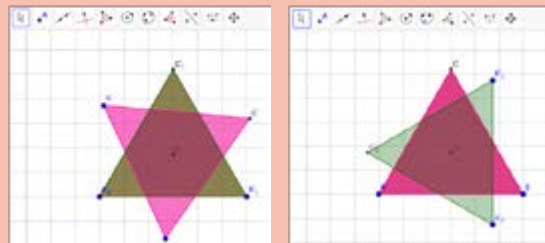
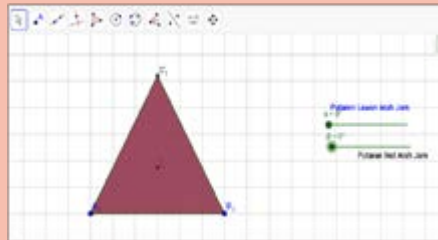
RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengenal pasti simetri putaran

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms234 untuk menonton video animasi simetri putaran.



TAHUKAH ANDA ?

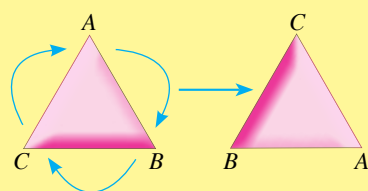


Simbol kitar semula merupakan contoh suatu simetri putaran.

1. Buka fail MS234 yang telah disediakan.
2. Gerakkan butang hijau putaran lawan arah jam dengan sudut 120° , 240° dan 360° . Perhatikan perubahan yang berlaku pada segi tiga berwarna hijau. Gerakkan semula butang tersebut kepada kedudukan asal.
3. Gerakkan butang hijau putaran arah jam dengan sudut 120° , 240° dan 360° . Perhatikan perubahan yang berlaku pada segi tiga berwarna merah muda.

Perbincangan:

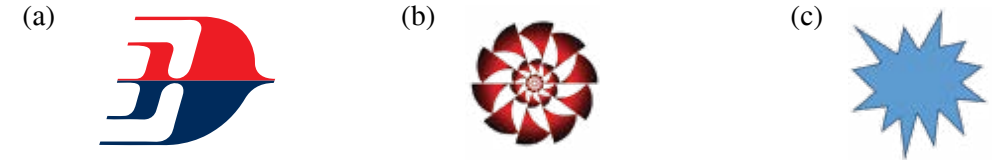
- (i) Dapatkah anda kenal pasti simetri putaran bagi poligon tersebut?
- (ii) Jika D ialah pusat putaran, apakah yang anda fahami tentang simetri putaran?



Simetri merupakan padanan tepat dari segi saiz dan bentuk antara satu bahagian atau sisi suatu arah atau objek. Bagi simetri putaran, bentuk atau imej yang diputar kurang daripada 360° pada satu titik tetap, bentuknya masih kelihatan sama.

CONTOH 27

Kenal pasti objek berikut, yang manakah mempunyai simetri putaran?



Penyelesaian:

- (a) Tidak (b) Ya (c) Tidak

11.6.2 Peringkat simetri putaran bagi objek

Bilangan imej yang boleh dihasilkan dalam suatu pusat putaran yang sama dan menjadi seperti objek asal adalah dinamakan peringkat simetri putaran. Peringkat simetri putaran sama dengan bilangan paksi simetri suatu objek.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan peringkat simetri putaran bagi suatu objek.

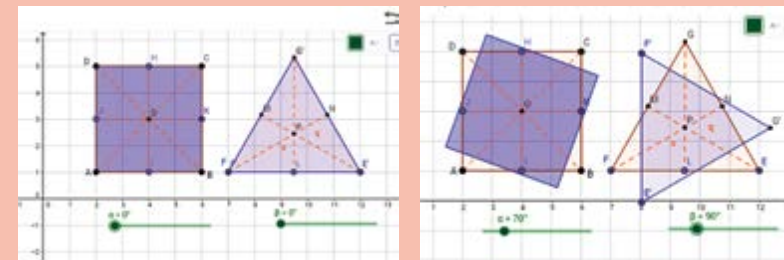
RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Kenal pasti peringkat simetri putaran

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms235 untuk menonton video tentang aktiviti ini.



1. Buka fail MS235 yang telah disediakan.
2. Terdapat dua bentuk geometri.
3. Gerakkan butang sudut untuk mendapatkan bentuk asal.
4. Hitung bilangan pergerakan putaran untuk mendapatkan bentuk asal objek.

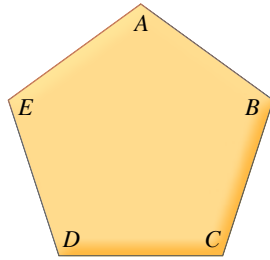
Perbincangan:

- (i) Adakah bilangan peringkat simetri putaran sama dengan bilangan paksi simetri?
- (ii) Dapatkah anda tentukan bilangan peringkat simetri putaran?

Peringkat simetri putaran ialah bilangan kali sesuatu bentuk menepati dirinya sendiri dalam satu putaran lengkap. Bilangan paksi simetri adalah sama dengan peringkat simetri putaran.

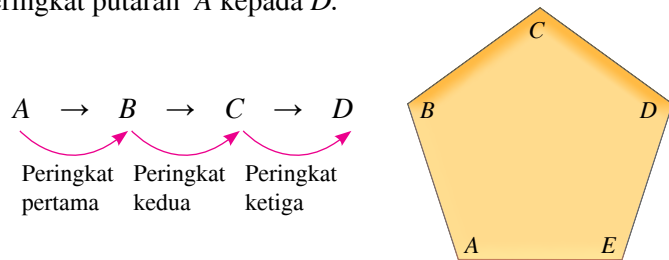
CONTOH 28

Tentukan peringkat simetri putaran apabila kedudukan *A* berada di kedudukan *D* dalam rajah di sebelah.



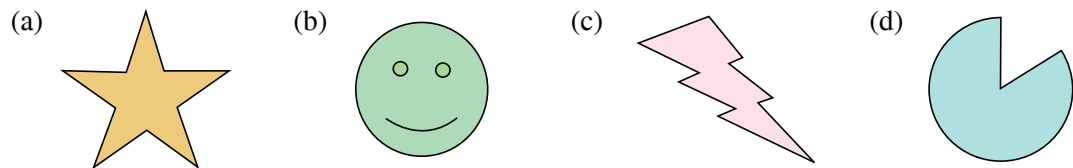
Penyelesaian:

Dengan menggunakan kertas surih, lukis dan tentukan pergerakan peringkat putaran *A* kepada *D*.

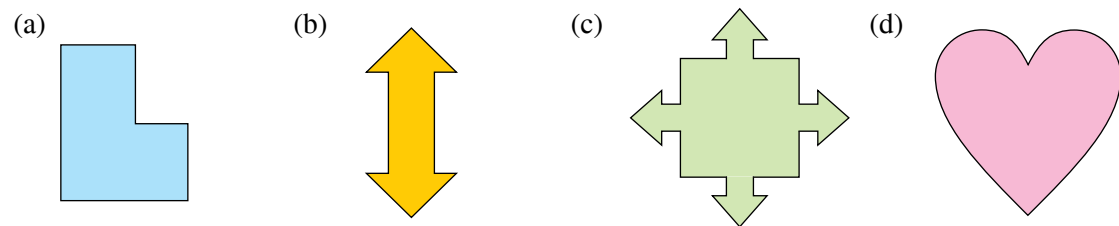


JOM CUBA 11.6

1. Antara objek berikut, yang manakah mempunyai simetri putaran?

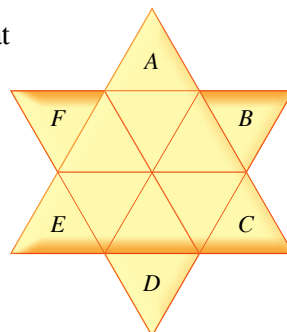


2. Tentukan peringkat simetri putaran bagi objek berikut.

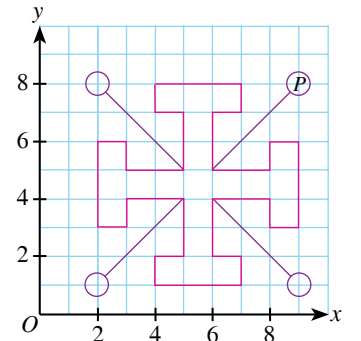


3. Objek simetri berikut diputar pada suatu titik. Nyatakan peringkat simetri putaran jika

- (i) kedudukan *A* berada di kedudukan *C*.
- (ii) kedudukan *B* berada di kedudukan *D*.
- (iii) kedudukan *C* berada di kedudukan *B*.

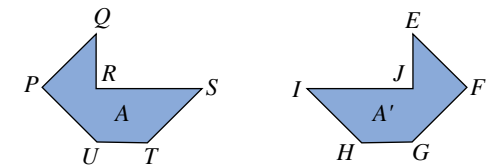


4. Objek tersebut terletak pada satah Cartes. Nyatakan koordinat bagi *P* di bawah simetri putaran peringkat ketiga.

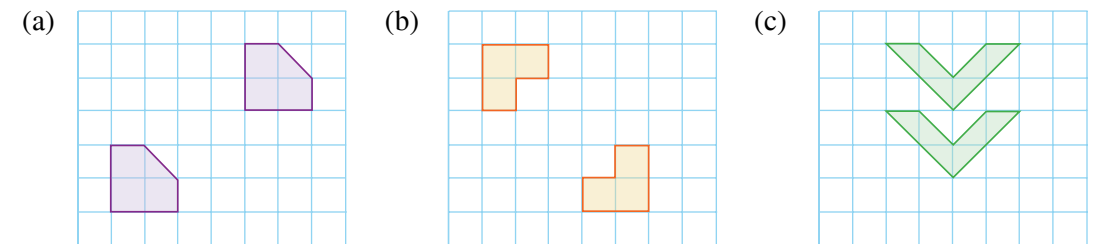


MENJANA KECEMERLANGAN

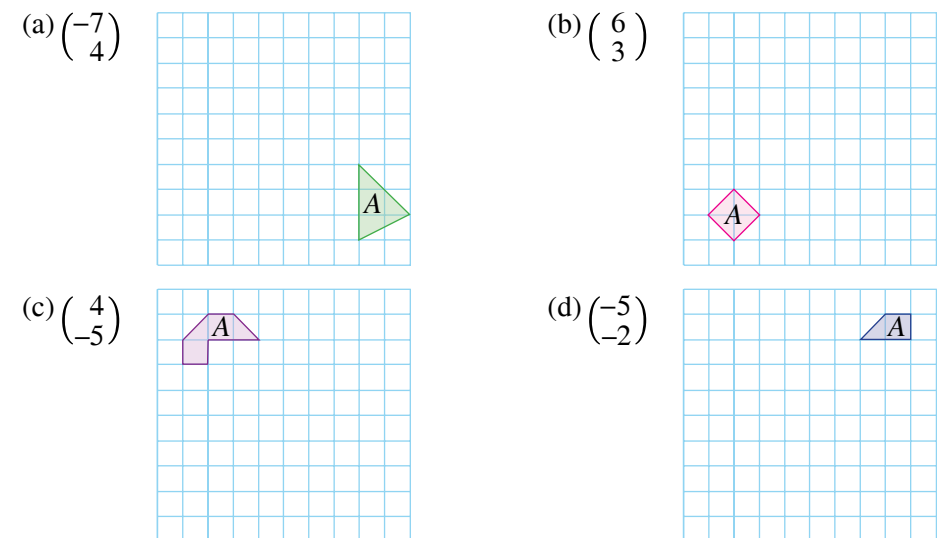
- Rajah di sebelah menunjukkan bentuk poligon *A* dipetakan kepada poligon *A'* di bawah suatu pantulan. Kenal pasti padanan titik
 - (a) imej bagi titik *P*.
 - (b) objek bagi titik *G*.



2. Antara rajah berikut, yang manakah translasi dan nyatakan sebabnya.



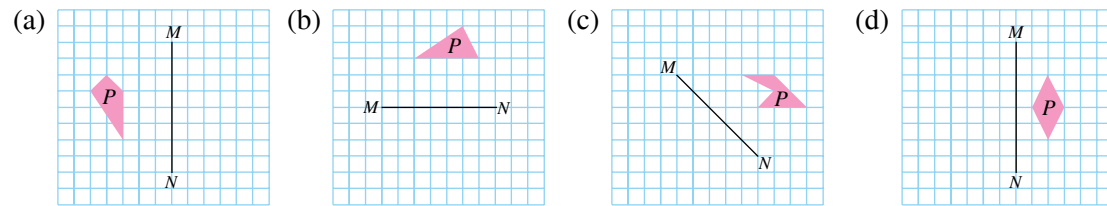
3. Lukis imej bagi objek *A* di bawah translasi yang diberikan.



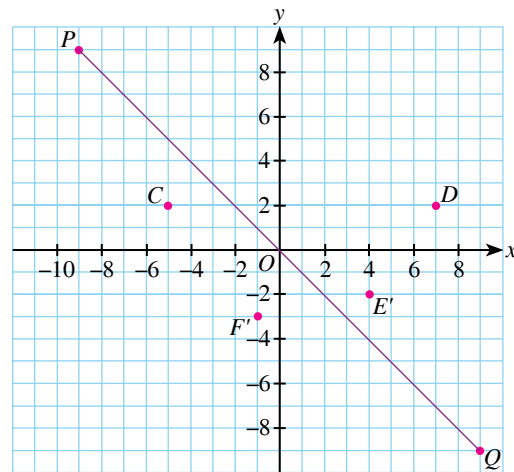
4. Jika titik $K(-2, -2)$ ialah objek, kenal pasti imej di bawah vektor translasi berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ (f) $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

5. Lukis imej P' bagi objek P di bawah pantulan pada garis MN .

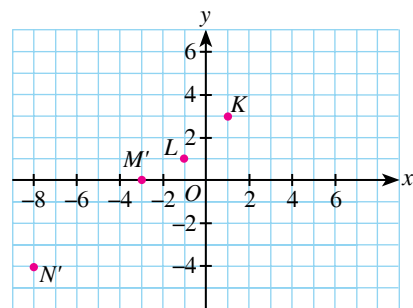


6. Tentukan koordinat imej atau objek bagi titik berikut, di bawah paksi pantulan yang diberikan.



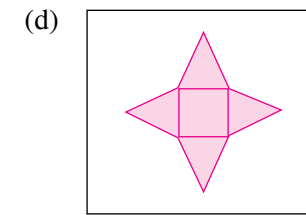
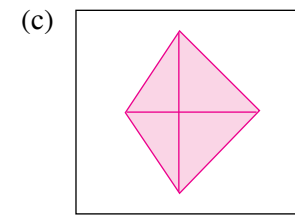
Titik	Paksi pantulan pada	Koordinat
C	Paksi-y	$C' (\quad)$
D	Paksi-x	$D' (\quad)$
E'	Garis PQ	$E (\quad)$
F'	Garis PQ	$F (\quad)$

7. Tentukan koordinat imej atau objek bagi titik berikut di bawah suatu putaran yang diberikan.

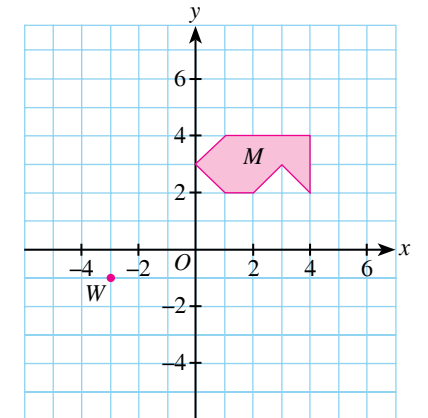


Titik	Putaran			Koordinat
	Pusat	Sudut	Arah	
K	(0, 0)	90°	ikut arah jam	$K' (\quad)$
L	(0, 2)	180°	ikut arah jam	$L' (\quad)$
M'	(0, 0)	90°	lawan arah jam	$M (\quad)$
N'	(-3, -4)	180°	ikut arah jam	$N (\quad)$

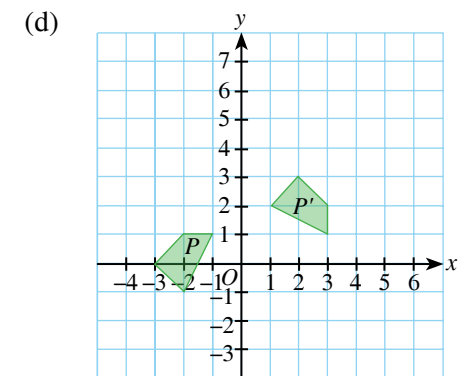
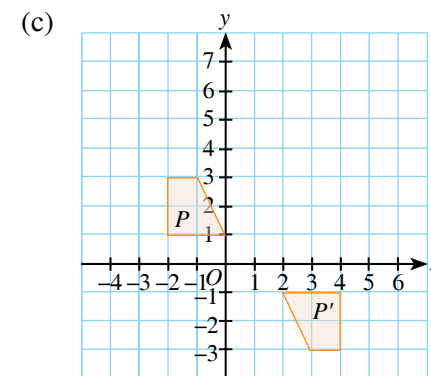
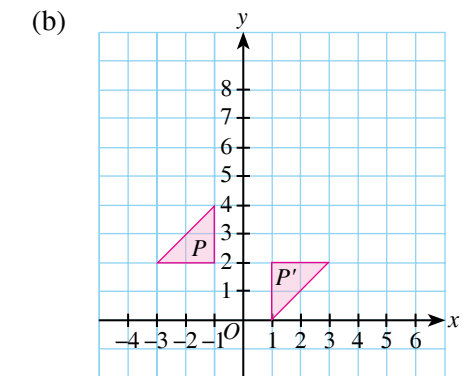
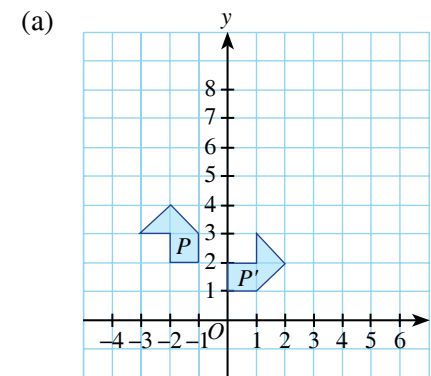
8. Yang manakah mempunyai simetri putaran?



9. (i) Pada rajah di sebelah, lukis imej bagi M di bawah pantulan pada paksi-x.
(ii) Nyatakan koordinat imej bagi titik W di bawah pantulan yang sama.

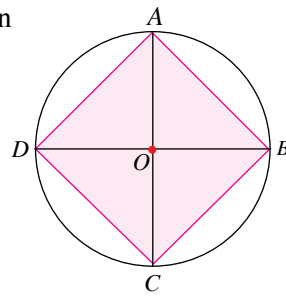


10. Diberi P' ialah imej bagi P di bawah suatu putaran. Huraikan putaran itu selengkapnya.



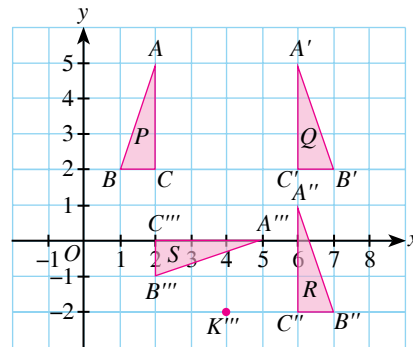
11. Dalam rajah di sebelah, $ABCD$ ialah sebuah segi empat sama. Nyatakan imej bagi segi tiga OAB di bawah putaran yang berikut.

- (i) Putaran 90° ikut arah jam pada titik O .
- (ii) Putaran 180° pada titik O .
- (iii) Putaran 270° lawan arah jam pada titik O .

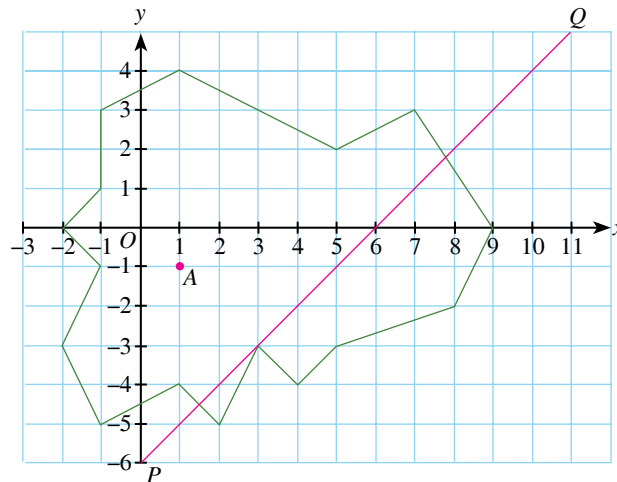


12. Rajah menunjukkan segi tiga ABC yang mengalami tiga kali transformasi, iaitu $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S$.

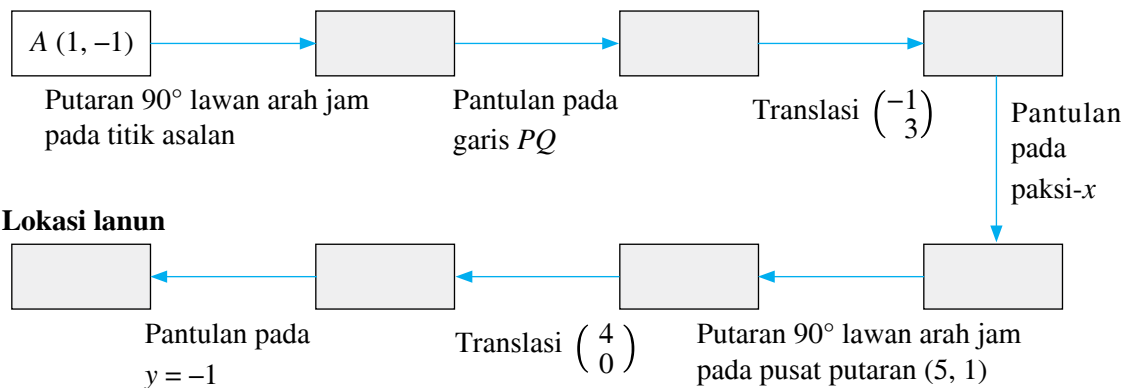
- (a) Huraikan transformasi tersebut.
- (b) Sekiranya titik K''' ialah imej bagi titik K , nyatakan koordinat objek K tersebut di bawah transformasi yang sama.



13. Rajah menunjukkan sebuah peta perairan laut Kejora.



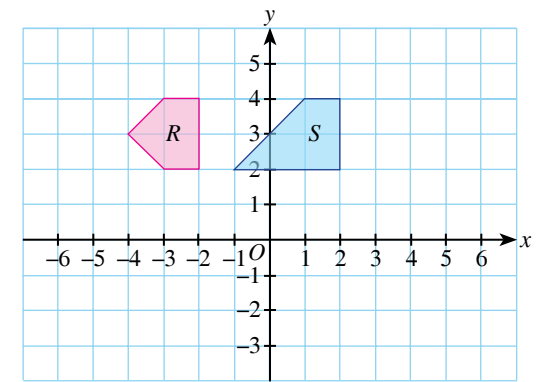
Titik A ialah kedudukan kapal tentera Makdis. Bantu tentera Makdis untuk mengesan lanun mengikut turutan transformasi berikut.



14. Rajah di sebelah menunjukkan objek R dan S .

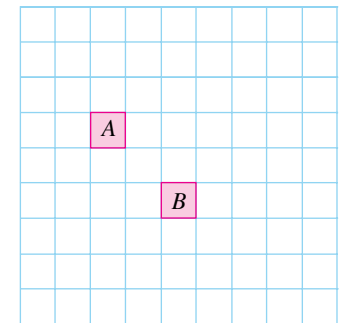
- (a) Lukis imej R di bawah
 - (i) putaran 90° lawan arah jam pada titik asalan diikuti translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$.
 - (ii) pantulan pada garis lurus $x = 1$.
- (b) Lukis imej S di bawah pantulan pada paksi- x diikuti dengan translasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan putaran 180° pada titik $(0, -1)$.

Seterusnya, nyatakan nama rajah poligon tersebut.



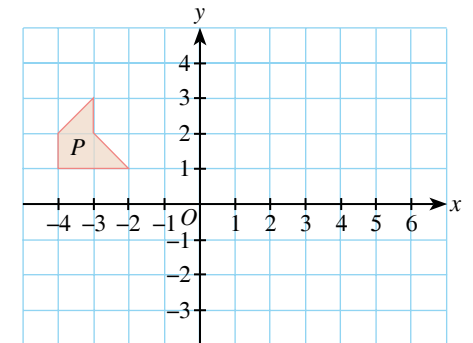
15. Rajah di sebelah menunjukkan segi empat A dan segi empat B yang dilukis pada grid segi empat sama.

Segi empat A ialah imej bagi segi empat B di bawah suatu transformasi. Huraikan selengkapnya lima transformasi yang mungkin.



16. Berdasarkan rajah di sebelah

- (a) putarkan objek P sebanyak 180° pada titik $(1, 1)$. Labelkan imej putaran sebagai Q .
- (b) lakukan translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ terhadap Q dan labelkannya sebagai R .
- (c) huraikan transformasi lain yang memetakan objek P kepada imej R .



17. Merujuk rajah di bawah, Fauzah dan Zainun masing-masing berkedudukan Tenggara dan Barat Daya. Jika mereka bercadang untuk berjumpa di suatu kawasan yang terletak di Timur Laut, nyatakan peringkat simetri putaran yang perlu dilalui oleh mereka berdua.



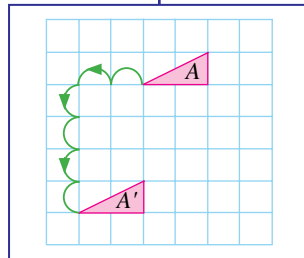
INTI PATI BAB

Transformasi Isometri

Pemindahan titik pada suatu satah

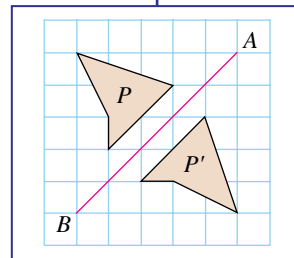
Translasi

Pemindahan semua titik pada satu satah mengikut arah dan magnitud suatu vektor. Sifat translasi ialah
 (i) imej tidak berubah.
 (ii) imej berada pada vektor tertentu dari objek.



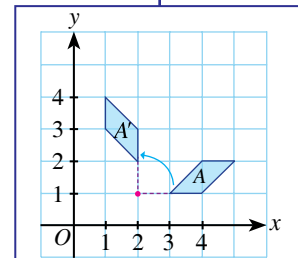
Pantulan

Transformasi yang membalikkan titik-titik pada satu satah terhadap satu garis yang dikenali sebagai paksi pantulan. Sifat pantulan ialah
 (i) objek dan imej berada pada sebelah yang bertentangan dengan paksi pantulan.
 (ii) objek dan imejnya mempunyai jarak serenjang yang sama dari paksi pantulan.
 (iii) bentuk dan saiz imej adalah sama dengan objek, tetapi orientasinya songsang.
 (iv) imej bagi suatu titik yang ada pada paksi pantulan ialah titik itu sendiri.



Putaran

Proses transformasi yang berlaku apabila setiap titik berputar pada suatu titik tetap melalui sudut tertentu dan mengikut arah yang tertentu. Sifat putaran ialah
 (i) berputar pada pusat putaran tertentu.
 (ii) mempunyai sudut putaran.
 (iii) imej mengekalkan rupa bentuk asal tetapi kedudukan berubah.



Isometri

Transformasi yang menunjukkan objek asal dan imejnya bersifat kongruen. Dalam isometri, jarak di antara dua titik pada objek asal sama dengan jarak di antara dua titik yang sama pada imejnya. Pantulan, putaran dan translasi merupakan isometri.

Kekongruenan

Perihal sama bentuk dan sama saiz.

Simetri Putaran

Bentuk atau imej yang diputar kurang daripada 360° pada satu titik tetap, bentuknya masih kelihatan sama.

REFLEKSI DIRI

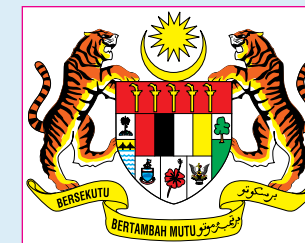
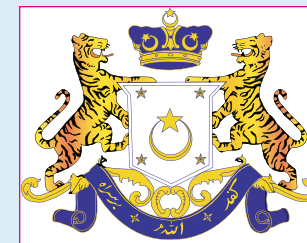
Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Mengenal translasi, pantulan dan putaran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Menentukan imej dan objek suatu translasi, pantulan dan putaran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Menyelesaikan masalah yang melibatkan translasi, putaran dan pantulan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menyiasat hubungan antara kesan translasi, pantulan dan putaran terhadap jarak di antara dua titik pada objek dengan imej, dan seterusnya menerangkan isometri.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Menerangkan hubungan antara isometri dengan kekongruenan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Menyelesaikan masalah yang melibatkan isometri dan kekongruenan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Menerangkan simetri putaran.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Menentukan peringkat simetri putaran bagi suatu objek.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PROJEK MINI

Anda diminta untuk mereka bentuk suatu logo kelas anda yang melambangkan ciri-ciri kerjasama, perpaduan, bertoleransi, menghormati dan keazaman yang kuat. Ciri-ciri ini hendaklah diterjemahkan dalam bentuk transformasi isometri dengan mempelbagaikan corak yang bersifat kesederhanaan. Setelah itu, anda perlu memberikan makna yang mendalam kepada logo tersebut bagi setiap butiran yang anda pilih.



ANDA AKAN MEMPELAJARI



12.1 Sukatan Kecenderungan Memusat

Statistik ialah satu bidang matematik yang menggunakan data. Hal ini demikian kerana, statistik melibatkan pengumpulan, penyusunan, penghuraian dan penganalisan data serta membuat kesimpulan daripada hasil analisis data.

Salah satu contoh penerapan ilmu statistik ialah pasaran saham. Dalam pasaran saham, statistik diaplikasikan dalam pelbagai cara dengan menggunakan perwakilan data. Dengan cara ini, mereka dapat mengkaji pelbagai informasi dan membuat pelbagai inferens daripada set data keuntungan, perkembangan ekonomi, perniagaan, inflasi, kewangan negara dan lain-lain lagi.



John Graunt ialah seorang ahli statistik yang terkenal. Beliau menggunakan pendekatan ilmu statistik dalam membuat beberapa kesimpulan dan ramalan tentang populasi dan kadar kematian dalam kajian awalnya.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms245

RANGKAI KATA

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| • Sukatan kecenderungan memusat | • <i>Measure of central tendency</i> |
| • Mod | • <i>Mode</i> |
| • Median | • <i>Median</i> |
| • Min | • <i>Mean</i> |
| • Nilai ekstrem | • <i>Extreme value</i> |
| • Data | • <i>Data</i> |
| • Jadual | • <i>Table</i> |
| • Perwakilan data | • <i>Data representation</i> |
| • Carta pai | • <i>Pie chart</i> |
| • Carta palang | • <i>Bar chart</i> |
| • Plot titik | • <i>Dot plot</i> |
| • Plot batang dan daun | • <i>Stem and leaf plot</i> |
| • Jadual kekerapan | • <i>Frequency table</i> |

MASLAHAT BAB INI

- ▶ Sukatan kecenderungan memusat ini selalunya digunakan dalam bidang-bidang yang berkaitan dengan data.
- ▶ Bidang kerjaya yang mengaplikasikan ilmu ini ialah ekonomi, statistik, perniagaan, perusahaan, pendidikan dan sebagainya.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal pasti maklumat daripada perwakilan data

Bahan: Buku tulis dan kalkulator

Langkah:

1. Buat bancian bilangan adik-beradik bagi setiap murid di dalam kelas anda.
2. Organisasikan data itu dengan membina jadual kekerapan seperti di bawah.

Bilangan adik-beradik	Gundalan	Kekerapan
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

3. Senaraikan maklumat yang diperolehi daripada jadual kekerapan di atas.
 - (i) Kekerapan bilangan adik-beradik yang paling tinggi.
 - (ii) Kekerapan bilangan adik-beradik yang paling rendah.

IMBAS KEMBALI

Kekerapan ialah bilangan kali sesuatu item muncul dalam suatu data.

IMBAS KEMBALI

Jadual kekerapan ialah satu jadual yang menyenaraikan setiap item data dan kekerapan bagi item tersebut.

IMBAS KEMBALI

Perwakilan Data

- Carta Pai
- Carta Palang
- Graf garis
- Plot titik
- Plot batang dan daun

12.1 Sukatan Kecenderungan Memusat

Sukatan kecenderungan memusat ialah satu sukatan yang dapat menunjukkan kedudukan sesuatu kumpulan data dan memperihalkan maklumat keseluruhan data itu dengan satu nilai sahaja.

Sebagai contoh, pencapaian Mohd Azizulhasni Awang atau dikenali sebagai 'pocket rocketman', pelumba basikal trek profesional Malaysia. Kejayaan terkini yang diraih oleh beliau adalah dalam acara keirin Kejohanan Trek Berbasikal Dunia 2017 di Hong Kong sebagai juara.

Melalui pencapaian cemerlangnya itu, bolehkah kita meramalkan bahawa beliau akan memperbaiki atau mengekalkan rekod pencapaiannya dalam Sukan Olimpik akan datang? Jangkaan ini boleh dibuat berdasarkan data-data pencapaian Mohd Azizulhasni melalui justifikasi yang tertentu. Daripada justifikasi ini, analisis dan tafsiran boleh dilakukan.

Proses ini sesuai menggunakan sukatan kecenderungan memusat. Tiga jenis **sukatan kecenderungan memusat** ini ialah min, median dan mod.



Sumber: <http://www.astroawani.com/berita-sukan/fakta-tentang-jaguh-pelumba-negara-azizulhasni-awang-139401>

12.1.1 Mod, min dan median bagi suatu set data tak terkumpul

▶ Mod

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Menentukan mod

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

1. Buka fail MS247 yang telah disediakan.
2. Teliti lirik lagu Negaraku yang dilampirkan.
3. Lengkapkan jadual.

Perbincangan:

Huruf vokal apakah yang mempunyai kekerapan yang paling tinggi?

Tajuk: Lembaran kerja 12.1
 Tujuan: Menentukan nilai mod.

1. Teliti lirik lagu Negaraku. Gundalkan huruf vokal dan hitung kekerapannya.

Negaraku
 Tanah tumpahnya darahku,
 Rakyat hidup bersatu dan maju,

 Rahmat bahagia Tuhan kurniakan,
 Raja kita selamat bertakhta

Huruf vokal	Gundalan	Kekerapan
a		
e		
i		
o		
u		

Huruf vokal yang mempunyai kekerapan yang tertinggi = _____

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan mod, min dan median bagi suatu set data tak terkumpul.

QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms247 untuk mendapatkan lembaran kerja berikut.



Daripada aktiviti di atas, huruf vokal yang paling kerap berulang dalam lirik lagu Negaraku digelar **mod**.

Mod bagi suatu set data ialah nilai yang **paling tinggi kekerapannya**.

Kadang-kadang terdapat dua mod dalam satu set data apabila kekerapan tertingginya sama. Set data dikatakan tiada mod apabila nilai kekerapan satu set data adalah sama.

CONTOH 1

Nyatakan mod bagi setiap set data berikut.

(a) 4, 5, 2, 3, 4, 4, 5

(b) M, N, L, M, L, P, L, L, P

(c) Kopi, Teh, Kopi, Kopi, Susu, Teh, Susu, Teh

(d) 2, 4, 6, 8, 10

Penyelesaian:

(a) 4, 5, 2, 3, 4, 4, 5 ← 4 mempunyai kekerapan tertinggi, iaitu 3
 Mod = 4

(b) M, N, L, M, L, P, L, L, P ← L mempunyai kekerapan tertinggi, iaitu 4
 Mod = L

(c) Kopi, Teh, Kopi, Kopi, Susu, Teh, Susu, Teh ← Kopi dan teh mempunyai kekerapan tertinggi, iaitu 3
 Mod = Kopi dan Teh

(d) 2, 4, 6, 8, 10 ← Tiada nombor yang berulang
 Tiada mod

Median

RANGSANGAN MINDA

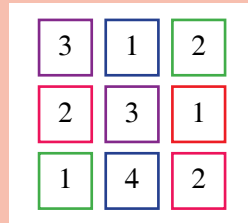
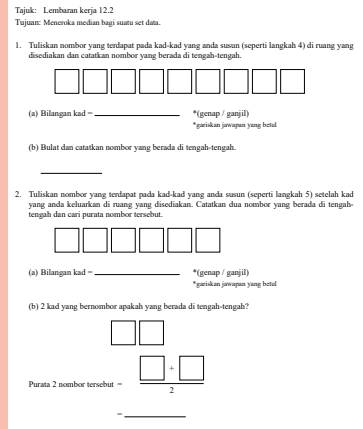


Tujuan: Meneroka median bagi suatu set data

Bahan: Lembaran kerja

Langkah:

- Buka fail MS248 yang telah disediakan.
- Terdapat gambar kad seperti Rajah A. Gunting semua kad itu satu persatu.
- Susun kad nombor itu mengikut tertib menaik.
- Kenal pasti kad yang berada di tengah-tengah. Catat nombor tersebut pada lembaran kerja yang disediakan.
- Kemudian, keluarkan 3 kad secara rawak.
- Susun semula kad yang tinggal mengikut tertib menaik.
- Kenal pasti dua nombor yang berada di tengah-tengah. Hitung purata dua nombor tersebut. Catatkannya pada lembaran kerja.

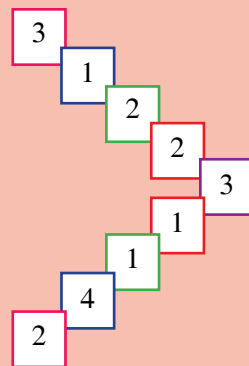


Rajah A

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms248 untuk mendapatkan lembaran kerja berikut.

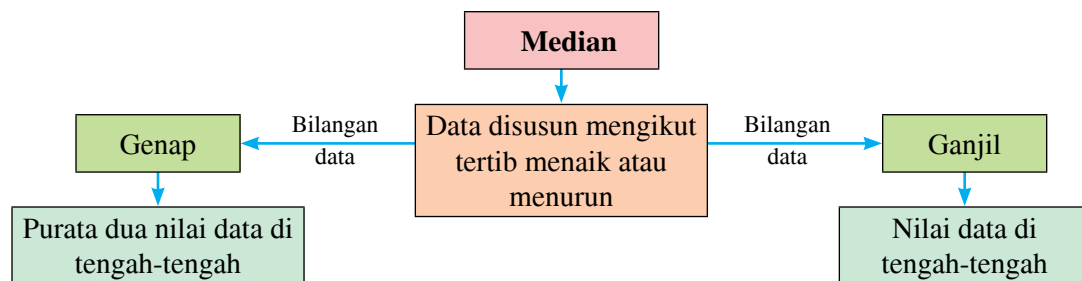


JOM FIKIR

Cuba anda ulangi aktiviti ini dengan menyusun kad itu secara tertib menurun. Adakah anda mendapat keputusan yang sama?

Dalam aktiviti di atas, anda telah menentukan **median** bagi data dengan bilangan ganjil dan genap. Perhatikan langkah ke-3. Bilangan semua kad yang anda susun ialah 9 keping (ganjil) dan dalam langkah ke-6, bilangan kad yang disusun adalah sebanyak 6 keping (genap). Maka,

Median bagi set data dengan bilangan data yang ganjil ialah nilai yang berada di **tengah-tengah**, manakala median bagi set data dengan bilangan data yang genap ialah nilai purata bagi dua nombor di tengah-tengah data yang telah disusun mengikut tertib menaik atau menurun.



CONTOH 2

Data di bawah ialah wang saku bagi lima orang murid ke sekolah setiap hari. Tentukan median.

RM5 RM8 RM3 RM7 RM5

Penyelesaian:

3 5 5 7 8 ← Susun data mengikut tertib menaik

3 5 5 7 8 ← Tandakan data di tengah-tengah

Median = 5

CONTOH 3

Data di bawah menunjukkan jumlah bilangan gol pasukan Seladang dalam 10 permainan. Tentukan median.

1 5 1 1 4 2 5 1 4 4

Penyelesaian:

1 1 1 1 2 4 4 4 5 5 ← Susun data mengikut tertib menaik

1 1 1 1 2 4 4 4 5 5 ← Tandakan data di tengah-tengah

$\frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$ ← Hitungkan purata dua nombor itu

Median = 3

Satu kaedah lain untuk menentukan median adalah dengan cara penghapusan data kiri dan kanan secara berpasangan (menaik atau menurun).

CONTOH 4

Tentukan median bagi setiap set data berikut.

(a) 4, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 2, 1

(b) 28, 27, 21, 23, 24, 21, 25, 24

Penyelesaian:

(a) Susun data mengikut tertib menaik.

~~1~~, ~~2~~, ~~2~~, ~~3~~, ~~4~~, ~~4~~, ~~6~~, ~~7~~, ~~9~~

Nilai di tengah-tengah

Median = 4

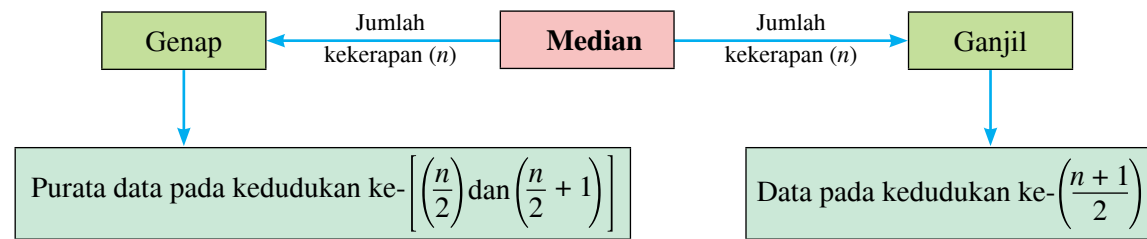
(b) Susun data mengikut tertib menaik.

~~21~~, ~~21~~, ~~23~~, ~~24~~, ~~24~~, ~~25~~, ~~27~~, ~~28~~

Dua nilai di tengah-tengah

Median = $\frac{24 + 24}{2} = 24$

► Menentukan median bagi bilangan data yang genap atau ganjil dalam jadual kekerapan dan perwakilan data



n ialah jumlah kekerapan.

CONTOH 5

- Jadual menunjukkan masa yang diambil oleh 11 kumpulan murid untuk membina model roket dalam satu aktiviti Sains.

Masa (minit)	10	20	30	40
Kekerapan	1	6	3	1

Tentukan median bagi jadual kekerapan ini.

Penyelesaian:

Jumlah kekerapan = 11

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{data ke-} \left(\frac{n+1}{2} \right) \\ &= \text{data ke-} \left(\frac{11+1}{2} \right) \\ &= \text{data ke-} \frac{12}{2} \\ &= \text{data ke-} 6 \end{aligned}$$

Masa (minit)	10	20	30	40
Kekerapan	1	6	3	1
Kedudukan data	1	2 - 7	8 - 10	11

Data pertama ialah 10

Data ke-2 hingga ke-7 ialah 20

Data ke-6 ialah 20, maka median = 20.

- Jadual menunjukkan masa yang diambil untuk menjawab teka silang kata oleh 12 kumpulan murid dalam aktiviti Persatuan Bahasa Melayu.

Masa (minit)	10	20	30	40
Kekerapan	2	4	5	1

Tentukan median bagi jadual kekerapan ini.

Penyelesaian:

Jumlah kekerapan = 12

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{Purata data ke-} \left[\left(\frac{n}{2} \right) \text{ dan } \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \right] \\ &= \text{Purata data ke-} \left[\left(\frac{12}{2} \right) \text{ dan } \left(\frac{12}{2} + 1 \right) \right] \\ &= \text{Purata data ke-} (6 \text{ dan } 7) \\ &= \frac{\text{Data ke-6} + \text{data ke-7}}{2} \end{aligned}$$

Masa (minit)	10	20	30	40
Kekerapan	2	4	5	1
Kedudukan data	1 - 2	3 - 6	7 - 11	12

$$\begin{aligned} \text{Maka, median} &= \frac{\text{Data ke-6} + \text{data ke-7}}{2} \\ &= \frac{20 + 30}{2} \\ &= 25 \end{aligned}$$

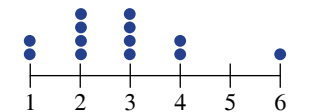
Data ke-3 hingga ke-6 ialah 20

Data ke-7 hingga ke-11 ialah 30

CONTOH 6

Hitung median bagi situasi di sebelah.

- Plot titik menunjukkan jumlah bilangan kehadiran murid ke perpustakaan dalam enam hari.

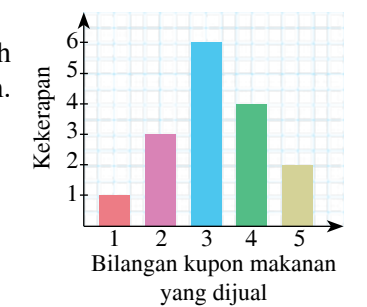


Penyelesaian:

Jumlah kekerapan = 13 ← Jumlah kekerapan, n ganjil

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{data ke-} \left(\frac{13+1}{2} \right) \\ &= \text{data ke-} 7 \\ &= 3 \end{aligned}$$

- Carta palang menunjukkan bilangan kupon makanan yang telah dijual oleh guru kelas Tingkatan 2S sempena Hari Kokurikulum.



Penyelesaian:

Jumlah kekerapan = 16 ← Jumlah kekerapan, n genap

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{Purata data ke-} \left[\left(\frac{16}{2} \right) \text{ dan } \left(\frac{16}{2} + 1 \right) \right] \\ &= \text{Purata data (ke-8 dan 9)} \\ &= \frac{\text{Data ke-8} + \text{data ke-9}}{2} \\ &= \frac{3 + 3}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

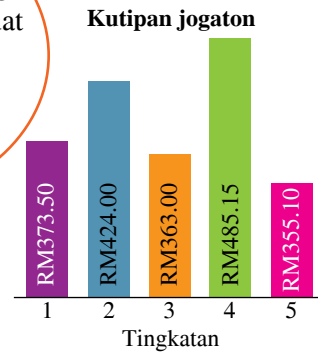
Min



Haikal: Hari ini kita telah berjaya mengumpulkan wang jogaton setiap kelas.



Christina: Saya perlu menghitung purata wang jogaton itu untuk membuat laporan kepada Cikgu Amri. Bagaimanakah nilai purata ini dapat saya tentukan?



Dalam situasi di atas, kita dapat menghitung satu nilai purata wang jogaton yang telah dipungut. Nilai purata boleh juga disebut sebagai **min**.

Min bagi suatu set data ialah nilai yang diperolehi apabila **jumlah nilai data dibahagikan dengan bilangan data**.

$$\text{Min} = \frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Bilangan data}}$$

CONTOH 7

Hitung purata wang jogaton yang telah dipungut oleh Haikal daripada setiap tingkatan.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM}373.50 + \text{RM}424.00 + \text{RM}363.00 + \text{RM}485.15 + \text{RM}355.10}{5} \\ &= \frac{\text{RM}2\,000.75}{5} \\ &= \text{RM}400.15 \end{aligned}$$

IMBAS KEMBALI

Set data di bawah disebut sebagai data tak terkumpul. 2, 3, 1, 1, 2, 2, 4, 4

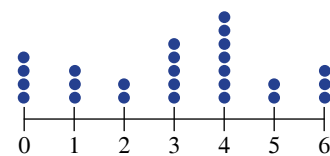
Data ini juga boleh disusun dalam jadual kekerapan seperti berikut.

Nombor	1	2	3	4
Kekerapan	2	3	1	2

CONTOH 8

Plot titik menunjukkan keputusan kaji selidik berkenaan dengan pengambilan bilangan tin air berkarbonat yang diambil oleh 26 orang murid dalam sehari.

Hitung min bilangan tin air berkarbonat yang diambil oleh mereka dalam sehari.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Min bilangan tin air berkarbonat} &= \frac{(4 \times 0) + (3 \times 1) + (2 \times 2) + (5 \times 3) + (7 \times 4) + (2 \times 5) + (3 \times 6)}{4 + 3 + 2 + 5 + 7 + 2 + 3} \\ &= \frac{78}{26} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Maka, bilangan tin air berkarbonat yang diambil oleh mereka dalam sehari ialah 3 tin.

CONTOH 9

Jadual menunjukkan masa penggunaan Internet bagi murid Tingkatan 2 Iman dalam sehari.

Penggunaan Internet (jam)	1	2	3	4	5
Bilangan murid	2	6	11	7	9

Hitung min bagi data yang diberikan dalam jadual kekerapan di atas.

Penyelesaian:

Penggunaan Internet (jam)	Bilangan murid	Penggunaan Internet × Bilangan murid
1	2	1 × 2 = 2
2	6	2 × 6 = 12
3	11	3 × 11 = 33
4	7	4 × 7 = 28
5	9	5 × 9 = 45
Jumlah	35	120

Jumlah kekerapan Hasil tambah (data × kekerapan)

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{Hasil tambah (data} \times \text{kekerapan)}}{\text{Jumlah kekerapan}} \\ &= \frac{120 \text{ jam}}{35} \\ &= 3.43 \text{ jam} \end{aligned}$$

Maka, min ialah 3.43 jam.

Min bagi data dalam jadual kekerapan boleh diperolehi dengan mengira jumlah hasil darab data dengan kekerapan yang sepadan, kemudian dibahagi dengan jumlah kekerapan.

$$\text{Min} = \frac{\text{Hasil tambah (data} \times \text{kekerapan)}}{\text{Jumlah kekerapan}}$$

► Kewujudan nilai ekstrem

Nilai ekstrem ialah nilai yang **terlalu kecil** atau **terlalu besar** dalam suatu set data, iaitu nilainya terlalu jauh daripada nilai data-data yang lain dalam setnya.

CONTOH 10

Masa, dalam minit, yang diambil oleh 7 orang murid untuk menyiapkan model poligon tiga dimensi menggunakan blok permainan yang dibekalkan ialah

5, 6, 7, 7, 8, 9, 20

Antara data tersebut, yang mana satu merupakan nilai ekstrem? Jelaskan.

Penyelesaian:

20 ialah nilai ekstrem kerana nilainya jauh lebih besar daripada data-data yang lain.

CONTOH 11

Kenal pasti nilai ekstrem dalam set data di bawah. Jelaskan jawapan anda.
 -5, 0, 1, 3, 3, 5, 6

Penyelesaian:

-5 ialah nilai ekstrem kerana nilainya jauh lebih kecil daripada data-data yang lain.

► Kesan nilai ekstrem

CONTOH 12

1. Set data di bawah ialah data wang saku yang dibawa oleh lima orang murid ke sekolah.
 RM3, RM4, RM4, RM6, RM8

Hitung mod, median dan min bagi data tersebut.

2. Anda dikehendaki menggantikan RM8 dengan RM32, kemudian hitung nilai mod, median dan min yang baharu.

Penyelesaian:

RM3, RM4, RM4, RM6, RM8

RM3, RM4, RM4, RM6, **RM32** ← Nilai ekstrem

1. Mod = RM4

Median = RM4

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM3} + \text{RM4} + \text{RM4} + \text{RM6} + \text{RM8}}{5} \\ &= \frac{\text{RM25}}{5} \\ &= \text{RM5} \end{aligned}$$

2. Mod = RM4

Median = RM4

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM3} + \text{RM4} + \text{RM4} + \text{RM6} + \text{RM32}}{5} \\ &= \frac{\text{RM49}}{5} \\ &= \text{RM9.80} \end{aligned}$$

Hasil daripada pengiraan menunjukkan bahawa, apabila suatu nilai ekstrem wujud dalam set data, maka data tersebut akan mempengaruhi nilai min. Seperti contoh di atas, nilai min didapati berubah dengan peningkatan sebanyak RM4.80 manakala nilai median dan mod tidak berubah dengan adanya nilai ekstrem.

12.1.2 Kesan perubahan suatu set data terhadap nilai mod, min dan median

► Data ditukar secara seragam

Jalankan aktiviti yang diberikan untuk mengenal pasti kesan terhadap mod, median, dan min apabila setiap data ditukar secara seragam atau tidak seragam.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat kesimpulan tentang kesan perubahan suatu set data terhadap nilai mod, min dan median.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Menyiasat kesan perubahan terhadap min, median dan mod jika setiap data ditukar secara seragam

Bahan: Lembaran kerja

Langkah: Lima orang murid A, B, C, D dan E, diberikan soalan Kuiz Matematik dengan skor minimum 20. Jadual di sebelah menunjukkan keputusan mereka.

Murid	Amin	Ben	Chia	Don	Eva
Skor	3	4	4	6	8

1. Salin dan lengkapkan jadual yang berikut untuk menentukan min, median dan mod bagi skor lima orang murid itu.

Skor	Murid					Min	Median	Mod
	Amin	Ben	Chia	Don	Eva			
Baris 1 → n	3	4	4	6	8			
Baris 2 → $n + 1$								
Baris 3 → $n \times 2$								

Jadual 1

2. Salin dan lengkapkan jadual di bawah.

Skor	Murid					Min	Median	Mod
	Amin	Ben	Chia	Don	Eva			
Skor asal	3	4	4	6	8			
Penambahan skor	+1	+2	+3	+4	+5			
Skor baru	4							

Jadual 2

Perbincangan:

- (i) Bandingkan jawapan yang diperolehi antara baris 1, baris 2, dan baris 3 dalam Jadual 1. Apakah kesimpulan yang boleh anda buat mengenai min, median dan mod apabila data itu diubah secara seragam?
- (ii) Bandingkan pula nilai min, median dan mod bagi skor asal dan skor baharu dalam Jadual 2. Apakah kesimpulan yang boleh anda buat mengenai min, median dan mod apabila setiap data itu diubah secara tidak seragam?

Daripada aktiviti tersebut, apabila data diubah secara seragam seperti dalam Jadual 1 iaitu setiap data asal ditambah dengan 1 (baris 2) atau didarab dengan 2 (baris 3), kita mendapati nilai min, median dan mod juga akan ditambah 1 atau didarab dengan 2.

Hal ini bermakna **perubahan data secara seragam** akan menyebabkan **perubahan min, median, dan mod secara seragam** juga.

Namun, apabila **data itu diubah secara tidak seragam**, maka nilai **min, median dan mod** juga akan **berubah secara tidak seragam**.

CONTOH 13

Kanang membeli 5 jenis alat tulis di koperasi sekolah yang masing-masingnya berharga RM1, RM2, RM3, RM3 dan RM6.

- (a) Hitung min, median dan mod bagi set data tersebut.
- (b) Hitung min, median dan mod yang baharu jika setiap harga alat tulis itu
 - (i) ditambah RM2
 - (ii) didarab 3

Penyelesaian:

(a) RM1, RM2, RM3, RM3, RM6

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM1} + \text{RM2} + \text{RM3} + \text{RM3} + \text{RM6}}{5} \\ &= \frac{\text{RM15}}{5} \\ &= \text{RM3} \end{aligned} \quad \text{Median} = \text{RM3} \quad \text{Mod} = \text{RM3}$$

(b) (i) Data baharu apabila nilai asal ditambah RM2 ialah RM3, RM4, RM5, RM5 dan RM8.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM3} + \text{RM4} + \text{RM5} + \text{RM5} + \text{RM8}}{5} \\ &= \frac{\text{RM25}}{5} \\ &= \text{RM5} \end{aligned} \quad \text{Median} = \text{RM5} \quad \text{Mod} = \text{RM5}$$

← Nilai min asal juga ditambah RM2
← Nilai median asal juga ditambah RM2
← Nilai mod asal juga ditambah RM2

(ii) Data baharu apabila nilai asal didarab 3 ialah RM3, RM6, RM9, RM9 dan RM18.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{RM3} + \text{RM6} + \text{RM9} + \text{RM9} + \text{RM18}}{5} \\ &= \frac{\text{RM45}}{5} \\ &= \text{RM9} \end{aligned} \quad \text{Median} = \text{RM9} \quad \text{Mod} = \text{RM9}$$

← Nilai min asal juga didarab 3
← Nilai median asal juga didarab 3
← Nilai mod asal juga didarab 3

Berdasarkan contoh tersebut, apabila data diubah secara seragam, nilai min, median dan mod yang baharu juga berubah secara seragam.

CONTOH 14

Skor Raju dalam kuiz bahasa Jepun ialah 3, 6 dan 6.

- (a) Hitung min, median dan mod bagi set data itu.
- (b) Tambahkan data pertama dengan 1, tambahkan data kedua dengan 2 dan tambahkan data ketiga dengan 3. Seterusnya, hitung nilai min, median dan mod yang baharu.

Penyelesaian:

(a) $\text{Min} = \frac{3 + 6 + 6}{3}$, Median = 6, Mod = 6

$$\begin{aligned} &= \frac{15}{3} \\ &= 5 \end{aligned}$$

(b) Data baharu ialah (3 + 1), (6 + 2), (6 + 3) iaitu 4, 8 dan 9.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{4 + 8 + 9}{3}, \text{ Median} = 8, \text{ Tiada mod} \\ &= \frac{21}{3} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Berdasarkan contoh tersebut, apabila data diubah secara tidak seragam, nilai min, median dan mod yang baharu juga berubah secara tidak seragam.

12.1.3 Mengorganisasikan data bagi jadual kekerapan data terkumpul

► **Jadual kekerapan bagi data terkumpul**

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengumpul data, membina dan mentafsir jadual kekerapan bagi data terkumpul.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Mengorganisasikan data mengikut kumpulan atau kelas

Bahan: Lembaran kerja, penimbang

Langkah:

1. Setiap murid di dalam kelas dikehendaki menimbang berat masing-masing dan catatkan berat itu pada papan putih.
2. Organisasikan data berat, dalam kg, yang didapati itu dalam jadual di sebelah mengikut selang kelas berikut.
30 - 39, 40 - 49, 50 - 59, 60 - 69, 70 - 79
4. Gundal dan lengkapkan jadual kekerapan di sebelah.

Berat (kg)	Gundal	Kekerapan
30 - 39		
40 - 49		
50 - 59		
60 - 69		
70 - 79		

Perbincangan:

Apakah perbezaan antara jadual kekerapan data terkumpul dengan jadual kekerapan data tak terkumpul yang telah anda pelajari sebelum ini?

Daripada aktiviti rangsangan minda di atas, kita mendapati bahawa bagi jadual kekerapan data terkumpul, data diklasifikasikan dalam kelas tertentu dengan selang yang seragam.

Kelas ini dapat mengkategorikan data itu kepada beberapa kumpulan yang sesuai seperti gred keputusan, lulus atau gagal, tahap pencapaian dan sebagainya. Maklumat-maklumat ini akan membantu kita membuat rumusan.

Situasi ini sangat penting apabila kita ingin mengorganisasikan set data yang besar.

CONTOH 15

Set data menunjukkan markah ujian Matematik bagi 30 orang murid Tingkatan 2 Zuhal dalam Peperiksaan Pertengahan Tahun. Organisasikan data tersebut dalam jadual kekerapan mengikut kelas yang diberi.

Markah	Gundalan	Kekerapan
0 - 19		
20 - 39		
40 - 59		
60 - 79		
80 - 99		

Markah Matematik Tingkatan 2 Zuhal				
85	58	75	41	53
12	61	63	45	72
37	55	29	42	95
31	22	18	25	19
47	38	50	78	58
90	57	63	49	88

Penyelesaian:

Markah	Gundalan	Kekerapan
0 - 19	///	3
20 - 39	//// /	6
40 - 59	//// // /	11
60 - 79	//// /	6
80 - 99	////	4

↑
Data dalam kelas 80 - 99 ialah 85, 88, 90 dan 95

INGAT

Gundalan
//// = 5

TIP

Cara gundalan bagi kelas:
Contohnya, markah 85 terletak dalam kelas 80 - 99. Maka, gundalkan pada ruang 80 - 99.

Dalam contoh di atas, markah itu telah diklasifikasikan kepada lima bahagian yang mempunyai selang kelas yang sama.

CONTOH 16

Silvia menemu ramah 20 orang kawan-kawannya tentang masa mereka bangun daripada tidur pada waktu pagi semasa cuti sekolah yang lepas. Dapatan daripada temu ramah itu adalah seperti di sebelah.

Organisasikan data masa (a.m.) itu dalam jadual kekerapan mengikut kelas berikut.

Masa (a.m.)	Gundalan	Kekerapan
5:00 - 5:29		
5:30 - 5:59		
6:00 - 6:29		
6:30 - 6:59		
7:00 - 7:29		

Masa bangun pagi (a.m.)

6:00	6:35
5:01	6:42
6:22	5:40
5:30	7:23
6:03	6:15
6:40	5:41
5:20	6:45
6:50	5:35
6:40	6:05
6:50	6:35

Daripada jadual kekerapan tersebut:

- (a) Nyatakan bilangan murid yang bangun pada pukul 6:00 a.m. - 6:29 a.m.
- (b) Perihalkan tentang jumlah kekerapan tertinggi dan terendah, masa murid bangun daripada tidur.

Penyelesaian:

- (a) 5 orang murid
- (b) Daripada jadual kekerapan itu didapati, murid paling ramai bangun pada pukul 6:30 a.m. - 6:59 a.m. iaitu 8 orang. Hanya seorang sahaja murid yang bangun pada pukul 7:00 a.m. - 7:29 a.m..

Masa (a.m.)	Gundalan	Kekerapan
5:00 - 5:29	//	2
5:30 - 5:59	////	4
6:00 - 6:29	////	5
6:30 - 6:59	//// ///	8
7:00 - 7:29	/	1

12.1.4 Kelas mod dan min bagi suatu set data terkumpul

CONTOH 17

Hasil kajian tentang wang saku mingguan, dalam RM, yang dibawa oleh 30 orang murid SMK Tasek Damai ditunjukkan dalam jadual di bawah.

15	21	18	22	35	40	55	40	45	50
25	32	45	15	10	20	35	45	15	25
25	15	60	30	45	50	30	10	12	30

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan kelas mod dan min bagi suatu set data terkumpul.

- 1. Lengkapkan jadual taburan kekerapan di bawah.

Wang saku (RM)	Gundalan	Kekerapan
1 - 10	//	2
11 - 20		
21 - 30		
31 - 40		
41 - 50		
51 - 60		

- 2. Daripada jadual taburan kekerapan itu, nyatakan kelas yang mempunyai kekerapan tertinggi.

Penyelesaian:

- 1.

Wang saku (RM)	Gundalan	Kekerapan
1 - 10	//	2
11 - 20	//// //	7
21 - 30	//// ///	8
31 - 40	////	5
41 - 50	//// /	6
51 - 60	//	2

Kelas mod → 21 - 30 ← Kekerapan tertinggi

- 2. Kelas yang mempunyai kekerapan tertinggi ialah kelas 21 - 30.

Setelah data itu diorganisasikan, kita akan mengetahui kelas mod daripada nilai kekerapan yang paling tinggi. Dalam contoh di atas, kekerapan tertinggi ialah 8 dan kelasnya ialah 21 - 30. Maka, kelas 21 - 30 dikenali sebagai **kelas mod**.

CONTOH 18

Jadual kekerapan di bawah menunjukkan markah bagi ujian kecerdasan bagi 30 orang murid. Kenal pasti kelas mod.

Markah	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59	60 - 64	65 - 69
Kekerapan	7	4	1	4	9	5

Penyelesaian:

Markah	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59	60 - 64	65 - 69
Kekerapan	7	4	1	4	9	5

Kelas mod → 60 - 64 ← Kekerapan tertinggi

Kekerapan tertinggi = 9

Kelas mod = 60 - 64

► **Min bagi suatu set data terkumpul**

Untuk mendapatkan min bagi suatu set data terkumpul, titik tengah bagi setiap selang kelas perlu ditentukan terlebih dahulu.

CONTOH 19

Jadual kekerapan di bawah merekodkan bilangan surat khabar yang dijual oleh kedai yang berlainan dalam satu minggu. Hitung titik tengah bagi setiap kelas.

Bilangan surat khabar	Bilangan kedai (kekerapan)
70 - 74	4
75 - 79	10
80 - 84	8
85 - 89	2

TAHUKAH ANDA ?

Bilangan surat khabar	Bilangan kedai (kekerapan)
70 - 74	4

Had bawah Had atas

Penyelesaian:

Bilangan surat khabar	Titik tengah	Bilangan kedai (kekerapan)
70 - 74	$\frac{70 + 74}{2} = 72$	4
75 - 79	$\frac{75 + 79}{2} = 77$	10
80 - 84	$\frac{80 + 84}{2} = 82$	8
85 - 89	$\frac{85 + 89}{2} = 87$	2

TIP

Titik tengah = $\frac{\text{Had bawah} + \text{had atas}}{2}$

Daripada titik tengah yang diperoleh, hitung min dengan rumus berikut.

$$\text{Min} = \frac{\text{Hasil tambah (kekerapan} \times \text{ titik tengah)}}{\text{Jumlah kekerapan}}$$

CONTOH 20

Jadual di bawah merekodkan tinggi 30 batang anak pokok yang dicerap oleh Umeswary dalam satu eksperimen sains. Hitung min bagi tinggi anak pokok itu.

Tinggi pokok (cm)	Kekerapan
5 - 9	4
10 - 14	5
15 - 19	4
20 - 24	8
25 - 29	7
30 - 34	2

Penyelesaian:

1. Hitung titik tengah bagi setiap kelas.

Tinggi pokok (cm)	Titik tengah	Kekerapan
5 - 9	$\frac{5 + 9}{2} = 7$	4
10 - 14	$\frac{10 + 14}{2} = 12$	5
15 - 19	$\frac{15 + 19}{2} = 17$	4
20 - 24	$\frac{20 + 24}{2} = 22$	8
25 - 29	$\frac{25 + 29}{2} = 27$	7
30 - 34	$\frac{30 + 34}{2} = 32$	2

2. Darabkan setiap titik tengah itu dengan kekerapan.

Tinggi pokok (cm)	Titik tengah, x	Kekerapan, f	Kekerapan \times titik tengah, fx
5 - 9	$\frac{5 + 9}{2} = 7$	4	$4 \times 7 = 28$
10 - 14	$\frac{10 + 14}{2} = 12$	5	$5 \times 12 = 60$
15 - 19	$\frac{15 + 19}{2} = 17$	4	$4 \times 17 = 68$
20 - 24	$\frac{20 + 24}{2} = 22$	8	$8 \times 22 = 176$
25 - 29	$\frac{25 + 29}{2} = 27$	7	$7 \times 27 = 189$
30 - 34	$\frac{30 + 34}{2} = 32$	2	$2 \times 32 = 64$
		$\Sigma f = 30$	$\Sigma fx = 585$

TIP

Min bagi data terkumpul boleh juga ditulis dalam bentuk simbol.

Σ dibaca sebagai "sigma". Σ ialah tatatanda bagi hasil tambah.

fx mewakili kekerapan darab titik tengah.

$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

Tatatanda bagi min, disebut " \bar{x} bar".

f mewakili kekerapan.

3. Hitung min ketinggian bagi anak pokok.

$$\begin{aligned} \text{Min} &= \frac{\text{hasil tambah (kekerapan} \times \text{ titik tengah)}}{\text{jumlah kekerapan}} \\ &= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \\ &= \frac{585}{30} \\ &= 19.5 \end{aligned}$$

12.1.5 Pemilihan sukatan kecenderungan memusat yang paling sesuai

Kita boleh memilih dan memberikan justifikasi kepada mana-mana sukatan kecenderungan memusat untuk memerihalkan taburan sesuatu set data yang diberikan mengikut kesesuaian data tersebut.

Jenis data adalah sangat penting apabila kita ingin membuat pemilihan sukatan kecenderungan memusat yang sesuai. Justifikasi pemilihan juga harus jelas agar tepat dan dapat mewakili keseluruhan data.

STANDARD PEMBELAJARAN

Memilih dan menjustifikasikan sukatan kecenderungan memusat yang sesuai untuk memerihalkan taburan suatu set data, termasuk set data yang mempunyai nilai ekstrem.

Min dipilih sebagai sukatan kecenderungan memusat kerana melibatkan keseluruhan data. Apabila terdapat nilai ekstrem, min tidak dapat memberikan tafsiran tepat tentang data kerana nilai ekstrem itu mempengaruhi min.

Median ialah sukatan kecenderungan memusat yang lebih sesuai digunakan apabila terdapat nilai ekstrem. Nilai ekstrem tidak mempengaruhi median.

Mod paling sesuai digunakan apabila data yang digunakan ialah data kategori. Contohnya, item kegemaran atau item popular.

CONTOH 21

Tentukan jenis sukatan kecenderungan memusat yang sesuai bagi situasi berikut.

- Plot batang dan daun menunjukkan berat guli dalam 10 balang plastik.

Penyelesaian:

Min kerana tiada nilai ekstrem dalam set data.

- Piktograf menunjukkan perisa aiskrim yang digemari murid Tadika Idaman.




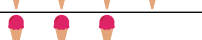
Penyelesaian:


Mod kerana data ini ialah data kategori dan ingin menentukan item kegemaran.

Batang	Berat guli		
	Daun		
5	0	6	8
6	1	1	4
7	2	6	9

Kekunci: 5 | 0 bermaksud 50 g

Perisa aiskrim kegemaran

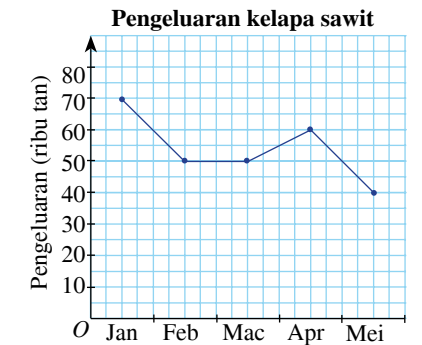
Perisa	Kekerapan
Coklat	
Pandan	
Keladi	
Strawberi	

 mewakili 5 murid

- Graf garis menunjukkan pengeluaran kelapa sawit bagi sesebuah kilang dalam tempoh 5 bulan.

Penyelesaian:

Min kerana tiada nilai ekstrem dalam set data.



- Jadual menunjukkan masa bagi murid Tingkatan 2 Melor melayari Internet.

Bilangan jam penggunaan Internet	1	2	3	4	5	6	7
Bilangan murid	2	5	5	7	6	4	3

Bilangan jam penggunaan Internet bagi murid Tingkatan 2 Melor

Penyelesaian:

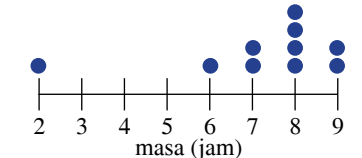
Min kerana tiada nilai ekstrem dalam set data.

- Plot titik menunjukkan masa bagi 10 orang pemandu yang membuat perjalanan dari Ipoh ke Melaka dengan menaiki kereta.

Penyelesaian:

Median kerana terdapat nilai ekstrem dalam set data.

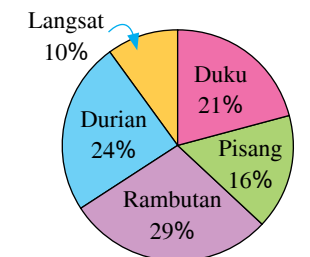
Masa pemanduan dari Ipoh ke Melaka



- Carta pai menunjukkan buah-buahan yang menjadi kegemaran murid di Tingkatan 2 Gemilang.

Penyelesaian:

Mod kerana data ini ialah data kategori dan ingin menentukan item kegemaran.

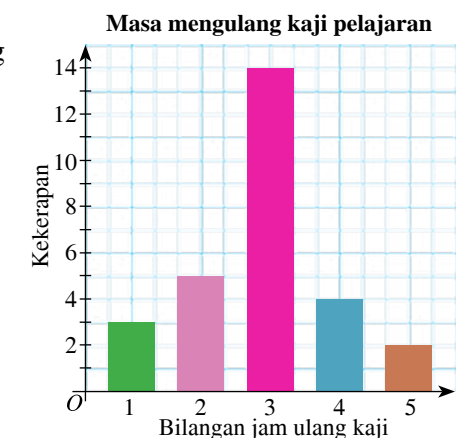


Buah-buahan kegemaran murid Tingkatan 2 Gemilang

- Carta palang menunjukkan masa bagi beberapa orang murid mengulang kaji pelajaran dalam sehari.

Penyelesaian:

Median kerana terdapat nilai ekstrem dalam set data.



12.1.6 Mod, min dan median daripada perwakilan data

Penggunaan sukatan kecenderungan memusat dalam statistik atau kegiatan harian.

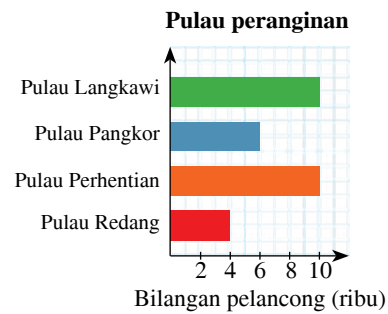
CONTOH 22

Tentukan mod bagi setiap perwakilan data berikut.

- (a) Carta palang menunjukkan bilangan pelancong ke pulau peranginan.

Penyelesaian:

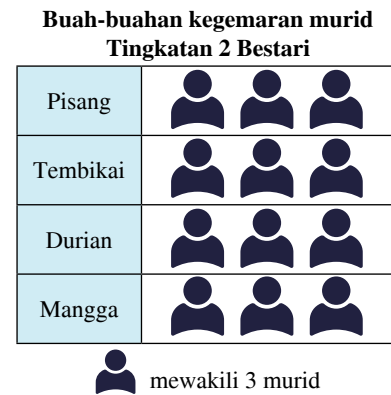
Mod ialah Pulau Perhentian dan Pulau Langkawi.



- (b) Piktograf menunjukkan jenis buah-buahan yang digemari oleh murid Tingkatan 2 Bestari.

Penyelesaian:

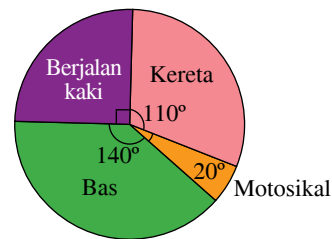
Tiada mod.



- (c) Carta pai menunjukkan pengangkutan yang digunakan oleh murid ke sekolah.

Penyelesaian:

Mod ialah bas.



- (d) Jadual menunjukkan peratus keuntungan jualan barangan atas talian dalam satu kajian tahunan.

Penyelesaian:

Mod ialah aksesori wanita.

Item	Keuntungan (%)
Buku	87
Perisian komputer	54
Tiket wayang	72
Aksesori wanita	130
Pakej pelancongan	78

Keuntungan jualan

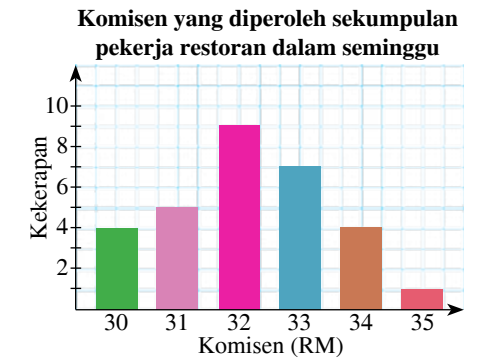
STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan mod, min dan median daripada perwakilan data.

CONTOH 23

Carta palang menunjukkan komisen yang diperoleh sekumpulan pekerja di sebuah restoran dalam seminggu.

- (a) Hitung min, median dan mod komisen yang diterima oleh pekerja itu dalam seminggu.
 (b) Hitung pecahan pekerja yang menerima komisen yang kurang atau sama dengan RM32.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) Min} &= \frac{4(30) + 5(31) + 9(32) + 7(33) + 4(34) + 1(35)}{4 + 5 + 9 + 7 + 4 + 1} \\ &= \frac{965}{30} \\ &= \text{RM}32.17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{Purata data ke-} \left[\left(\frac{30}{2} \right) \text{ dan } \left(\frac{30}{2} + 1 \right) \right] \\ &= \text{Purata data ke-} (15 \text{ dan } 16) \\ &= \frac{\text{Data ke-15} + \text{data ke-16}}{2} \\ &= \frac{32 + 32}{2} \\ &= \text{RM}32 \end{aligned}$$

$$\text{Mod} = \text{RM}32$$

$$\begin{aligned} \text{(b) Pecahan bilangan pekerja yang menerima komisen kurang atau sama dengan RM 32} \\ &= \frac{4 + 5 + 9}{30} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

CONTOH 24

Jadual menunjukkan bilangan kesalahan ejaan murid di Tingkatan 2 Amanah yang dilakukan ketika menulis karangan Bahasa Melayu.

Bilangan kesalahan ejaan	0	1	2	3	4	5
Bilangan murid	4	8	x	6	5	4

- (a) Jika min bilangan kesalahan ejaan murid itu ialah 2.4, hitung nilai bagi x.
 (b) Jika median bagi taburan kekerapan itu ialah 3, hitung nilai yang maksimum bagi x.
 (c) Jika mod bagi kesilapan ejaan yang dilakukan oleh murid ialah 2, tentukan nilai minimum yang mungkin bagi x.

Penyelesaian:

$$\text{(a) Min} = \frac{4(0) + 8(1) + x(2) + 6(3) + 5(4) + 4(5)}{4 + 8 + x + 6 + 5 + 4} = 2.4$$

$$\begin{aligned} \frac{2x + 66}{x + 27} &= 2.4 \\ 2x + 66 &= 2.4(x + 27) \\ 2x + 66 &= 2.4x + 64.8 \\ 2.4x - 2x &= 66 - 64.8 \\ 0.4x &= 1.2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

- (b) $\underbrace{0, 0, 0, 0}_4$ $\underbrace{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}_8$ $\underbrace{2, \dots, 2}_x$ $\underbrace{3}_3$ $\underbrace{3, 3, 3, 3, 3}_5$ $\underbrace{4, 4, 4, 4, 4}_5$ $\underbrace{5, 5, 5, 5}_4$

Nilai terbesar bagi x jika mediannya di sini
 $4 + 8 + x = 5 + 5 + 4$
 $12 + x = 14$
 $x = 2$
 Maka, nilai terbesar bagi $x = 2$

Maka, nilai yang maksimum bagi x ialah 2.

- (c) Nilai minimum yang mungkin bagi x ialah 9.

12.1.7 Sukatan kecenderungan memusat dalam membuat ramalan, membentuk hujah dan membuat kesimpulan

Dalam membuat perbandingan atau pemilihan sukatan kecenderungan memusat yang paling sesuai, kepentingan julat juga harus diambil perhatian.

CONTOH 25

Cikgu Rahman ingin memilih seorang wakil sekolah ke pertandingan boling peringkat zon. Ramesh dan Khairil adalah antara pemain yang telah disenaraipendekkan dalam pemilihan ini. Dalam lima latihan yang terakhir sebelum pemilihan wakil sekolah dijalankan, skor balingan yang telah diperoleh Ramesh ialah 116, 118, 200, 207 dan 209. Skor balingan yang diperoleh Khairil ialah 240, 240, 75, 220 dan 75. Pemain yang manakah akan dipilih sebagai wakil sekolah?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Skor min Ramesh} &= \frac{116 + 118 + 200 + 207 + 209}{5} \\ &= \frac{850}{5} \\ &= 170 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Skor min Khairil} &= \frac{240 + 240 + 75 + 220 + 75}{5} \\ &= \frac{850}{5} \\ &= 170 \end{aligned}$$

Kedua-dua orang pemain mempunyai min yang sama. Oleh itu, min tidak boleh digunakan dalam keputusan pemilihan wakil sekolah.

$$\begin{aligned} \text{Julat skor balingan Ramesh} &= 209 - 116 \\ &= 93 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Julat skor balingan Khairil} &= 240 - 75 \\ &= 165 \end{aligned}$$

Kita mendapati bahawa julat skor balingan Ramesh lebih rendah berbanding dengan Khairil sebab ada di antara skor Khairil sangat rendah (nilai ekstrem) menyebabkan julatnya menjadi besar. Oleh itu, pemilihan Ramesh sebagai wakil sekolah adalah lebih tepat.

STANDARD PEMBELAJARAN

Mengaplikasikan kefahaman tentang sukatan kecenderungan memusat untuk membuat ramalan, membentuk hujah yang meyakinkan dan membuat kesimpulan.

IMBAS KEMBALI

Julat ialah beza antara nilai yang terkecil dengan nilai yang terbesar

CONTOH 26

Cikgu Johan membentuk tiga pasukan bola keranjang. Jadual di bawah menunjukkan jumlah jaringan yang dibuat oleh pasukan-pasukan tersebut dalam lima pertandingan yang telah dijalankan.

Pasukan	Pertandingan				
	1	2	3	4	5
Kijang	65	95	32	96	88
Harimau	50	90	65	87	87
Seladang	90	85	46	44	80

- (a) Anda ingin menyertai salah satu daripada pasukan tersebut.
- Dengan mengambil kira min, pasukan manakah yang akan anda sertai? Jelaskan jawapan anda dengan menunjukkan jalan kerja.
 - Jika anda mengambil kira pula median dalam membuat keputusan, pasukan manakah yang anda pilih? Jelaskan.
- (b) Jika Cikgu Johan diminta untuk mengemukakan laporan pencapaian pasukan Harimau kepada pengetua sekolah, sukatan kecenderungan memusat yang manakah sepatutnya yang dipilih oleh Cikgu Johan? Jelaskan.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) (i) Min Kijang} &= \frac{65 + 95 + 32 + 96 + 88}{5} \\ &= 75.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min Harimau} &= \frac{50 + 90 + 65 + 87 + 87}{5} \\ &= 75.8 \end{aligned}$$

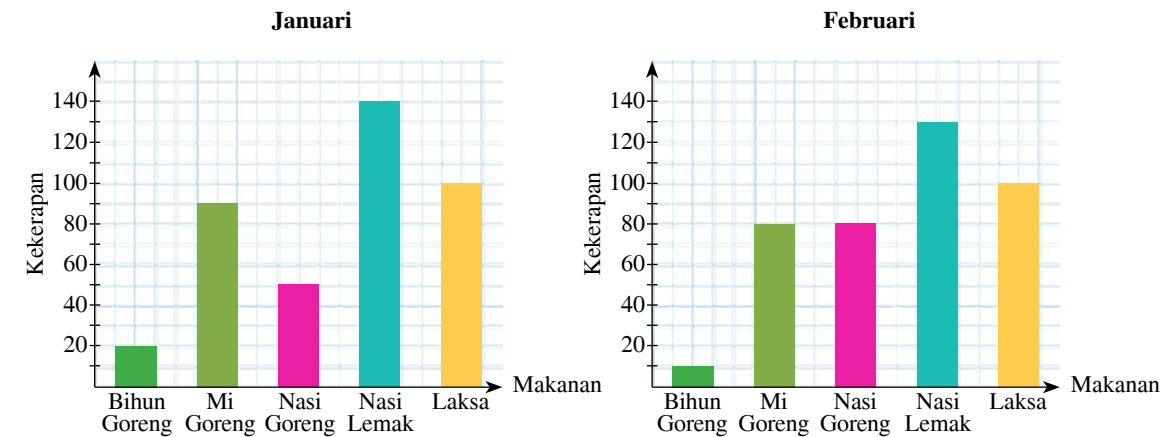
$$\begin{aligned} \text{Min Seladang} &= \frac{90 + 85 + 46 + 44 + 80}{5} \\ &= 69 \end{aligned}$$

Pasukan Harimau dipilih kerana nilai min bagi pasukan Harimau adalah yang paling tinggi, iaitu 75.8.

- (ii) Set data pasukan Kijang ialah 32, 65, 88, 95, 96. Maka, median = 88
 Set data pasukan Harimau ialah 50, 65, 87, 87, 90. Maka, median = 87
 Set data pasukan Seladang ialah 44, 46, 80, 85, 90. Maka, median = 80
 Pasukan Kijang dipilih kerana nilai mediannya paling tinggi, iaitu 88.

- (b) Min. Hal ini demikian kerana min menggunakan keseluruhan set data dalam jadual tersebut. Oleh sebab itu, min sangat sesuai digunakan kerana tiada nilai ekstrem dalam set data itu.

CONTOH 27



Carta palang di atas menunjukkan pilihan makanan di kantin sekolah pada bulan Januari dan Februari untuk kajian bagi 400 orang murid.

(a) Sukatan kecenderungan memusat yang manakah sesuai bagi situasi di atas? Jelaskan.

Nasi lemak ialah hidangan yang paling digemari oleh murid.

- (b) Adakah anda bersetuju dengan pernyataan di atas? Jelaskan.
 (c) Anda merupakan ahli jawatankuasa kantin dalam Persatuan Pengguna. Anda diminta untuk mencadangkan makanan yang perlu dikurangkan penjualannya. Berikan alasan anda.

Penyelesaian:

- (a) Daripada graf di atas didapati min dan median tidak sesuai digunakan kerana data yang diberikan ialah data kategori. Maka, mod adalah lebih sesuai.
 (b) Bersetuju kerana nasi lemak ialah mod bagi bulan Januari dan Februari.
 (c) Bihun goreng perlu dikurangkan kerana mempunyai kekerapan yang terendah dalam bulan Januari dan Februari.

JOM CUBA 12.1

1. Nyatakan mod bagi setiap set data berikut.
 (a) 3, 0, 1, 1, 4, 3, 2, 2, 1
 (b) RM10, RM8, RM7, RM7, RM8, RM9
 (c) 64, 60, 63, 60, 60, 67

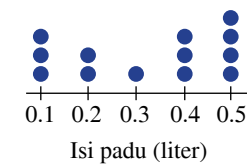
2. Jadual menunjukkan saiz baju 145 orang peserta larian Jom Sihat.

Saiz	SS	S	M	L	XL	XXL
Kekerapan	20	17	15	37	31	25

Nyatakan mod bagi saiz baju itu.

3. Nyatakan mod bagi perwakilan data di bawah.

(a) Isi padu minyak di dalam botol

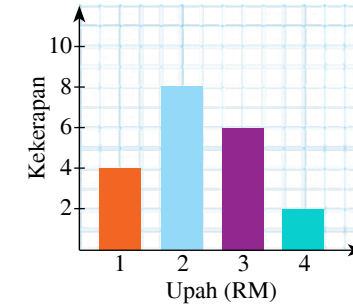


(b) Markah ujian kecerdasan

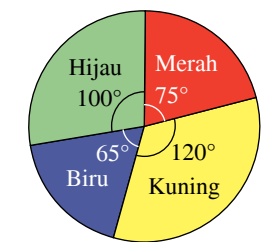
Batang	Daun									
2	6	6	7	8						
3	1	1	2	2	2	3	6	7	7	7
4	0	2	5							

Kekunci: 2 | 6 bermaksud 26 km

(c) Upah murid menjual penanda buku



(d) Warna kegemaran ahli Kumpulan Helang



4. Tentukan median bagi set data berikut.

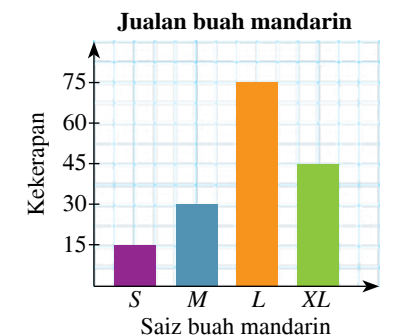
- (a) 7, 5, 7, 8, 3, 12
 (b) 37, 38, 27, 28, 48, 47, 58, 68
 (c) 3, 200, 4, 10, 50, 7, 90, 3, 50, 11, 3

5. Jadual menunjukkan bilangan penumpang feri di jeti Pulau Pangkor pada bulan Januari. Hitung median.

Bilangan penumpang	10	20	30	40
Kekerapan	5	8	7	10

6. Hitung median bagi perwakilan data berikut.

- (a) Plot titik menunjukkan bilangan murid yang mengunjungi pusat akses dalam masa seminggu.
 (b) Carta palang menunjukkan saiz buah mandarin yang dijual di sebuah kedai semasa Tahun Baru Cina.



7. Hitung min bagi setiap set data yang berikut.
 (a) 9, 5, 2, 3, 11, 12 (b) 3.5, 2.4, 1.7, 3.2, 4.5
8. (a) Diberi nilai min bagi 4, 7, x , 9, 8 ialah 6. Hitung nilai x .
 (b) Diberi nilai min bagi 7 cm, 15 cm, 12 cm, 5 cm, h cm dan 13 cm ialah 10 cm.
 Hitung nilai h .

9. Jadual menunjukkan bilangan hari ketidakhadiran 40 orang murid pada bulan Januari.

Bilangan ketidakhadiran	0	1	2	3	4	5	8
Kekerapan	24	3	4	5	2	1	1

Hitung min ketidakhadiran pada bulan Januari. Bundarkan jawapan anda kepada nombor bulat terhampir.

10. Lengkapkan jadual kekerapan berikut.

(a)

18	28	18	24
18	23	30	24
26	35	22	13
16	33	19	32
6	16	34	27

(b)

47	34	23	23
47	48	54	42
42	65	43	15
31	32	48	58
35	39	42	31

Data menunjukkan umur bagi 20 orang pelawat Muzium Negara.

Umur (tahun)	Gundalan	Kekerapan
6 - 10	/	1
11 - 15		
16 - 20		
21 - 25		
26 - 30		
31 - 35		

Data menunjukkan bilangan bola ping pong di dalam 20 bakul.

Bilangan bola ping pong	Gundalan	Kekerapan
10 - 19	/	1

11. 2, 2, 3, 5, 7, 10, 11, 16, 17, 40

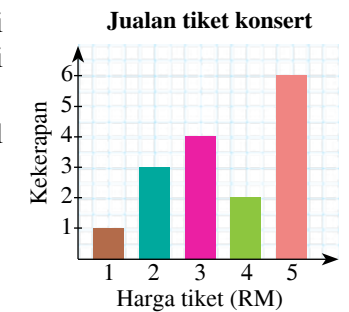
- (a) Hitung min, median dan mod.
 (b) Sukatan kecenderungan memusat yang manakah sesuai digunakan? Jelaskan.

12. Jadual menunjukkan skor markah ujian ejaan Bahasa Inggeris bagi sekumpulan murid Tingkatan 1.

Skor	5	6	7	8	9	10
Bilangan murid	4	16	12	7	6	5

- (a) Hitung min, median dan mod.
 (b) Sukatan kecenderungan memusat yang manakah sesuai digunakan? Jelaskan.

13. Tentukan sukatan kecenderungan memusat yang sesuai digunakan dalam situasi berikut. Berikan justifikasi bagi jawapan anda.



- (a) Carta palang menunjukkan bilangan tiket konsert yang dijual oleh Kelab Teater sekolah mengikut harganya.

- (b) Plot batang dan daun menunjukkan isi padu larutan kimia, dalam ml, bagi 19 botol yang berbeza.

Batang	Isi padu larutan kimia				
	Daun				
2	0	1	3	5	6
3	6	7	1	1	0 1 1 2 3 5
4	1	1	1		
13	7				

Kekunci: 2 | 0 bermaksud 20 ml

14. Sukatan kecenderungan memusat yang manakah yang sesuai digunakan untuk menerangkan situasi berikut?
 (a) Bilangan murid bagi setiap persatuan dan kelab uniform di sekolah.
 (b) Rancangan televisyen kegemaran murid di dalam kelas anda.
 (c) Bilangan haiwan peliharaan yang dimiliki oleh murid Tingkatan 2 Amanah.

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Jadual menunjukkan bilangan anak bagi 40 buah keluarga dalam satu program motivasi.

Bilangan anak	0	1	2	3	4	5
Kekerapan	3	2	8	5	17	5

Kenal pasti mod.

2. Min bagi tujuh nombor ialah 10. Lima daripada nombor itu ialah 6, 5, 14, 10 dan 11. Dua lagi nombor masing-masing diwakili dengan k . Hitung
 (a) jumlah tujuh nombor tersebut. (b) nilai bagi k .

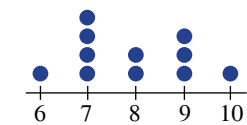
3. Hitung min bagi setiap perwakilan data berikut.

(a) **Markah ujian Matematik**

Batang	Daun
7	2 3
8	1 1 4 5
9	2 6

Kekunci: 7 | 2 bermaksud 72 markah

(b) **Bungkusan mi yang dijual**



Bilangan bungkusan (paket)

4. Jadual menunjukkan markah ujian kelayakan peserta kuiz Sejarah yang diperoleh sekumpulan murid. Hitung median.

Markah	5	10	15	20	25	30
Kekerapan	2	7	5	11	9	7

5. Diberi nombor 2, 4, 6, 6, 8 dan 12.

(a) Kenal pasti min, median dan mod bagi set data tersebut.

(b) Hitung min, median dan mod yang baharu jika setiap nombor itu

- (i) ditambah 2.
- (ii) didarab 2.
- (iii) ditolak 2.
- (iv) dibahagi 2.

6. Diberi min bagi empat nombor ialah 14. Jika dua nombor ditambah dalam set data nombor tersebut, iaitu x dan $x + 2$, min baharunya ialah 15. Hitung nilai x .

7. Min bagi empat nombor ialah 71. Dua daripada nombor itu ialah 56 dan 48. Nilai bagi dua nombor lagi ialah x bagi setiap satu.

(a) Hitung

- (i) jumlah keempat-empat nombor itu.
- (ii) nilai x .

(b) Jika setiap empat nombor itu ditolak dengan 5, hitung nilai min baharu.

8. Plot batang dan daun mewakili jarak larian sekumpulan peserta acara larian amal.

Jarak larian peserta	
Batang	Daun
2	3 4 6 9
3	0 1 2 2 2 4 4 5 8
4	2 2

Kekunci: 2 | 3 bermaksud 23 km

(a) Kenal pasti

- (i) min
- (ii) mod
- (iii) median

jarak yang dilalui oleh semua peserta.

(b) Berapa peratuskah peserta yang melalui jarak yang lebih dan sama dengan 32 km?

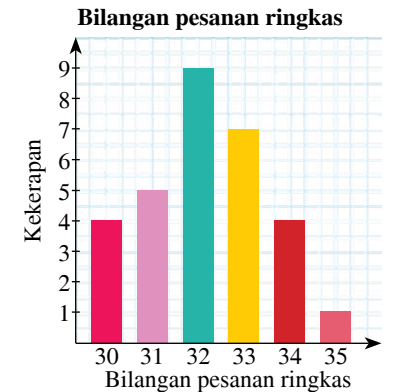
9. Carta palang menunjukkan bilangan pesanan ringkas yang dihantar oleh 30 orang murid dalam satu minggu.

(a) Hitung

- (i) min
- (ii) mod
- (iii) median

pesanan ringkas yang dihantar oleh murid.

(b) Hitung dalam bentuk pecahan, murid yang menghantar kurang daripada 33 pesanan ringkas dalam seminggu.



10. Masa bagi 40 orang murid menyelesaikan teka silang kata direkodkan.

Masa (minit)	2	4	6	8	10
Bilangan murid	x	2	y	6	14

(a) Tunjukkan bahawa $x + y = 18$.

(b) Jika $y = 6$, hitung min bagi data tersebut.

(c) Kenal pasti: (i) median

(ii) mod masa bagi murid-murid itu menyelesaikan teka silang kata tersebut.

11. Malek, Rani dan Yip telah dipilih ke pusingan akhir pertandingan lompat jauh. Mereka telah membuat lompatan masing-masing sebanyak tiga kali dan jarak lompatan mereka direkodkan, dalam meter.

Peserta	Lompatan		
	1	2	3
Malek	3.2	4.5	6.1
Ravi	6.3	3.4	5.2
Yip	4.5	6.7	4.9

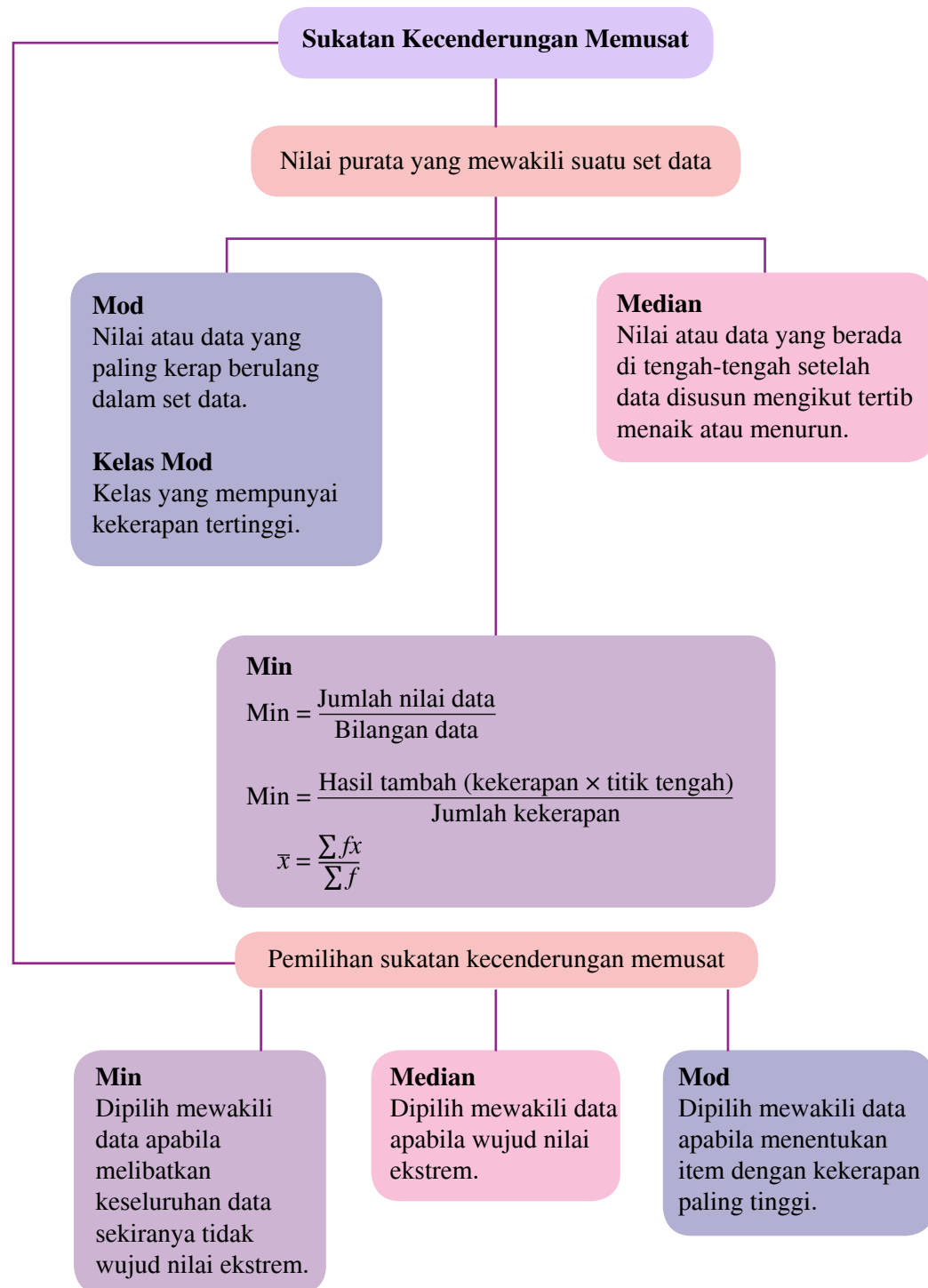
Daripada data di atas, sukatan kecenderungan memusat yang manakah anda pilih untuk menentukan pemenang pingat emas, perak dan gangsa? Jelaskan.

12. Joshua telah mendapat markah 74, 95, 98, 84 dan 74 dalam beberapa kali ujian Sejarah yang didudukinya.

(a) Bagaimanakah Joshua ingin meyakinkan ibu bapanya bahawa dia sudah berusaha bersungguh-sungguh untuk mencapai keputusan yang terbaik dalam ujian Sejarah? Sukatan kecenderungan memusat yang manakah yang harus digunakan oleh Joshua untuk tujuan ini? Berikan alasan.

(b) Cikgu Shamsudin ialah guru Sejarah Joshua. Dia memujuk Joshua supaya berusaha lebih kuat lagi kerana markah subjek Sejarahnya masih belum konsisten. Markah manakah yang dirujuk oleh cikgu Shamsudin semasa menyatakan kerisauannya terhadap pencapaian Joshua?

INTI PATI BAB



REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:



1. Menentukan nilai mod, min dan median bagi suatu set data tak terkumpul.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Membuat kesimpulan tentang kesan perubahan suatu set data terhadap nilai mod, min dan median.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Mengumpul data, membina dan mentafsir jadual kekerapan bagi data terkumpul.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Menentukan kelas mod dan min bagi suatu set data terkumpul.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Memilih dan menjustifikasi sukatan kecenderungan memusat yang sesuai untuk memerihalkan taburan suatu set data, termasuk set data yang mempunyai nilai ekstrem.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Menentukan nilai mod, min dan median daripada perwakilan data.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Mengaplikasikan kefahaman tentang sukatan kecenderungan memusat untuk membuat ramalan, membentuk hujah yang meyakinkan dan membuat kesimpulan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



PROJEK MINI

Anda dikehendaki mendapatkan maklumat dan menulis laporan tentang ketinggian dan berat badan murid dalam tiga buah kelas tingkatan 2 yang berbeza. Dapatkan data tentang jantina, ketinggian dan berat melalui kaedah soal selidik.

Kemudian, organisasikan data anda dengan menggunakan jadual kekerapan yang sesuai. Anda boleh menggunakan perisian komputer atau secara manual dalam penulisan laporan ini.



Bagi data setiap kelas, analisis data tersebut dengan menggunakan sukatan kecenderungan memusat, iaitu mod, min dan median. Nyatakan sukatan kecenderungan memusat yang anda pilih bagi mewakili data tersebut. Seterusnya, hitung IJB bagi setiap murid dan berikan cadangan berkaitan dengan gaya hidup sihat.

BAB 13

Kebarangkalian Mudah

ANDA AKAN MEMPELAJARI



- 13.1 Kebarangkalian Eksperimen
- 13.2 Kebarangkalian Teori yang Melibatkan Kesudahan Sama Boleh Jadi
- 13.3 Kebarangkalian Peristiwa Pelengkap
- 13.4 Kebarangkalian Mudah

RANGKAI KATA

- Kebarangkalian
- Ruang sampel
- Peristiwa
- Peristiwa pelengkap
- Kebarangkalian teori
- Kebarangkalian eksperimen
- Gambar rajah pokok
- *Probability*
- *Sample space*
- *Event*
- *Complement of an event*
- *Theoretical probability*
- *Experimental probability*
- *Tree diagram*

Pasukan merah jambu menentang pasukan biru dalam satu perlawanan bola jaring. Berdasarkan rekod, pasukan merah jambu melakukan 12 jaringan daripada 18 percubaan. Pasukan biru melakukan 18 jaringan daripada 30 percubaan. Apakah nisbah bilangan jaringan kepada bilangan percubaan untuk pasukan merah jambu dan pasukan biru? Pada pendapat anda, pasukan manakah yang akan memenangi perlawanan tersebut?



IMBASAN SILAM

Richard Carl Jeffrey seorang ahli falsafah yang inovatif pada abad ke-20. Beliau juga merupakan salah seorang ahli jabatan falsafah di Universiti Princeton antara tahun 1974-1999. Beliau banyak menyumbang idea dalam bidang logik dan statistik. Buku 'The Logic of Decision' hasil penulisan beliau, menceritakan teori baru berkaitan dengan membuat keputusan dalam keadaan ketidakpastian dan kepercayaan kepada kemungkinan. Hasil penulisan beliau digunakan secara meluas dalam bidang logik termasuk 'Formal Logic: Its Space and Limits' dan 'Computability and Logic'. Beliau juga menghasilkan buku 'Probability and the Art of Judgement' dan 'Subjective Probability: The Real Thing'.

Untuk maklumat lanjut:



http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms277

MASLAHAT BAB INI

- Ahli ekonomi menggunakan ilmu kebarangkalian dalam meramalkan kenaikan atau penurunan nilai saham, bergantung pada keadaan ekonomi semasa dan faktor politik sesebuah negara.
- Ahli meteorologi menggunakan ilmu kebarangkalian dalam meramal perubahan cuaca dan angin untuk keesokan harinya dan hari-hari mendatang.
- Ahli perniagaan juga menggunakan ilmu kebarangkalian dalam mengkaji statistik keuntungan perniagaan mereka dan meramalkan keuntungan yang bakal dan yang ingin diperolehi.

AKTIVITI KREATIF

Tujuan: Mengenal kebarangkalian

Bahan: Carta ramalan cuaca dalam tempoh seminggu, guli biru dan merah

Langkah:

- Pertimbangkan situasi berikut:
 - Cuaca esok diramalkan hujan.
 - Pilih seorang murid perempuan daripada pasukan Pandu Puteri untuk permainan bola jaring.
 - Kemungkinan sebiji guli berwarna hitam diambil dari kotak yang mengandungi 3 biji guli biru dan 7 biji guli merah.
- Bincangkan kemungkinan setiap situasi di atas berlaku dan nilai yang sesuai untuk mewakili setiap kemungkinan.

Situasi di atas menunjukkan peristiwa yang mungkin berlaku, pasti berlaku dan mustahil berlaku. Ukuran kemungkinan suatu peristiwa berlaku ditentukan oleh nilai antara 0 dengan 1 dikenali sebagai kebarangkalian.

Kebarangkalian ialah ukuran kemungkinan berlakunya sesuatu peristiwa, dinyatakan sama ada dalam bentuk pecahan atau peratusan.

13.1 Kebarangkalian Eksperimen

Dalam Aktiviti Kreatif, anda telah didedahkan dengan konsep kebarangkalian. Sekarang, mari kita lihat perkaitan antara kekerapan berlakunya suatu peristiwa dengan bilangan cubaan yang dilakukan.

13.1.1 Eksperimen kebarangkalian

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Melaksana eksperimen kebarangkalian mudah

Bahan: Sekeping duit syiling

Langkah:

- Lambung duit syiling sebanyak 25 kali.
- Catat kesudahan sama ada memperoleh 'angka' atau 'gambar'.
- Ulangi langkah satu sebanyak 50 kali.
- Ulangi langkah satu sebanyak 100 kali.
- Tulis kesudahan yang diperoleh bagi eksperimen melambung duit syiling dalam jadual.

Kekerapan muncul	Bilangan lambungan			Nisbah	kekerapan muncul bilangan lambungan		
	25	50	100		25	50	100
Angka							
Gambar							

Perbincangan:

Bincangkan perkaitan antara nisbah yang diperoleh dengan kebarangkalian eksperimen.

STANDARD PEMBELAJARAN

Melaksanakan eksperimen kebarangkalian mudah, dan seterusnya menentukan nisbah kekerapan berlakunya suatu peristiwa sebagai kebarangkalian eksperimen bagi suatu peristiwa.

Kebarangkalian eksperimen ditafsirkan sebagai kebarangkalian yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Nisbah 'kekerapan muncul angka terhadap bilangan lambungan' yang diperoleh daripada aktiviti tersebut ialah kebarangkalian eksperimen bagi peristiwa mendapat 'angka'. Bolehkah anda nyatakan kebarangkalian eksperimen bagi peristiwa mendapat 'gambar'? Secara umumnya,

$$\text{Kebarangkalian eskperimen bagi suatu peristiwa} = \frac{\text{Kekerapan berlakunya peristiwa}}{\text{Bilangan cubaan}}$$

13.1.2 Kebarangkalian eksperimen suatu peristiwa

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Membuat kesimpulan kebarangkalian eksperimen suatu peristiwa

Bahan: Perisian geometri dinamik

Langkah:

- Buka fail MS279 yang telah disediakan.
- Klik butang *Eksperimen Baru*.
- Klik butang *Mula*. Perhatikan pergerakan penanda selari dengan bacaan pada graf.
- Ulangi langkah 2 dan 3 sebanyak 4 kali.

Perbincangan:

- Bincangkan perbezaan graf yang terbentuk pada kelima-lima eksperimen.
- Apakah kesimpulan yang boleh dibuat tentang kebarangkalian eksperimen apabila cubaan cukup besar?

STANDARD PEMBELAJARAN

Membuat kesimpulan tentang kebarangkalian eksperimen suatu peristiwa apabila bilangan cubaan cukup besar.

QR CODE



Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms279 untuk melihat simulasi bagi lambungan syiling.



Fail menunjukkan simulasi kebarangkalian mendapat 'gambar' daripada eksperimen melambung duit syiling. Sebanyak 1 200 percubaan melambung duit syiling dilakukan. Daripada graf yang ditunjukkan, kebarangkalian eksperimen mendapat 'gambar' daripada 1 200 percubaan menuju kepada satu nilai, iaitu 0.5.

Diperhatikan, kelima-lima graf menunjukkan bentuk yang hampir sama. Kesimpulan yang dapat dibuat ialah kebarangkalian eksperimen menuju kepada satu nilai tertentu jika eksperimen diulangi dengan bilangan cubaan yang cukup besar.

JOM CUBA 13.1

- Lakukan eksperimen dengan melambung sebiji dadu adil. Tulis nisbah bilangan memperoleh nombor genap kepada 16 percubaan.

13.2 Kebarangkalian Teori yang Melibatkan Kesudahan Sama Boleh Jadi

13.2.1 Ruang sampel bagi suatu eksperimen

Sebelum memulakan perlawanan bola sepak, pengadil biasanya akan melambung duit syiling untuk menentukan pasukan yang akan memulakan perlawanan. Mengapakah pengadil menggunakan duit syiling, bukan dadu atau benda mautud lain? Apakah ruang sampel bagi kesudahan yang mungkin bagi lambungan duit syiling?

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Menulis kesudahan yang mungkin bagi lambungan dadu

Bahan: Dadu adil

Langkah:

1. Lakukan lambungan sebiji dadu adil dan rekodkan nombor yang muncul pada dadu.
2. Lengkapkan jadual di bawah.

Nombor dadu yang muncul						

3. Ulangi beberapa kali langkah 1 sehingga anda pasti bahawa semua nombor pada dadu adil itu telah diperolehi. (Nombor dadu adil yang telah direkodkan tidak perlu dicatat lagi.)
4. Senaraikan semua nombor yang muncul setelah dadu adil dilambung dengan menggunakan tatatanda set, { }.
5. Nyatakan perkaitan senarai dalam langkah 4 dengan ruang sampel.

Perbincangan:

Bincangkan kesudahan yang mungkin bagi lambungan sebiji dadu adil.

Apabila sebiji dadu adil dilambung, nombor yang tertera boleh jadi 1, 2, 3, 4, 5 atau 6. Walaupun nombor yang sama tertera berulang kali, namun masih dalam julat 1 hingga 6. Maka, senarai kesudahan bagi lambungan dadu adil ialah nombor 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Ruang sampel bagi lambungan dadu adil ialah, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan ruang sampel dan peristiwa bagi suatu eksperimen.

JOM FIKIR

Duit syiling hanya mempunyai dua permukaan, iaitu 'angka' dan 'gambar'. Apakah ruang sampel bagi satu lambungan duit syiling?

IMBAS KEMBALI

Tatatanda set, { }
 Set $A = \{\text{nombor ganjil kurang daripada } 10\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

TAHUKAH ANDA ?

1. Eksperimen ialah prosedur yang dilakukan untuk memerhati kesudahan yang mungkin.
2. Kesudahan ialah keputusan yang mungkin bagi sesuatu eksperimen.
3. Ruang sampel ialah semua kesudahan yang mungkin bagi sesuatu eksperimen.

RANGSANGAN MINDA

Tujuan: Menulis kesudahan menggunakan gambar rajah pokok

Bahan: Dua kotak kosong berlabel A dan B , 4 keping kad berlabel 2, 3, 5 dan 7

Langkah:

1. Bentuk satu kumpulan yang terdiri daripada 5 orang ahli.
2. Masukkan kad berlabel 2 ke dalam kotak A .
3. Masukkan kad berlabel 3, 5 dan 7 ke dalam kotak B .
4. Seorang murid mengambil sekeping kad dari kotak A dan sekeping kad dari kotak B .
5. Catat pasangan nombor yang diperolehi dalam jadual di bawah.

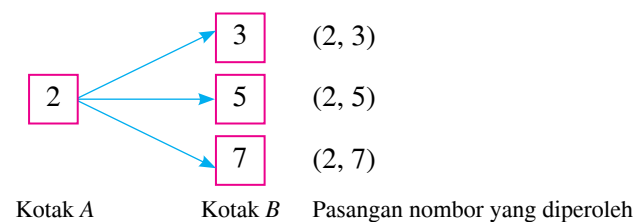
	Ahli 1	Ahli 2	Ahli 3	Ahli 4	Ahli 5
Kotak A					
Kotak B					

6. Masukkan semula kedua-dua kad ke dalam kotak asal.
7. Ulangi langkah 4 hingga 6 sehingga semua ahli kumpulan mempunyai pasangan nombor. Lengkapkan jadual.
8. Senaraikan kesudahan yang mungkin menggunakan tatatanda set, { }.

Perbincangan:

Bincangkan persamaan dan perbezaan bagi kesudahan pasangan nombor yang diperolehi setiap ahli kumpulan.

Gambar rajah pokok dapat membantu anda menerangkan perbezaan tersebut.



Apabila anda mengambil kad secara rawak, anda mungkin mendapat pasangan seperti yang tertera pada gambar rajah pokok di atas. Ruang sampel bagi kesudahan aktiviti di atas ialah, $S = \{(2,3), (2,5), (2,7)\}$.

TIP

Gambar rajah pokok boleh digunakan untuk menunjukkan aliran proses serta untuk menyusun atur dan mengira kebarangkalian sesuatu peristiwa berlaku.

Ruang sampel ialah set semua kesudahan yang mungkin bagi suatu eksperimen.

► **Peristiwa bagi suatu eksperimen**

RANGSANGAN MINDA



Tujuan: Mengetahui peristiwa

Bahan: Dua bola merah, dua bola kuning dan sebuah kotak

Langkah:

1. Bentuk satu kumpulan yang terdiri daripada 4 orang ahli.
2. Tandakan setiap bola dengan simbol M_1 dan M_2 untuk bola merah manakala K_1 dan K_2 untuk bola kuning.
3. Masukkan semua bola ke dalam kotak.
4. Seorang ahli kumpulan mengambil dua biji bola dari kotak tersebut satu persatu.
5. Catat label bola yang diambil dalam jadual di bawah.
6. Masukkan semula kedua-dua bola ke dalam kotak.
7. Ulangi langkah 4 hingga 6 bagi setiap ahli kumpulan. Lengkapkan jadual di bawah.

	Ahli 1	Ahli 2	Ahli 3	Ahli 4
Bola pertama				
Bola kedua				
Kesudahan				

Perbincangan:

Senaraikan kesudahan yang memenuhi syarat berikut.

- (i) Warna kedua-dua bola adalah sama.
- (ii) Sekurang-kurangnya satu bola berwarna merah.

Perbincangan dalam aktiviti di atas mengkehendaki anda menyenaraikan kesudahan yang menepati dua syarat. Syarat pertama ialah kedua-dua bola mempunyai warna yang sama. Syarat kedua ialah salah satu pasangan bola tersebut berwarna merah. Senarai kesudahan aktiviti di atas yang memenuhi syarat tersebut digelar peristiwa.

Peristiwa ialah set kesudahan yang memenuhi syarat tertentu bagi suatu ruang sampel dan merupakan subset bagi ruang sampel.

CONTOH 1

Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan SEMPURNA. Senaraikan kesudahan yang mungkin dan tulis unsur dalam ruang sampel bagi eksperimen ini. Nyatakan bilangan unsur dalam ruang sampel.

Penyelesaian:

Perkataan SEMPURNA terdiri daripada lapan huruf yang berlainan. Maka, kesudahan yang mungkin ialah S, E, M, P, U, R, N, A. Ruang sampel, $S = \{S, E, M, P, U, R, N, A\}$. Bilangan unsur dalam ruang sampel, $n(S) = 8$.

IMBAS KEMBALI

- Set $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- Set $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- Bilangan unsur:
- Set A , $n(A) = 5$
- Set B , $n(B) = 4$

CONTOH 2

Satu nombor dipilih secara rawak daripada nombor perdana 20 hingga 40. Senaraikan kesudahan yang mungkin dan tulis unsur dalam ruang sampel bagi eksperimen ini. Nyatakan bilangan unsur dalam ruang sampel.

Penyelesaian:

Nombor perdana yang berada di antara 20 hingga 40 ialah 23, 29, 31, 37.

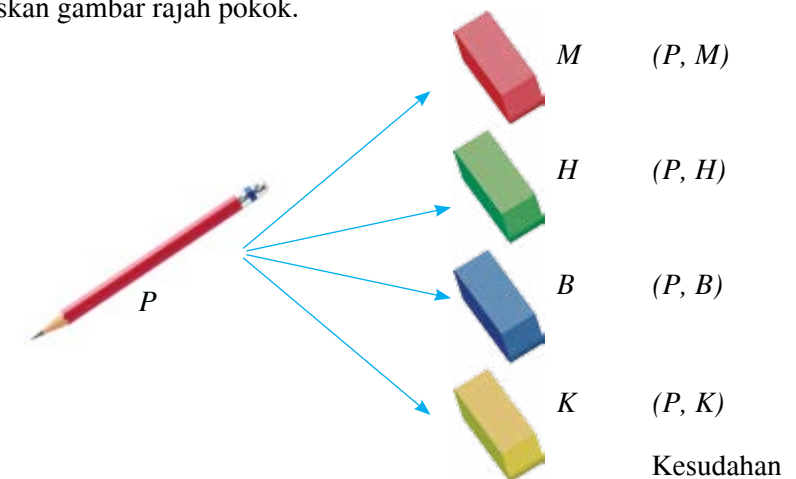
Ruang sampel, $S = \{23, 29, 31, 37\}$. Bilangan unsur di dalam ruang sampel, $n(S) = 4$.

CONTOH 3

Sebuah koperasi sekolah menjual pensel jenama P manakala pemadam yang dijual berwarna merah, hijau, biru dan kuning. Palin ingin membeli sebatang pensel dan satu pemadam dari koperasi tersebut. Dengan bantuan gambar rajah pokok, senaraikan kesudahan yang mungkin dan tulis unsur dalam ruang sampel pasangan barang yang boleh dibeli oleh Palin. Nyatakan bilangan pasangan tersebut.

Penyelesaian:

Langkah 1: Lukiskan gambar rajah pokok.



Langkah 2: Senaraikan unsur dalam ruang sampel, $S = \{(P,M), (P,H), (P,B), (P,K)\}$.

Maka, bilangan unsur dalam ruang sampel, $n(S) = 4$

CONTOH 4

Sekeping kad telah dipilih secara rawak dari sebuah kotak yang mengandungi kad bernombor 1 hingga 9. Tentukan sama ada peristiwa berikut mungkin berlaku atau tidak mungkin berlaku.

- (i) Nombor lebih besar daripada 5.
- (ii) Nombor dengan dua digit.
- (iii) Faktor bagi 15.

Penyelesaian:

Ruang sampel, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- (i) Mungkin berlaku
- (ii) Tidak mungkin berlaku
- (iii) Mungkin berlaku

CONTOH 5

Dalam satu acara sukaneka, peserta perlu mengambil sekeping kad secara rawak dari balang yang mengandungi kad bertulis huruf *K, A, S, U, T*. Senaraikan unsur dalam ruang sampel bagi peristiwa memilih

- (a) huruf konsonan.
- (b) huruf vokal.

Penyelesaian:

Ruang sampel, $S = \{K, A, S, U, T\}$

- (a) Huruf konsonan = $\{K, S, T\}$
- (b) Huruf vokal = $\{A, U\}$

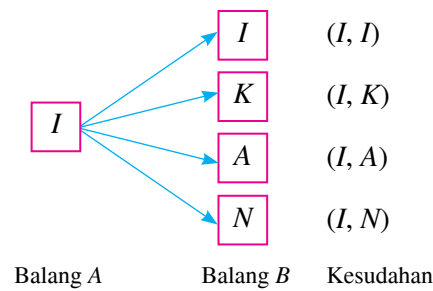
CONTOH 6

Balang *A* mengandungi kad berlabel huruf *I*. Balang *B* mengandungi kad berlabel huruf *I, K, A* dan *N*. Sekeping kad dari balang *A* dan sekeping kad dari balang *B* diambil secara rawak.

- (a) Senaraikan unsur dalam ruang sampel.
- (b) Senaraikan unsur dalam ruang sampel yang memperoleh
 - (i) pasangan huruf yang sama, *X*.
 - (ii) sekurang-kurangnya satu huruf konsonan, *Y*.

Penyelesaian:

Langkah 1: Lukis gambar rajah pokok.



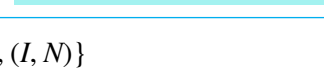
Langkah 2: Senaraikan unsur dalam ruang sampel.

- (a) $S = \{(I, I), (I, K), (I, A), (I, N)\}$
- (b) (i) Peristiwa $X = \{(I, I)\}$
- (ii) Peristiwa $Y = \{(I, K), (I, N)\}$

JOM FIKIR

Sekeping duit syiling dilambung dua kali berturut-turut. Gambar rajah pokok di bawah menunjukkan kesudahan yang mungkin.

- Nyatakan unsur dalam ruang sampel bagi kedua-dua lambungan tersebut.
- Apakah kebarangkalian mendapat 'gambar' dalam kedua-dua lambungan?



13.2.2 Kebarangkalian suatu peristiwa

Lambungan sebiji dadu adil mempunyai enam kesudahan yang mungkin, iaitu nombor 1, 2, 3, 4, 5 dan 6. Diandaikan semua nombor mendapat kebarangkalian sama rata bagi satu lambungan, pertimbangkan peristiwa berikut.

- (i) Kebarangkalian mendapat nombor 4.
- (ii) Kebarangkalian mendapat nombor ganjil daripada satu lambungan dadu adil.

STANDARD PEMBELAJARAN

Membina model kebarangkalian suatu peristiwa, dan seterusnya membuat perkaitan antara kebarangkalian teori dengan kebarangkalian eksperimen.

Daripada senarai kesudahan;

- (i) Kejadian mendapat nombor 4 hanya sekali. Kebarangkalian mendapat nombor 4 daripada satu lambungan ialah sekali daripada 6, iaitu $\frac{1}{6}$.
- (ii) Kejadian mendapat nombor ganjil ialah tiga kali, iaitu nombor 1, 3 dan 5. Kebarangkalian mendapat nombor ganjil bagi satu lambungan ialah 3 kali daripada 6, iaitu $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Daripada dua situasi di atas, bilangan kesudahan lambungan dadu adil diwakili oleh $n(S)$ dan bilangan kejadian suatu peristiwa diwakili oleh $n(A)$. Kebarangkalian suatu peristiwa diwakili oleh $P(A)$.

Maka, kebarangkalian suatu peristiwa A diwakili oleh $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

Jadual di sebelah menunjukkan hasil tambah dua biji dadu adil secara teori.

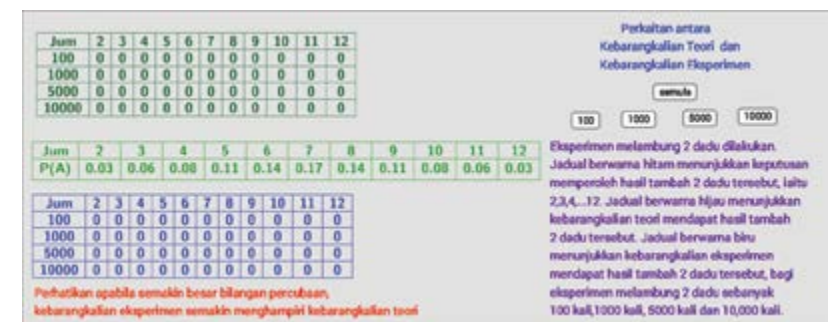
		Dadu 1						
		+	1	2	3	4	5	6
Dadu 2	1	1	2	3	4	5	6	7
	2	2	3	4	5	6	7	8
	3	3	4	5	6	7	8	9
	4	4	5	6	7	8	9	10
	5	5	6	7	8	9	10	11
	6	6	7	8	9	10	11	12

Daripada jadual, hasil tambah dua biji dadu adil yang bernilai 5 muncul sebanyak 4 kali. Maka, kebarangkalian memperoleh hasil tambah dua biji dadu yang bernilai 5 daripada jadual ialah $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Kebarangkalian ini digelar **kebarangkalian teori**.

Apabila eksperimen melambung dua biji dadu adil dilakukan

sebanyak tiga puluh enam percubaan, hasil tambah dua biji dadu adil yang bernilai 5 muncul sebanyak 12 kali. Kebarangkalian memperoleh hasil tambah dua biji dadu adil yang bernilai 5 daripada eksperimen tersebut ialah $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$. Kebarangkalian ini digelar **kebarangkalian eksperimen**.

Jika eksperimen melambung dua biji dadu adil dilakukan dengan bilangan percubaan yang cukup besar, kebarangkalian eksperimen di atas, $(\frac{1}{3})$ menghampiri kebarangkalian teori, $(\frac{1}{9})$ seperti rajah di bawah.



QR CODE

Imbas QR Code atau layari http://rimbunanilmu.my/mat_t2/ms285 untuk menganalisis kebarangkalian teori dan kebarangkalian eksperimen.

13.2.3 Menentukan kebarangkalian

Kebarangkalian bagi suatu peristiwa A berlaku, boleh ditentukan dengan,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan kebarangkalian suatu peristiwa.

CONTOH 7

Sebiji epal diambil dari sebuah kotak yang mengandungi 25 biji epal hijau dan 35 biji epal merah. Hitung kebarangkalian epal berwarna hijau diambil.

Penyelesaian:

Bilangan epal hijau = 25 biji

Jumlah epal dalam kotak = 60 biji

Anggap A ialah peristiwa mendapat epal hijau.

Kebarangkalian mendapat epal hijau,

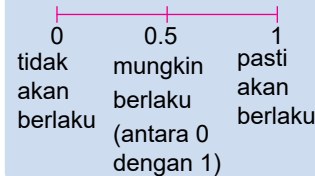
$$P(\text{epal hijau}) = \frac{\text{bilangan epal hijau}}{\text{jumlah epal}}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{25}{60} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

TIP

Kebarangkalian boleh ditulis dalam bentuk pecahan, peratus atau nombor perpuluhan.

TIP



CONTOH 8

Pramjit mendapat wang saku sebanyak RM5 pada setiap hari Selasa, Rabu dan Khamis. Hitung kebarangkalian dia mendapat wang sebanyak RM5 dalam empat minggu.

Penyelesaian:

Anggap A ialah peristiwa mendapat wang saku.

Jumlah hari Selasa, Rabu dan Khamis dalam 4 minggu, $n(A) = 12$ hari

Jumlah hari dalam 4 minggu, $n(S) = 28$ hari

$$\begin{aligned} \text{Kebarangkalian mendapat wang saku sebanyak RM5 dalam 4 minggu, } P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{12}{28} \\ &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

JOM CUBA 13.2

- Sebuah kedai basikal mempunyai stok sebanyak 35 buah basikal. Jika kedai tersebut menjual 15 buah basikal pada bulan Januari. Hitung kebarangkalian menjual sebuah basikal pada bulan tersebut.

- Jabatan Meteorologi meramalkan bahawa hujan akan turun di negeri pantai timur sekali bagi setiap tiga hari dari bulan November hingga Disember. Hitung kebarangkalian hujan turun dari bulan November hingga Disember.
- Sebuah pasar raya mengadakan cabutan bertuah sempena ulang tahun ke-10 selama seminggu. Pasar raya tersebut mengenakan syarat bahawa setiap pembelian bernilai RM50 layak menghantar satu penyertaan. Pasar raya tersebut merekodkan pemberian kupon penyertaan secara purata sebanyak 30 keping sehari selama seminggu. Danial, seorang peniaga gerai makanan, berbelanja sebanyak RM450 sepanjang tempoh pertandingan. Hitung kebarangkalian Danial memenangi cabutan bertuah tersebut.

13.3 Kebarangkalian Peristiwa Pelengkap

13.3.1 Memerihalkan peristiwa pelengkap

STANDARD PEMBELAJARAN

Memerihalkan peristiwa pelengkap dalam perkataan dan dengan menggunakan tatatanda set.

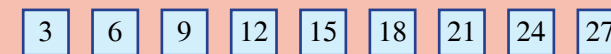
RANGSANGAN MINDA Individu

Tujuan: Mengenal peristiwa pelengkap

Bahan: Sembilan kad bernombor gandaan 3, papan magnet dan bar magnet

Langkah:

- Susun sembilan nombor gandaan 3 yang pertama pada papan magnet.



- Senaraikan unsur A . A ialah peristiwa memilih nombor genap.

$$A = \{ \square, \square, \square, \square \}$$

- Senaraikan unsur A' . A' ialah peristiwa memilih bukan nombor genap.

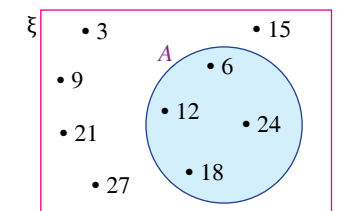
$$A' = \{ \square, \square, \square, \square, \square \}$$

- (i) Hitung kebarangkalian memilih nombor genap, $P(A)$.
(ii) Hitung kebarangkalian memilih bukan nombor genap, $P(A')$.

Perbincangan:

- Bincangkan hubungan $P(A)$ dan $P(A')$.
- Bincangkan hubungan antara ruang sampel, S dengan set semesta, ξ .

Daripada aktiviti di atas, set semesta, ξ terdiri daripada sembilan nombor pertama gandaan 3. A ialah subset bagi set semesta. A' ialah pelengkap bagi set A . Hubungan antara set A dengan set semesta ditunjukkan dalam gambar rajah Venn di sebelah. Peristiwa pelengkap bagi peristiwa A dalam suatu ruang sampel S , adalah terdiri daripada semua kesudahan yang bukan kesudahan A .



Dalam kebarangkalian, ruang sampel, S ialah set semesta. Jika set A mewakili peristiwa A , maka set A' ialah peristiwa pelengkap bagi peristiwa A .

Kebarangkalian memilih nombor genap, $P(A) = \frac{4}{9}$.

Kebarangkalian memilih bukan nombor genap, $P(A') = \frac{5}{9}$.

$$\begin{aligned} P(A) + P(A') &= \frac{4}{9} + \frac{5}{9} \\ &= \frac{9}{9} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Didapati $P(A) + P(A') = 1$.

Oleh itu, $P(A') = 1 - P(A)$, $0 \leq P(A) \leq 1$.

CONTOH 9

Seorang pekerja di kedai bunga menyusun 15 jambak bunga mengikut bilangan kuntuman bunga dalam kiraan ganjil 1 hingga 30 mengikut tertib menaik. A ialah peristiwa menjual jambak bunga yang mempunyai bilangan kuntuman bunga dengan nilai kuasa dua sempurna. Perihalkan peristiwa pelengkap, A' dalam

- (i) perkataan.
- (ii) tatatanda set.

Penyelesaian:

Ruang sampel, $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$

Peristiwa $A = \{9, 25\}$

- (i) A' = peristiwa memilih nombor bukan kuasa dua sempurna.
- (ii) $A' = \{1, 3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 27, 29\}$

13.3.2 Kebarangkalian peristiwa pelengkap

CONTOH 10

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set integer daripada 1 hingga 20. A ialah peristiwa memilih nombor perdana. Hitung kebarangkalian peristiwa pelengkap bagi peristiwa A .

Penyelesaian:

Ruang sampel, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

Peristiwa $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$$\begin{aligned} \text{Kebarangkalian peristiwa } A, P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{8}{20} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

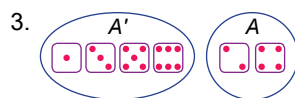
TIP

Jika $P(A) = 0$, peristiwa A pasti tidak berlaku

Jika $P(A) = 1$, peristiwa A pasti berlaku

TAHUKAH ANDA ?

1. Untuk peristiwa mendapat 'angka' apabila duit syiling dilambung, peristiwa pelengkapnya adalah mendapat 'gambar'.
2. Untuk peristiwa memilih hari dalam seminggu, jika {Isnin, Khamis} dipilih, pelengkapnya ialah {Ahad, Selasa, Rabu, Jumaat, Sabtu}.



4. Set $A = \{2, 4\}$
Set $A' = \{1, 3, 5, 6\}$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

STANDARD PEMBELAJARAN

Menentukan kebarangkalian peristiwa pelengkap.

PERHATIAN

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Kaedah 1:

Kebarangkalian peristiwa pelengkap,

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{8}{20}$$

$$= \frac{12}{20}$$

$$\text{Maka, } P(A') = \frac{12}{20}$$

$$= \frac{3}{5}$$

Kaedah 2:

Peristiwa $A' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$

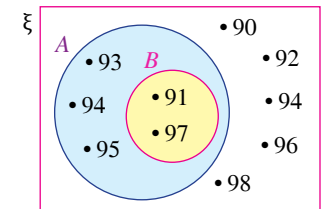
$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)}$$

$$= \frac{12}{20}$$

$$= \frac{3}{5}$$

CONTOH 11

Gambar rajah Venn di sebelah menunjukkan unsur dalam set semesta. Hitung kebarangkalian memilih peristiwa pelengkap A' .



Penyelesaian:

Bilangan unsur peristiwa pelengkap,

$$n(A') = 5$$

Bilangan unsur set semesta = 10

$$\text{Kebarangkalian peristiwa pelengkap, } P(A') = \frac{n(A')}{n(S)}$$

$$= \frac{5}{10}$$

$$= \frac{1}{2}$$

JOM CUBA 13.3

1. Sebuah bekas mengandungi 5 biji pau kacang, 8 biji pau sambal dan 4 biji pau coklat. Sebiji pau diambil secara rawak dari bekas tersebut. Jika A ialah peristiwa mendapat pau coklat, perihalkan peristiwa pelengkap bagi A dalam
 - (a) perkataan.
 - (b) tatatanda set.
2. Sebuah bekas mengandungi sejumlah pen biru dan pen merah. Kebarangkalian memilih satu batang pen biru dari bekas tersebut ialah $\frac{3}{5}$. Hitung kebarangkalian memilih sebatang pen merah dari bekas yang sama.
3. Sebuah kedai cenderamata menjual 25 biji cawan kaca, 30 keping bingkai gambar dan 15 rantai kunci dalam masa dua minggu. Hitung kebarangkalian cenderamata yang terjual selain cawan kaca.
4. Ali mempunyai wang sebanyak RM73. Sebuah kedai menjual kasut memberi Ali pilihan dengan menawarkan tiga pasang kasut yang berharga kurang RM50 sepasang, empat pasang kasut yang berharga antara RM50 hingga RM70 sepasang dan lima pasang kasut yang berharga lebih RM70 sepasang. Jika B ialah peristiwa Ali membeli sepasang kasut, perihalkan peristiwa pelengkap bagi B dalam
 - (a) perkataan.
 - (b) tatatanda set.
5. Sebanyak 10% biji oren daripada tiga kotak oren didapati telah busuk. C ialah peristiwa memperoleh oren yang tidak busuk. Jika sebuah kotak oren mengandungi 30 biji oren, hitung kebarangkalian mengambil satu biji oren yang tidak busuk secara rawak.

13.4 Kebarangkalian Mudah

13.4.1 Penyelesaian masalah

CONTOH 12

Seorang usahawan kemeja mampu menghasilkan 80 helai kemeja dalam masa sebulan. Dia berjaya menjual 15 helai kemeja dalam masa seminggu. Keuntungan menjual 15 helai kemeja tersebut ialah RM135. Hitung

- (a) kebarangkalian kemeja terjual dalam masa sebulan.
- (b) keuntungan yang diperoleh dalam masa dua bulan.
- (c) kebarangkalian baju yang tidak terjual dalam masa sebulan.

Penyelesaian:

Memahami masalah

- (a) Kebarangkalian kemeja terjual dalam masa tersebut.
- (b) Keuntungan yang diperoleh dalam masa dua bulan.
- (c) Kebarangkalian jumlah baju yang tidak terjual dalam masa sebulan.

Merancang strategi

Ruang sampel, S = Bilangan kemeja yang dihasilkan,

$$n(S) = 80$$

Peristiwa A = Jumlah baju yang terjual dalam masa sebulan

$$n(A) = 60$$

Melaksanakan strategi

(a) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ (b) Jumlah baju terjual dalam masa dua bulan $= \frac{3}{4} \times 80 \times 2 = 120$ helai

$= \frac{60}{80}$ Jumlah keuntungan $= \frac{120}{15} \times \text{RM}135 = \text{RM}1\,080$

$= \frac{3}{4}$

(c) $P(A') = 1 - P(A)$ Jumlah baju tidak terjual $= \frac{1}{4} \times 80 = 20$ helai

$= 1 - \frac{3}{4}$

$= \frac{1}{4}$

Membuat kesimpulan

- (a) Maka, kebarangkalian kemeja terjual dalam masa sebulan ialah $\frac{3}{4}$.
- (b) Jumlah keuntungan ialah RM1 080.
- (c) Jumlah baju yang tidak terjual dalam masa sebulan ialah 20 helai.

STANDARD PEMBELAJARAN

Menyelesaikan masalah yang melibatkan kebarangkalian suatu peristiwa.

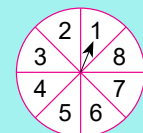
JOM FIKIR

Jadual di bawah menunjukkan penggunaan komputer riba dan tablet mengikut jantina di sebuah kolej.

Jantina	Komputer riba	Tablet	Jumlah
Lelaki	19	71	90
Perempuan	84	4	88
Jumlah	103	75	178

- Apakah kebarangkalian seorang pelajar yang dipilih ialah pengguna komputer riba?
- Apakah kebarangkalian seorang pelajar perempuan yang menggunakan tablet akan terpilih?

JOM FIKIR



Gambar di atas menunjukkan sebuah roda nombor. Jarum roda nombor tersebut diputar dan berhenti secara rawak. Hitung kebarangkalian jarum berhenti pada

- (i) nombor genap
- (ii) nombor ganjil
- (iii) nombor perdana


JOM CUBA 13.4


1. Dalam satu pertandingan teka silang kata, seorang peserta telah menghantar 15 borang penyertaan. Kebarangkalian untuk peserta tersebut menang ialah $\frac{3}{25}$. Berapakah jumlah borang penyertaan dalam pertandingan itu?
2. Satu set huruf yang dapat membentuk perkataan MENJUSTIFIKASI diletak di dalam satu kotak. Satu huruf diambil daripada set tersebut secara rawak. Hitung
 - (a) kebarangkalian huruf vokal diambil daripada set tersebut.
 - (b) kebarangkalian peristiwa pelengkap memilih huruf vokal.
3. Sebuah bekas mengandungi 35 biji guli berwarna merah dan beberapa biji guli berwarna biru. Sebiji guli diambil secara rawak dari bekas tersebut. Kebarangkalian seorang kanak-kanak mengambil guli berwarna merah ialah $\frac{7}{15}$. Hitung
 - (a) kebarangkalian memilih guli berwarna biru.
 - (b) bilangan guli berwarna biru.
 - (c) kebarangkalian memilih guli biru jika 8 biji guli merah ditambah.

MENJANA KECEMERLANGAN

1. Sebuah kotak mengandungi satu set huruf kad yang dapat membentuk perkataan PEMBELAJARAN. Satu kad diambil dari kotak itu secara rawak.
 - (a) Senaraikan ruang sampel bagi eksperimen itu.
 - (b) Senaraikan semua unsur bagi peristiwa mengambil huruf vokal.
 - (c) Hitung kebarangkalian mengambil huruf bukan vokal.
2. Sebuah raga mengandungi 6 kon mini berwarna biru, 10 kon mini berwarna kuning dan beberapa kon mini berwarna hijau. Satu kon diambil secara rawak dari raga tersebut. Kebarangkalian mendapat kon mini berwarna biru ialah $\frac{1}{4}$. Hitung
 - (a) jumlah kon mini di dalam raga tersebut.
 - (b) kebarangkalian memilih kon mini bukan berwarna kuning.
3. Kebarangkalian Aiman membidik panah dengan tepat ialah 85%. Dalam masa satu minit, Aiman mampu membuat 3 bidikan. Hitung bidikan tidak tepat yang dilakukan Aiman dalam masa sejam.
4. Sebuah kotak mengandungi 3 biji bola yang bertanda tiga huruf vokal a , e dan i . Sebiji bola diambil secara rawak dari kotak tersebut dan huruf yang diperoleh dicatatkan. Bola tersebut diletakkan kembali ke dalam kotak dan bola kedua diambil secara rawak dari kotak tersebut. Dengan bantuan gambar rajah pokok,
 - (a) senaraikan ruang sampel bagi eksperimen tersebut.
 - (b) senaraikan semua unsur peristiwa pelengkap memperoleh huruf yang berlainan.
 - (c) hitung kebarangkalian peristiwa pelengkap bagi (b).



5.  Kotak *A* diisi dengan sekeping kad sebutan pertama gandaan 2 dan kotak *B* diisi dengan tiga keping kad, tiga sebutan pertama gandaan 3. Satu kad diambil secara rawak dari kotak *A* dan *B*. Dengan bantuan gambar rajah pokok, senaraikan semua unsur dalam ruang sampel bagi eksperimen ini dan hitung kebarangkalian peristiwa mendapat
 - (a) sekurang-kurangnya satu nombor gandaan dua dipilih.
 - (b) sekurang-kurangnya satu nombor gandaan tiga dipilih.
 - (c) satu nombor ganjil.

6.  Hazrin mempunyai hobi mengumpul setem. Dia mempunyai sejumlah 75 keping setem dari negara Indonesia, Singapura, Thailand, Filipina dan Malaysia. Sekeping setem diambil secara rawak. Kebarangkalian mendapat setem dari Thailand dan Filipina ialah $\frac{3}{5}$. Jika jumlah setem dari Singapura dan Indonesia menyamai jumlah setem dari Malaysia, hitung kebarangkalian mendapat setem dari Malaysia.

INTI PATI BAB

KEBARANGKALIAN MUDAH

Ruang Sampel

Ruang sampel ialah set semua kesudahan yang mungkin bagi suatu eksperimen dan diwakili dengan huruf *S*.

Peristiwa

Peristiwa ialah set kesudahan yang memenuhi syarat bagi suatu ruang sampel dan merupakan subset bagi ruang sampel.

Kebarangkalian suatu peristiwa = $\frac{\text{Bilangan suatu peristiwa berlaku}}{\text{Bilangan kesudahan yang mungkin}}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Kebarangkalian bagi peristiwa pelengkap suatu peristiwa, $P(A')$




$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

REFLEKSI DIRI

Pada akhir bab ini, saya dapat:

- | | | | |
|--|---|---|---|
| |  |  |  |
| 1. Melaksanakan eksperimen kebarangkalian mudah, dan seterusnya menentukan nisbah $\frac{\text{kekerapan berlakunya suatu peristiwa}}{\text{bilangan cubaan}}$ sebagai kebarangkalian eksperimen bagi suatu peristiwa. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2. Membuat kesimpulan tentang kebarangkalian eksperimen suatu peristiwa apabila bilangan cubaan cukup besar. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3. Menentukan ruang sampel dan peristiwa bagi suatu eksperimen. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4. Membina model kebarangkalian suatu peristiwa, dan seterusnya membuat perkaitan antara kebarangkalian teori dengan kebarangkalian eksperimen. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5. Menentukan kebarangkalian suatu peristiwa. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6. Memerihalkan peristiwa pelengkap dalam perkataan dan dengan menggunakan tatatanda set. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7. Menentukan kebarangkalian peristiwa pelengkap. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8. Menyelesaikan masalah yang melibatkan kebarangkalian suatu peristiwa. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

PROJEK MINI

Bahagikan kelas anda kepada lima kumpulan. Setiap kumpulan akan membuat lima jenis permainan dan sediakan lima soalan kebarangkalian untuk setiap permainan.

Kumpulan 1 : Model 2 biji dadu adil.

Kumpulan 2 : Model 2 keping duit syiling berlainan nilai.

Kumpulan 3 : Papan putaran.

Kumpulan 4 : Kotak hitam yang mengandungi kad bernombor.

Kumpulan 5 : Dam ular dan tangga.

Kumpulkan permainan tersebut di sudut kelas anda.

Jawapan



BAB 1 POLA DAN JUJUKAN

JOM CUBA 1.1

1. (a)
- (b)
2. (a) Pola: menambah nombor sebelumnya dengan 7.
 (b) Pola: menolak nombor sebelumnya dengan 3.
 (c) Pola: menambah nombor sebelumnya dengan 4.
 (d) Pola: membahagi nombor sebelumnya dengan 2.
 (e) Pola: menolak nombor sebelumnya dengan $\frac{1}{4}$.
 (f) Pola: mendarab nombor sebelumnya dengan -3.

3. (i) 37, 55, 73, 91, 109... Pola: menambah 18
 (ii) 28, 46, 64, 82, 100... Pola: menambah 18
4. 1, , 2, , , ,
5.

JOM CUBA 1.2

1. (a) Pola (b) Pola
 (c) Bukan pola (d) Bukan pola
 (e) Bukan pola (f) Bukan Pola
2. (a) 34, 28, , 16, , , ...
 (b) , , 32, 16, , 4, ...
 (c) 0.07, , 1.12, , 17.92, ...
 (d) $1\frac{1}{10}$, 1, , , , ...
 (e) 0.2, 2.4, 28.8, , , ...
 (f) , -80, -16, , , ...
 (g) , $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$, , , ...
 (h) -8.1, , -4.1, -2.1, , ...

3. (a) 42, , , , , , ...
 (b) 96, , , , , , ...

JOM CUBA 1.3

1. (a) Mendarab nombor sebelumnya dengan 3.
 (b) Membahagi nombor sebelumnya dengan 2.
2. (a) $2n$ $n = 1, 2, 3, \dots$
 (b) $5 + 3n$ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
 (c) $3 + 3n$ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
 (d) $3 - 2n$ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
3. (a) $T_7 = 45$ (b) $T_7 = 13$ (c) $T_7 = -7.3$
 $T_{11} = 77$ $T_{11} = 19$ $T_{11} = -9.7$
4. (a) 30 minit (b) 10:00 pagi (c) 3:00 petang

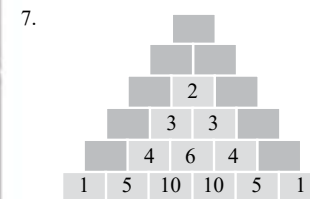
MENJANA KECEMERLANGAN

- 1.
2. (a) menambah 6 (b) menolak 4
 (c) mendarab 3 (d) membahagi 6
3. (a) **Nombor**
 +2
Perkataan
 Menambah nombor sebelumnya dengan 2.
Ungkapan algebra
 $2x$ $x = 1, 2, 3, 4, \dots$

- (b) **Nombor**
 $\div 2$
Perkataan
 Membahagi nombor sebelumnya dengan 2.
Ungkapan algebra
 $\frac{100}{2^n}$ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
4. (a) 1, 3, 5, , 9, , ...
 (b) , , -20, -10, -5
 (c) 268, , , 169, 136, , ...
 (d) $\frac{1}{2}$, , $\frac{1}{3}$, , $\frac{1}{6}$

5. (a) $x = 2$
 (b) (i) Pola ialah -7
 (ii) Menolak nombor sebelumnya dengan 7
 (iii) $9 - 7n$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

6. 0, 1, 1, , , , ...



8. (a) $x = 3$
 (b) -61
9. (a) Menambah 6
 (b) 6, 12, 18, ...
 (c)
- (d) 36 butang

10. 841.86 m²

11.

Ubat	1	2	3
Demam	8:30 pagi	4:30 petang	12:30 pagi
Antibiotik	8:30 pagi	8:30 malam	
Selesema	8:30 pagi		

BAB 2 PEMFAKTORAN DAN PECAHAN ALGEBRA

JOM CUBA 2.1

1. (a) $(a + 2)(a + 1)$ (b) $(4x - 3)(4x - 3)$
2. (a) $3x + 6$ (b) $32x - 12$
 (c) $2a + 10$ (d) $6p^2 - 8p$
 (e) $-\frac{rs}{4} + r$ (f) $-2pr + 4pq$
 (g) $15bc - 18$ (h) $14ef + 21e$
 (i) $16g + 8g^2h$
3. (a) $a^2 + 3a + 2$ (b) $x^2 - x - 20$
 (c) $10 + 3m - m^2$ (d) $12p^2 - 11p + 2$
 (e) $12r^2 - 11r + 2$ (f) $8r^2 - 3s^2 - 2rs$
 (g) $6d^2 - \frac{5}{2}db + \frac{1}{4}b^2$ (h) $r^2 - 6rs + 9s^2$
 (i) $16e^2 - 24e + 9$
4. (a) $17b - 4a + 3$ (b) $-4m - 17mn$
 (c) $-5h^2 + 4hj + j^2$ (d) $3x^2 - y^2 + 4xy$

5. (a) $4p^2 - 12p + 9$ (b) $\frac{3}{2}y^2 - \frac{5}{2}y + 1$
 (c) $10x^2 - 11x - 6$ (d) $5w^2 + w$
6. $p^2 - 2p + 2$
7. $(5x^2 - 17x + 6)m^2$
8. $\sqrt{33y^2 - 34y + 8}$

JOM CUBA 2.2

1. (a) 1, 2, 4, 4y (b) 1, b
 (c) 1, w (d) 1, 5, m
 (e) 1, c (f) 1, 2, b
2. (a) $5(e + 2)$ (b) $2a(b - 4a)$
 (c) $3ab(c + 2a)$ (d) $4x(1 - 3x)$
 (e) $f(e + f + g)$ (f) $2x(x - 2y + 3w)$
3. (a) $(b - 9)(b + 9)$ (b) $(a + b)(a - b)$
 (c) $(x + 1)(x - 1)$ (d) $(4y - 7)(4y + 7)$
 (e) $(m + 7)(m - 1)$ (f) $(2x + 1)(2x - 5)$
4. (a) $(x + 2)(x + 7)$ (b) $(x - 2)(x + 9)$
 (c) $(x - 8)(x + 3)$ (d) $(m - 2)(m + 13)$
 (e) $(y - 5)(y + 3)$ (f) $(k - 4)^2$
 (g) $(m - 6)(2m + 1)$ (h) $(3f - 2)^2$
 (i) $(2m - 4)(m + 4)$ (j) $(2x - 7)(x + 1)$
 (k) $(6y - 5)(2y + 3)$ (l) $(5p - 4)(p + 2)$
 (m) $(5m - 4)(-m - 2)$ (n) $(-p + 2)(3p - 2)$
 (o) $(-2x + 3)(3x + 5)$

5. (a) $(p - r)(q - w)$ (b) $(x + y)(x + 6)$
 (c) $(3a + c)(b - 3d)$ (d) $(h + j)(a - b)$
 (e) $(m - n)(j + y)$ (f) $(3x + 4p)(3y - z)$
6. (a) $2y^2 + 3y - 8$ (b) 1 bidang

JOM CUBA 2.3

1. (a) $(2b - 5)(2b + 1)$ (b) $(m - 1)(m + 7)$
 (c) $(p - 12)(p + 2)$ (d) $7x^2 - 7x - 3$
 (e) $4c^2 - 2c + 9$
2. (a) $\frac{6y}{5}$ (b) $\frac{2m + 7n}{m - 2n}$ (c) $\frac{r + s}{2r + 3s}$
3. (a) $\frac{5p - 2}{p^2}$ (b) $\frac{2s}{9}$ (c) $\frac{12 - 3z}{4(x + y)}$
4. (a) $\frac{9u + 20v}{12}$ (b) $\frac{5t - 12s}{30st}$ (c) $\frac{6s + 4r - 8}{3rs - 6s}$
5. (a) $\frac{4m + 3n}{36}$ (b) $\frac{6m + n^2}{6m^2n}$ (c) $\frac{20 + 3d}{5d^2g}$
6. (a) $\frac{x - 1}{y}$ (b) $\frac{2a + 5}{4}$ (c) $\frac{l}{m - n}$
 (d) $\frac{l}{2k + 1}$ (e) $\frac{c - 3}{2}$

7. (a) $\frac{6}{(a-3)(3+a)}$ (b) $\frac{hy}{(k-2)(h+3)}$
 (c) $\frac{6m^2n}{(m-n)(n-2m)}$ (d) $\frac{2rs-8r}{rs+5s-2r-10}$
8. (a) $\frac{2}{m(x-a)}$ (b) $\frac{5r}{s(1-2r)}$
 (c) $\frac{x+3}{5x}$ (d) $\frac{-2f(e+2f)}{3e(e-3f)}$
9. (a) $\frac{5a(a+b)}{3b(2a+3)}$ (b) $\frac{3}{2a}$
 (c) $\frac{y}{3x^2}$ (d) $\frac{1}{eg}$
10. (a) $\frac{xy(x+1)}{(x+y)^2}$ (b) $\frac{2q(p+1)}{2p-1}$
 (c) $\frac{pr}{(r-1)(q+r)}$ (d) $\frac{t(2t+1)}{(2t-1)(s-r)}$

MENJANA KECEMERLANGAN

1. (a) $3a+6b$ (b) $n^2-3n-10$
 (c) $a^2+4ab+4b^2$ (d) $16x^2-8xy+y^2$
 (e) $6v^2+\frac{v}{3w}-\frac{2}{9w^2}$ (f) $13h^2-10hk+k^2$
2. (a) $6m(2-3m)$ (b) $(y+9)(y-9)$
 (c) $4ab(1-2a)$ (d) $(x-4y)(x+4y)$
 (e) $(s-4)(s-2)$ (f) $(x+1)(x+3)$
 (g) $(x-3)(x+5)$ (h) $(x+2)(x+4)$
 (i) $(2c-b)(3d-e)$
3. (a) $\frac{3a-2b+2}{4v}$ (b) $\frac{12ec-25abd}{20abc}$
 (c) $\frac{20-3f}{5f^2g}$ (d) $\frac{pn+2p+nm}{m^2p}$
 (e) $\frac{15x^2+2y^2-2y}{24xyz}$ (f) $\frac{9rsz+4-2r}{36yz}$
4. $(k+4)$ cm
5. $4x^2+4x-6$
6. (i) 25 buah (ii) 21 unit
7. (i) $2x^2+14x-10$
 (ii) RM $(16x^3+112x^2-80x)$
8. (i) $\frac{7+4x}{2}$ (ii) 2 jam
9. $\frac{3x^2+8x+4}{18}$ cm²
10. (i) xy (ii) $(xy-2x)m$ (iii) $18xy$

BAB 3 RUMUS ALGEBRA

JOM CUBA 3.1

1. (a) $m=z+qp$ (b) $u=v-2$
 (c) $x=\frac{7w}{3y}$ (d) $b=\frac{4}{3a}-5$
 (e) $u=\frac{3}{5q+5}$ (f) $v=\frac{5}{2w+4}$
 (g) $b=\frac{(2a-5)^2}{3}$ (h) $w=6t$
 (i) $m=-\frac{\sqrt{4p-8}}{3}$ (j) $r=\frac{4s-7}{3}$
2. $z=29.75x+40.5y$
3. (a) (i) $c=16$ (b) (i) $p=2$
 (ii) $d=\frac{1}{2}$ (ii) $q=2$
 (c) (i) $m=-6$ (d) (i) $n=\sqrt{13}$
 (ii) $n=3$ (ii) $m=\frac{1}{16}$
 (e) (i) $u=6$ (f) (i) $p=0$
 (ii) $r=\frac{3}{2}$ (ii) $q=\frac{9}{2}$
 (iii) $s=4$ (iii) $r=-4$
 (g) (i) $a=\frac{1}{3}$ (h) (i) $s=12$
 (ii) $b=2$ (ii) $t=\sqrt{50}$
 (iii) $c=6$ (iii) $u=\sqrt{\frac{7}{4}}$
4. (a) $z=5.9x+3.6y$ (b) $b=\frac{24p-7}{q}$
 (c) $P=0.85(35m+76n)$ (d) $x=\text{RM}0.1st$

MENJANA KECEMERLANGAN

1. (a) $A=x^2$ (b) $p=5+3h$
 (c) $a=\frac{v_2-v_1}{t}$
2. (a) $q=\frac{m-p}{-3}$ (b) $w=p-x$
 (c) $g=\frac{2e-3h}{4}$ (d) $q=m-8p$
 (e) $v=\sqrt{\frac{w}{3}}$ (f) $n=\sqrt{\frac{8m}{3}}$
 (g) $v=36w^2-1$ (h) $k=\frac{16}{f^2}+7$

3. (a) (i) $w=-2$ (b) (i) $b=\frac{2}{9}$
 (ii) $x=-\frac{15}{19}$ (ii) $c=8$
 (iii) $y=29$ (iii) $d=3$
- (c) (i) $p=-\frac{1}{6}$ (d) (i) $s=-\frac{1}{5}$
 (ii) $q=-\frac{1}{19}$ (ii) $t=-46$
 (iii) $r=1\frac{1}{6}$ (iii) $u=-\frac{2}{11}$
4. $z=65xy$
5. $t=13\frac{1}{3}$ s minit
6. $x=4$
 $y=7$

BAB 4 POLIGON

JOM CUBA 4.1

1. (a) Poligon tak sekata (b) Poligon tak sekata
 (c) Poligon sekata (d) Poligon sekata
 (e) Poligon tak sekata (f) Poligon sekata
 (g) Poligon sekata (h) Poligon sekata
 (i) Poligon sekata
2. (a) satu paksi simetri (b) 2 paksi simetri
 (c) tiada paksi simetri (d) tiada paksi simetri
- 3.
- | Nama Poligon | Bilangan Sisi | Bilangan Bucu | Bilangan Paksi Simetri |
|--------------|---------------|---------------|------------------------|
| Heksagon | 6 | 6 | 6 |
| Heptagon | 7 | 7 | 7 |
| Oktagon | 8 | 8 | 8 |
| Nonagon | 9 | 9 | 9 |
4. Jawapan murid
5. Jawapan murid

JOM CUBA 4.2

- 1.
- | Bilangan segi tiga di dalam poligon | Jumlah sudut pedalaman |
|-------------------------------------|------------------------|
| 3 | 540° |
| 4 | 720° |
| 5 | 900° |
| 6 | 1 080° |
| 7 | 1 260° |

2. (a) Sudut pedalaman: a, g, e, c
 Sudut peluaran: b, d, f, h
 (b) Sudut pedalaman: a, b, c, d, e
 Sudut peluaran: f, g, h, i, j
3. (a) $x=150^\circ$ (b) $x=100^\circ$
 (c) $x=22^\circ$ (d) $x=54^\circ$
4. (a) $p=80^\circ$ (b) $p=68^\circ$
 $q=55^\circ$ $q=100^\circ$
 $r=125^\circ$ $r=88^\circ$
5. (a) $a+b+c=300^\circ$ (b) $a+b+c=170^\circ$
 (c) $a+b+c=265^\circ$ (d) $a+b+c=254^\circ$
6. (a) 7 sisi (b) 8 sisi (c) 9 sisi
7. (a) Dekagon (b) $y=144^\circ$
8. $x=117^\circ$

MENJANA KECEMERLANGAN

1. (a) Jawapan murid (b) Jawapan murid
2. (a) $p=40^\circ$ (b) $p=45^\circ$ (c) $p=75^\circ$
 $q=135^\circ$ $q=95^\circ$ $q=140^\circ$
 $r=95^\circ$ $r=50^\circ$ $r=105^\circ$
3. (a) $x=50^\circ$ (b) $x=42.5^\circ$ (c) $x=80^\circ$
4. (a) $\frac{360^\circ}{45^\circ}=8$ sisi (b) $\frac{360^\circ}{36^\circ}=10$ sisi
 (c) $\frac{360^\circ}{40^\circ}=9$ sisi (d) $\frac{360^\circ}{30^\circ}=12$ sisi
5. (a) $x+y=215^\circ$ (b) $x+y=180^\circ$
 (c) $a+b+c+d=425^\circ$
6. Jawapan murid
7. 17 sisi
8. $p+q=276^\circ$
9. $\angle CBM=58^\circ$
10. (a) $h=20^\circ$
 (b) Sudut pedalaman = 140°
 Sudut peluaran = 40°
 (c) Bilangan sisi, $n=\frac{360^\circ}{40^\circ}=9$, nonagon
11. $x=54^\circ$
12. Tidak boleh, kerana jumlah sudut pedalaman mesti mempunyai nilai $(n-2) \times 180^\circ$ dengan $n=3, 4, \dots$
13. 12 sisi
14. $x=72^\circ$
15. $x=12^\circ$

BAB 5 BULATAN

JOM CUBA 5.1

- (i) pusat bulatan
(ii) diameter
(iii) sektor minor
(iv) jejari
(v) lengkok minor
(vi) perentas
(vii) tembereng minor
- Jawapan murid



- Jawapan murid
- Jawapan murid

JOM CUBA 5.2

- $KL = 24$ cm
- $KOM = 45$ cm

JOM CUBA 5.3

- (a) 44.00 cm (b) 352.00 cm
(c) 28.91 mm (d) 308.00 mm
- (a) 7.80 cm (b) 3.90 cm
- (a) 1386.00 m² (b) 9 856.00 mm²
(c) 154.00 cm² (d) 6.16 cm²
- (a) 3.50 cm (b) 22.00 cm
- 18.87 cm²
- 102.75 cm²
- (a) 14.00 cm (b) 7.04 cm
(c) 14.70 cm (d) 31.51 cm
- (a) 10.8° (b) 7.2° (c) 25°
- 70 cm
- $25\pi - 49$

MENJANA KECEMERLANGAN

- (a) 3 cm (b) 3 cm (c) 4 cm
- 51.71 m²
- 66 cm²
- 122.9 cm²
- 550 cm²
- 2 827.8 cm²

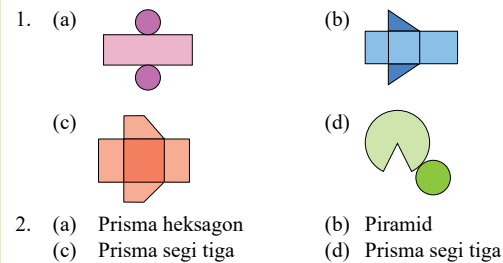
BAB 6 BENTUK GEOMETRI TIGA DIMENSI

JOM CUBA 6.1

- (a) (i) Mempunyai satu tapak berbentuk bulatan.
(ii) Mempunyai satu permukaan melengkung yang bertemu di puncak kon.
(b) (i) Mempunyai 6 permukaan berbentuk segi empat sama.
(ii) Mempunyai sisi dan bucu.
(c) (i) Mempunyai satu puncak.
(ii) Mempunyai sisi dan bucu.
(d) (i) Dua tapak berbentuk bulatan yang kongruen dan selari.
(ii) Permukaan sisi melengkung yang mencantumkan dua tapak.

- (a) kon (b) piramid (c) sfera

JOM CUBA 6.2



- (a) Prisma heksagon (b) Piramid
(c) Prisma segi tiga (d) Prisma segi tiga

JOM CUBA 6.3

- (a) 282.86 cm² (b) 754.29 cm²
(c) 84 cm²
- (a) 1 257.14 cm² (b) 66 980.57 mm²
(c) 1 5150 cm²
- (a) 455.71 m² (b) 361.43 cm²
(c) 1 428.57 cm²

JOM CUBA 6.4

- (a) 576.19 cm³ (b) 618.67 cm³ (c) 142.48 cm³
- (a) 157.14 cm³ (b) 183.43 cm³ (c) 146.79 cm³
- 2 192.67 cm³
- 2 blok piramid

MENJANA KECEMERLANGAN

- (a) Kubus (b) Piramid segi tiga
(c) Prisma heksagon
- 8 cm
- (a) 60 mm (b) 8.5 cm (c) $t = 9$ cm

- (a) 4 790.76 cm³ (b) 13 967 guli
- 30 tiub
- 81 ketul manisan
- 770 cm²
- 45 cm

BAB 7 KOORDINAT

JOM CUBA 7.1

- (a) 4 unit (b) 5 unit
(c) 8 unit (d) 14 unit
- (a) 4.47 cm (b) 1341.64 cm
(c) 12.37 unit (d) 11.4 unit
- (a) 4 unit (b) 18 unit
(c) 7 unit (d) 1 unit
- (a) $a = 3, b = 3$ (b) $a = 1, b = 4$
(c) $a = -2, b = 2$ (d) $a = -4, b = 1$
- (a) 5.66 unit (b) 5.83 unit
(c) 7.07 unit (d) 12.53 unit
- 5.39 unit
- 7 unit
- 5.83 unit
- $a = 2, b = 7$
- (a) (4, 1) (b) (2, -1)
(c) (5, 2) (d) (0, 0)
- 15.91 unit
- 15.71 unit

JOM CUBA 7.2

- (a) B (b) B
- (a) (4, 8) (b) (4, 2) (c) (2, 5)
- (a) (3, 6) (b) (6, 4)
(c) (4, 0) (d) (-2, 3)
- (a) (-1, 4) (b) (3, -2)
(c) (4, 1) (d) (3, 0)
- $P(-4, 6)$
 $R(-4, -4)$
- (a) $a = 4, b = 3$ (b) 8 unit (c) (3, 4)
- (a) $m = 4, n = 6$ (b) (-2, 6) (c) (2, -6)
- $A(3, -1)$

- $s = 8, u = 3$
- (a) $a = 1$ (b) $B(7, 1)$

JOM CUBA 7.3

- (a) (-2, 1) (b) (0, 5)
(c) (1, 3) (d) 4.47 unit
- (a) 14.4 unit (b) (-2, -2) (c) (-2, 4)
- (a) (4, 3) (b) (4, -3) (c) 6 unit
- (a) $K(-4, 1)$ (b) (0, 1)
 $L(4, 1)$
- (2, 3), 3.6 unit

MENJANA KECEMERLANGAN

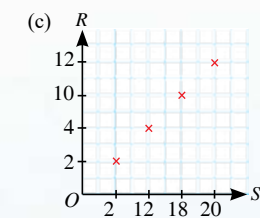
- (a) K (b) A
(c) H (d) D
- (-4, 5)
- $P'(6, 2)$
 $Q'(3, -4)$
 $R'(-3, 0)$
Jarak $P'Q' = 6.7$ unit
Jarak $R'Q' = 7.2$ unit
- 20 unit²
- 10 unit²
- 8 unit²

BAB 8 GRAF FUNGSI

JOM CUBA 8.1

- (a) (9, 18) (b) banyak kepada banyak
- $b = 7$
- (a) fungsi (b) fungsi (c) bukan fungsi
- (a) fungsi (b) bukan fungsi
- (a) $\{(10, 2), (12, 4), (18, 10), (20, 12)\}$

S	10	12	18	20
R	2	4	10	12



- (d) $R = S - 8$

6. $a=9$ $b=15$

7. (a) domain $\{-5, 2, 4\}$, julat $\{0, 8, 15, 16\}$ (b) domain $\{-4, 0, 1, 4\}$, julat $\{-5, -3, 1, 2, 4\}$

JOM CUBA 8.2

1. (a)

x	0	1	2	3	4
y	2	5	8	11	14

(b)

x	0	1	2	3	4
y	0	2	8	18	32

(c)

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	1	2	3	10	29

2. (a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4

(b)

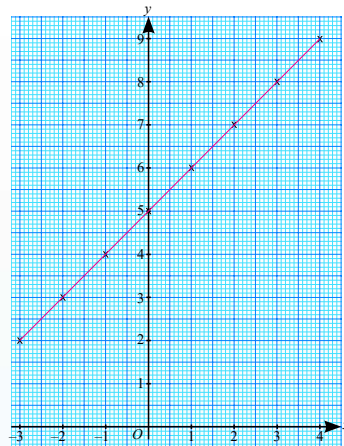
x	-1	0	1	2	3
y	-4	-5	-2	5	16

(c)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-30	-9	-6	-3	18	75	186

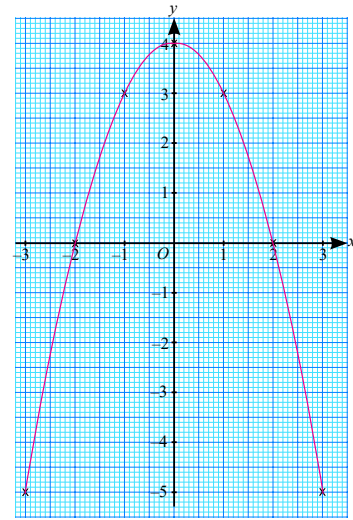
3. (a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2	3	4	5	6	7	8	9



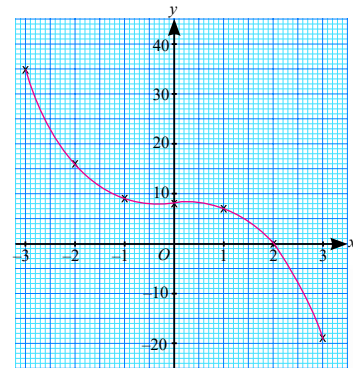
(b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5



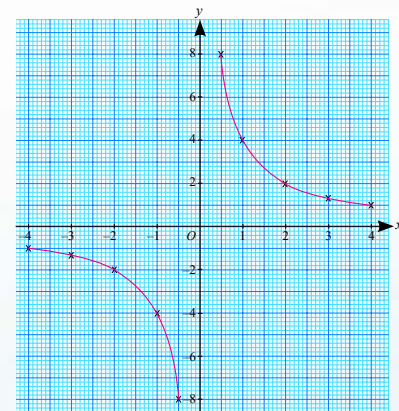
(c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	35	16	9	8	7	0	-19



(d)

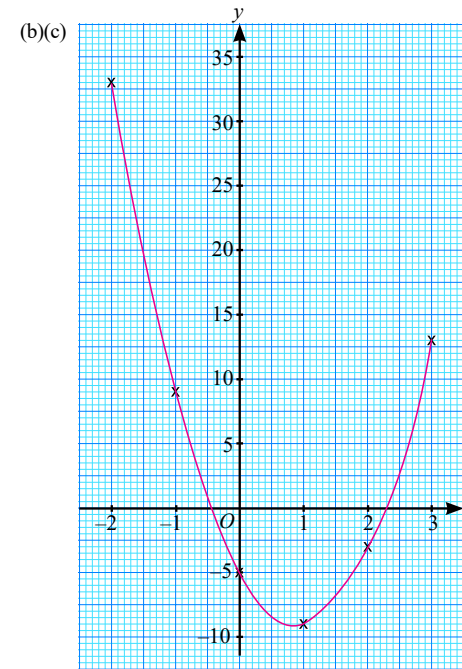
x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	-1	-1.33	-2	-4	-8	8	4	2	1.33	1



4. (a) (i) 30 km (ii) 42 km
(b) RM82.80

5. (a)

x	-2	-1	0	1	2	3
y	33	9	-5	-9	-3	13



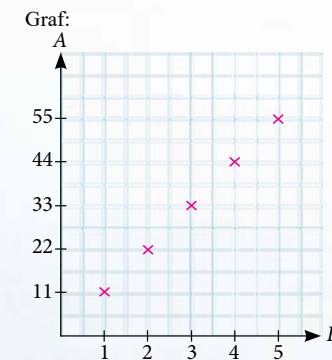
(d) 2.3, -0.4

MEJANA KECEMERLANGAN

1. (a) Ya (b) Bukan
2. (a) Pasangan tertib: $\{(1, 11), (2, 22), (3, 33), (4, 44), (5, 55)\}$

Jadual:

B	1	2	3	4	5
A	11	22	33	44	55

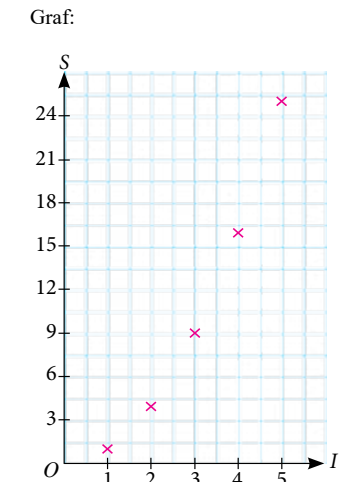


Persamaan: $f(x) = 11x$

- (b) Pasangan tertib: $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)\}$

Jadual:

I	1	2	3	4	5
S	1	4	9	16	25

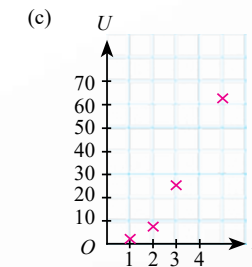


Persamaan: $f(x) = x^2$

3. (a) (i) L (ii) j
(b) $L = 4\pi j^2$
4. (a) $\{(1, 1), (2, 8), (3, 27), (4, 64)\}$

(b)

T	1	2	3	4
U	1	8	27	64



(d) $y = x^3$ atau $f(x) = x^3$

5. (a) (i) RM96 (ii) RM90 (iii) RM80
(b)

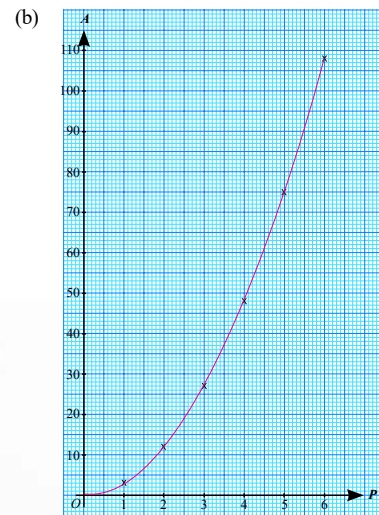
x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0



(d) (i) Hari ke-50 (ii) Hari ke-28

6. (a)

<i>p</i>	0	1	2	3	4	5	6
<i>A</i>	0	3	12	27	48	75	108



(c) (i) 80 m^2 (ii) 75 m^2

7. (a)

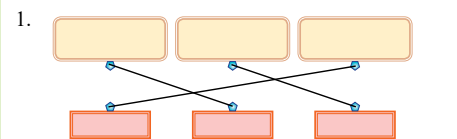
Bilangan kemeja-T	10	30	50	70
Kos (RM)	100	200	300	400

- (b) RM 50 ialah kos penghantaran.
 (c) RM 390
 (d) 72 helai
8. (a) 15 m (b) 1.5 saat dan 6.5 saat
 (c) 8 saat (d) 16 m
 (e) Menaik dan menurun
9. (a) RM8
 (b) Syarikat A kerana Syarikat A hanya mengenakan bayaran RM4 bagi satu jam penggunaan manakala Syarikat B mengenakan bayaran RM5 bagi satu jam penggunaan.

- (c) Syarikat B kerana dengan RM7, Zarul boleh menggunakan basikal itu selama 3 jam manakala Syarikat A hanya 2 jam 30 minit sahaja.
 (d) 2 jam pertama
 (e) RM10
10. (a) (i) RM 3 (ii) RM2.80
 (b) Syarikat Berjaya kerana bayaran yang dikenakan hanya RM4.40 manakala bagi Syarikat Maju bayaran yang dikenakan ialah RM5.
 (c) Umai mesti memilih Syarikat Berjaya kerana masa perbualannya lebih panjang daripada Syarikat Maju.

BAB 9 LAJU DAN PECUTAN

JOM CUBA 9.1



1. (a) 120 km (b) 1543.5 km
 (c) 16.5 m (d) 666.67 km
2. 8.29 m/s
3. jam 1154
4. (a) 833.33 m/min (b) 2.88 km/j
 (c) 1.83 km/minit
5. 114.29 km/j
6. 93.24 km/j

JOM CUBA 9.2

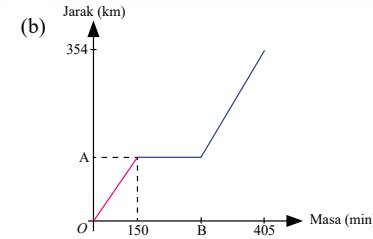
1.

Situasi	Pecutan	Betul/Salah
(a)		Betul
(b)		Salah
(c)		Betul
(d)		Salah

2. (a) 100 km/j (b) -360 km/j
3. 0.5 ms^{-2}
4. 8.75 cms^{-2}

MENJANA KECERMLANGAN

1. Laju Seragam: lif, jam, kipas
 Laju Tak Seragam: ombak, angin, bas mini
2. (a) 180 km/j^2 (b) -200 km/j^2
 (c) 120 km/j^2
3. (a) 30 minit (b) 7:10 pagi
4. (a) $A = 185 \text{ km}$, $B = 185 \text{ min}$



- (c) 52.44 km/j
5. (a) 0.38 m/min^2 (b) 5.2 min
 (c) 1 m/min (d) 180 saat
6. $x = 315 \text{ km}$

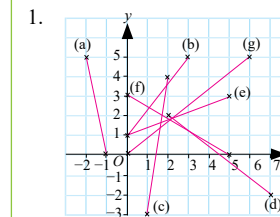
BAB 10 KECERUNAN GARIS LURUS

JOM CUBA 10.1

1. (a) Jarak mencancang = 4 m
 Jarak mengufuk = 6 m
 (b) Jarak mencancang = 12 m
 Jarak mengufuk = 3 m
 (c) Jarak mencancang = 16 m
 Jarak mengufuk = 2 m
2. (a) *AB*
 Mencancang = 3 unit
 Mengufuk = 3 unit
 (b) *CD*
 Mencancang = 8 unit
 Mengufuk = 1 unit
 (c) *PQ*
 Mencancang = 6 unit
 Mengufuk = 4 unit
3. Mencancang = 36 cm
 Mengufuk = 36 cm
4. (a) Mencancang = 6 unit
 Mengufuk = 5 unit
 (b) Mencancang = 4 unit
 Mengufuk = 5 unit
 (c) Mencancang = 4 unit
 Mengufuk = 2 unit
 (d) Mencancang = 4 unit
 Mengufuk = 4 unit
 (e) Mencancang = 6 unit
 Mengufuk = 1 unit
 (f) Mencancang = 9 unit
 Mengufuk = 3 unit
5. (a) Pintasan $-y = 4$
 Pintasan $-x = 8$
 (b) Pintasan $-y = -7$
 Pintasan $-x = 3$
 (c) Pintasan $-y = 3$
 Pintasan $-x = -5$
 (d) Pintasan $-y = -2$
 Pintasan $-x = -1$

6. (a) *AB* (b) *EF*
 7. (a) Negatif (b) Positif
 (c) Negatif (d) Negatif
8. (a) 2 (b) 4 (c) $\frac{2}{7}$
9. (a) 2 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) $-\frac{5}{6}$ (d) $-\frac{4}{7}$
10. (a) 3 (b) 9
 (c) $\frac{5}{3}$ (d) $-\frac{3}{4}$
11. (a) $-\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{10}{9}$
 (c) $\frac{8}{3}$ (d) -1

MENJANA KECERMLANGAN



1. (a) Negatif (b) Positif
 (c) Positif (d) Negatif
 (e) Positif (f) Negatif
 (g) Positif
2. $\frac{11}{7}$
3. (c) mempunyai kecerunan paling curam
4. (a) -8 (c) -12
 (e) 2 (f) -5
5. -3
6. $Q(-3, 4)$
7. Pintasan $-x = 9$
8. $\frac{4}{3}$
9. $(-6, 0)$
10. (a) 0.67 (b) 9.01 m
11. (a) 20 ms^{-1} (b) $v = 42 \text{ m/s}$
12. Kecerunan = $\frac{3}{2}$
 Luas permukaan = 14.42 m^2

BAB 11 TRANSFORMASI ISOMETRI

JOM CUBA 11.1


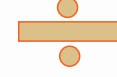
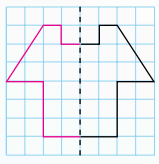
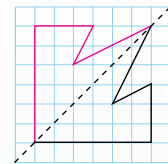
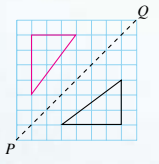
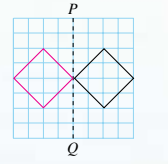
- (a) Transformasi (b) Transformasi
(c) Bukan Transformasi (d) Bukan Transformasi
- (a) T (b) QR (c) $\angle UVQ$
- (a) bukan (b) bukan
(c) kongruen kerana sama rupa bentuk (d) kongruen kerana sama rupa bentuk

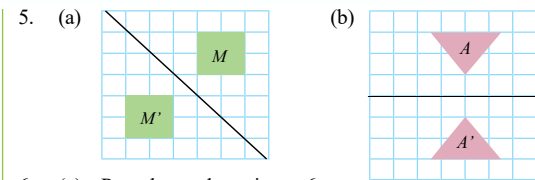
	Segi tiga	Sisi	Garis	Sudut	Sudut
i			RQ		$\angle PRQ$
ii	BC			$\angle CBA$	

JOM CUBA 11.2

- (a) Translasi (b) Bukan
(c) Translasi (d) Bukan
- (a) $(7, -1)$ (b) $(9, 3)$
(c) $(2, -4)$ (d) $(3, -8)$
- (a) $(-2, -8)$ (b) $(2, -9)$
(c) $(7, -4)$ (d) $(-8, -6)$
- (a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$
- (a) $(5, -8)$ (b) $(2, 7)$
(c) $(3, 3)$ (d) $(-5, -17)$
- (a) $(1, -7)$ (b) $(7, -8)$

JOM CUBA 11.3

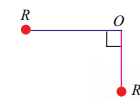
- (b)  (c) 
- (a)  (b) 
- (a)  (b) 
- $P(-1, 7)$ $Q(-4, -2)$
 $R(5, -3)$ $S(8, 7)$



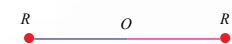
- (a) Pantulan pada garis $y = 6$
(b) Pantulan pada garis $x = -2$
(c) Pantulan pada garis $y = 3$
(d) Pantulan pada garis $y = 1$
- (a) Pantulan pada paksi y
(b) Pantulan pada paksi x
(c) Pantulan pada paksi y
(d) Pantulan pada garis $x = 3$
- (a) $(-3, 7)$ (b) $(7, 4)$

JOM CUBA 11.4

- (a) Berputar 90° ikut arah jam berpusat di P .
(b) Putaran 90° lawan arah jam berpusat di P .
(c) Putaran 90° lawan arah jam berpusat di P .
(d) Putaran 90° ikut arah jam berpusat di P .
- (a) Putaran 90° ikut arah jam pada titik P .
(b) Putaran 180° lawan arah jam / ikut arah jam pada titik P .
(c) Putaran 180° lawan arah jam / ikut arah jam pada titik T .
(d) Putaran 90° ikut arah jam berpusat di asalan.
- Putaran 90° lawan arah jam pada pusat O .



Putaran 180° pada pusat O .



- Koordinat:
 $P(-4, 0)$ $R(-1, -2)$
 $Q(0, 2)$ $S(-1, 6)$

JOM CUBA 11.5

- (a) Transformasi isometri
(b) Bukan transformasi isometri
(c) Transformasi isometri
(d) Transformasi isometri
- (a) Transformasi isometri
(b) Transformasi isometri
(c) Transformasi isometri
- A : Translasi
 B : Putaran
 C : Pantulan
- K, L dan M
- $x = 100^\circ$

JOM CUBA 11.6

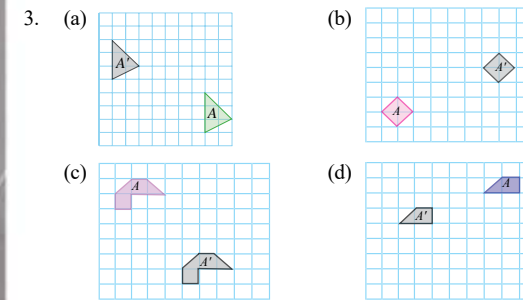
- (a) \checkmark (b) \times (c) \times (d) \times
- (a) Tiada (b) 2 peringkat
(c) 4 peringkat (d) 1 peringkat

Ikut arah jam	Lawan arah jam
(i) peringkat 2	peringkat 4
(ii) peringkat 2	peringkat 4
(iii) peringkat 5	peringkat 1

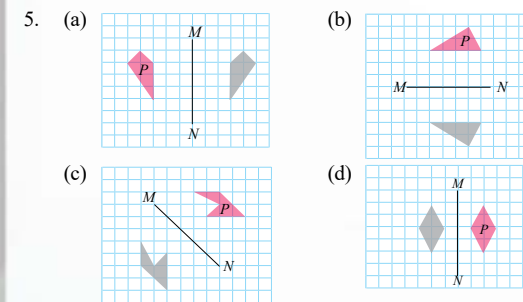
- $(2, 8)$

MEJANA KECEMERLANGAN

- (a) F (b) U
- (a) translasi kerana kedudukan berubah
(b) bukan
(c) translasi kerana kedudukan berubah



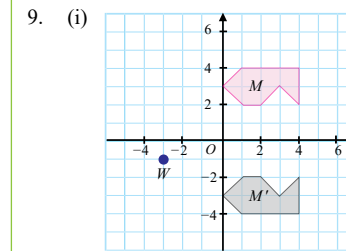
- (a) $(-2, 0)$ (b) $(1, -3)$
(c) $(-7, 2)$ (d) $(-5, 2)$
(e) $(-4, -2)$ (f) $(2, -5)$



- Koordinat:
 $C(5, 2)$
 $D(7, -2)$
 $E(2, -4)$
 $F(3, 1)$

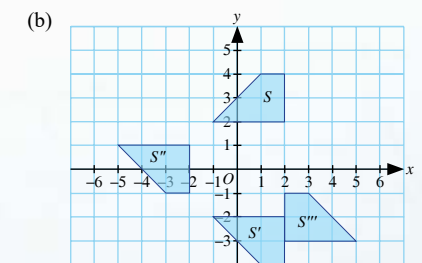
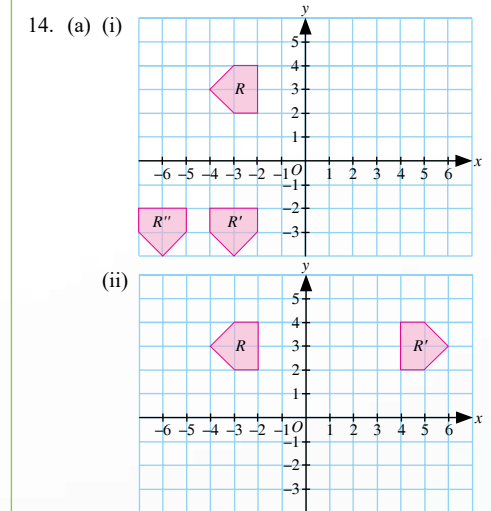
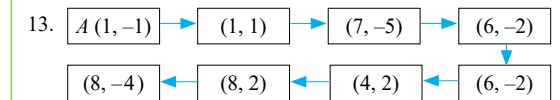
- Koordinat:
 $K(3, -1)$
 $L(1, 3)$
 $M(0, 3)$
 $N(3, -4)$

- (a) \checkmark (b) \checkmark (c) \times (d) \checkmark



- $W' = (-3, 1)$

- (a) Putaran 90° ikut arah jam pada pusat $(-1, 1)$.
(b) Putaran 180° lawan arah jam pada pusat $(0, 2)$.
(c) Putaran 180° ikut arah jam pada pusat $(1, 0)$.
(d) Putaran 90° ikut arah jam pada pusat $(1, -1)$.
- (i) OBC (ii) OCD (iii) ODA
- (a) $P \rightarrow Q$ Pantulan pada garis $x = 4$
 $Q \rightarrow R$ Translasi $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$
 $R \rightarrow S$ Putaran 90° ikut arah jam pada pusat $(5, 1)$
(b) $(0, 4)$



$R =$ ialah pentagon manakala S ialah segi empat

15. (i) Translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
 (ii) Pantulan pada garis GH seperti rajah di bawah
-
- (iii) Putaran 90° ikut arah jam berpusat di P seperti rajah di bawah
-
- (iv) Putaran 90° lawan arah jam berpusat di P seperti rajah di bawah
-
- (v) Putaran 180° lawan arah jam / ikut arah jam berpusat di P seperti rajah di bawah
-

16. (a)
-
- (b)
-
- (c) Putaran 180° berpusat di asalan

17. Zainun akan melalui 3 peringkat simetri ikut arah jam atau 1 peringkat simetri lawan arah jam. Fauzah akan melalui 1 peringkat simetri ikut arah jam atau 3 peringkat simetri lawan arah jam.

BAB 12 SUKATAN KECENDERUNGAN MEMUSAT

JOM CUBA 12.1

- (a) 1 (b) RM7 dan RM8
(c) 60
- Saiz L
- (a) 0.5 (b) 32 dan 37
(c) RM2 (d) Kuning
- (a) 7 (b) 42.5 (c) 10
- 30
- (a) 5 (b) L
- (a) 7 (b) 3.06
- (a) 2 (b) 8
- 1 hari

10. (a)

Umur (tahun)	Gundalan	Kekerapan
6 - 10	/	1
11 - 15	/	1
16 - 20	/// /	6
21 - 25	////	4
26 - 30	////	4
31 - 35	////	4

(b)

Bilangan bola ping pong	Gundalan	Kekerapan
10 - 19	/	1
20 - 29	//	2
30 - 39	/// /	6
40 - 49	/// //	8
50 - 59	//	2
60 - 69	/	1

- (a) min = 11.3
median = 8.5
mod = 2
(b) median kerana mempunyai nilai ekstrem dalam data, iaitu 40
- (a) min = 7.2
median = 7
mod = 6
(b) min kerana tiada nilai ekstrem dalam data
- (a) min kerana tiada nilai ekstrem dalam data.
(b) median kerana data ini data numerik dan terdapat nilai ekstrem dalam datanya.
- (a) Min atau median (b) Mod
(c) Min

MENJANA KECEMERLANGAN

JOM CUBA 13.3

- 4
- (a) 70 (b) 12
- (a) 83 markah (b) 8 bungkus
- 20
- (a) min = 6.3
median = 6
mod = 6
(b) (i) 8.3, 8, 8 (ii) 12.7, 12, 12
(iii) 4.3, 4, 4 (iv) 3.2, 3, 3
- 16
- (a) (i) 284 (ii) 90
(b) 66
- (a) (i) 32.27 (b) 60%
(ii) 32
(iii) 32
- (a) (i) 32.17 (b) $\frac{3}{5}$
(ii) 32
(iii) 32
- (a) $x + 2 + y + 6 + 14 = 40$
 $x + y + 22 = 40$
 $x + y = 40 - 22$
 $x + y = 18$
(b) 6.4
(c) (i) 7 (ii) 10
- Emas - Yip
Perak - Ravi
Gangsa - Malek
- (a) min kerana markah min ialah 85. Alasannya dia masih mendapat A dalam subjek sejarah.
(b) 74 kerana daripada 5 ujian yang diduduki, 2 kali Joshua memperoleh 74 markah.

BAB 13 KEBARANGKALIAN MUDAH

JOM CUBA 13.1

1. Jawapan murid

JOM CUBA 13.2

- $\frac{3}{7}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{70}$

MENJANA KECEMERLANGAN

- (a) $S = \{P, E, M, B, E, L, A, J, A, R, A, N\}$
(b) $\{E_1, E_2, A_1, A_2, A_3\}$
(c) $\frac{7}{12}$
- (a) 24 kon (b) $\frac{7}{12}$
- 27 bidikan
- (a) $S = \{(a, a), (a, e), (a, i), (e, a), (e, e), (e, i), (i, a), (i, e), (i, i)\}$
(b) $S = \{(a, a), (e, e), (i, i)\}$
(c) $\frac{2}{3}$
- (a) 1 (b) 1 (c) $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{5}$

Asalan (*Origin*) Titik persilangan paksi mengufuk dan paksi mencancang dengan koordinat asalan ialah (0,0).

Bentangan (*Net*) Hamparan suatu bongkah tiga dimensi kepada bentuk dua dimensi.

Bentuk dua dimensi (*Two dimensional shapes*) Bentuk yang mempunyai dua ukuran iaitu panjang dan lebar.

Bentuk tiga dimensi (*Three dimensional shape*) Bentuk yang mempunyai tiga ukuran iaitu panjang, lebar dan tinggi.

Bulatan (*Circle*) Bentuk yang terhasil daripada semua titik pada satu satah yang jaraknya sama dari pusat bulatan.

Diameter (*Diameter*) Garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lilitan bulatan atau sfera dan melalui pusat bulatan atau sfera tersebut.

Faktor (*Factor*) Nombor, sebutan atau ungkapan algebra yang membahagi tepat suatu nombor, sebutan atau ungkapan yang diberikan.

Faktor sepunya (*Common factor*) Faktor yang membahagi tepat dua atau lebih nombor atau ungkapan algebra yang lain.

Fungsi (*Function*) Hubungan antara dua pemboleh ubah dalam suatu persamaan.

Fungsi bukan linear (*Non-linear function*) Fungsi yang mempunyai dua pemboleh ubah atau lebih dan kuasa tertinggi bagi pemboleh ubah tak bersandarnya selain satu.

Fungsi linear (*Linear function*) Fungsi yang mempunyai dua pemboleh ubah atau lebih dan kuasa tertinggi bagi pemboleh ubah tak bersandarnya ialah satu.

Graf fungsi (*Graph of function*) Graf yang terhasil daripada fungsi tertentu.

Hipotenus (*Hypotenuse*) Sisi yang bertentangan dengan sudut tegak dalam sesuatu segi tiga bersudut tegak.

Hubungan (*Relation*) Perkaitan antara dua atau lebih pemboleh ubah.

Ikut arah jam (*Clockwise*) Arah pergerakan atau putaran seperti arah jarum jam bergerak.

Imej (*Image*) Refleksi daripada objek.

Isometri (*Isometry*) Penjelmaan yang menunjukkan objek asal dan imejnya bersifat kongruen.

Jadual kekerapan (*Frequency table*) Data yang dikumpul di dalam satu jadual.

Jadual nilai (*Value of table*) Jadual yang menunjukkan nilai pemboleh ubah tak bersandar dan nilai pemboleh ubah bersandar dalam suatu fungsi.

Jarak (*Distance*) Panjang atau lebar dua titik kedudukan.

Jarak mencancang (*Vertical distance*) Panjang ukuran menegak.

Jarak mengufuk (*Horizontal distance*) Panjang ukuran melintang.

Jejari (*Radius*) Garis lurus yang menghubungkan pusat dengan titik pada lilitan bulatan atau permukaan sfera.

Jujukan (*Sequence*) Satu set nombor atau objek yang disusun mengikut pola tertentu.

Keadaan pegun (*Stationary*) Keadaan tidak bergerak.

Kebarangkalian suatu peristiwa (*Probability of an event*) Nisbah kekerapan berlakunya suatu peristiwa kepada bilangan cubaan.

Kecerunan (*Gradient*) Nisbah jarak mencancang kepada jarak mengufuk di antara dua titik pada suatu garis lurus.

Kecondongan (*Inclination*) Keadaan garisan yang bersudut.

Kecuraman (*Steepness*) Keadaan yang curam dan condong.

Kedudukan (*Position*) Suatu titik dan tempat.

Kekongruenan (*Congruency*) Perihal sama bentuk dan sama saiz.

Kembangan dua kurungan (*Expansion of two brackets*) Apabila dua ungkapan algebra linear didarabkan.

Kembangan tunggal (*Expansion*) Apabila satu ungkapan algebra linear didarab satu sebutan algebra atau suatu nombor.

Keratan rentas (*Cross section*) Persilangan suatu bentuk di dalam ruang dua dimensi dengan garis, atau suatu jasad dalam bentuk ruang tiga dimensi dengan satah.

Koordinat (*Coordinate*) Pasangan nombor yang menentukan kedudukan sesuatu titik terhadap paksi-x dan paksi-y.

Kuasa dua sempurna (*Perfect square*) Nombor yang boleh ditulis sebagai kuasa dua satu nombor bulat. Contoh $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$. Oleh itu, 1, 4 dan 9 ialah kuasa dua sempurna.

Laju (*Speed*) Kadar perubahan jarak berhubung masa.

Laju purata (*Average speed*) Hasil bahagi jumlah jarak yang dilalui dengan jumlah masa yang sama.

Laju seragam (*Uniform speed*) Perubahan jarak yang sama dalam selang masa yang diambil.

Laju tak seragam (*Non-uniform speed*) Perubahan jarak yang berbeza dalam selang masa yang sama.

Lawan arah jam (*Anticlockwise*) Arah pergerakan bertentangan jarum jam dari kanan ke kiri.

Lilitan (*Circumference*) Perimeter bagi bulatan.

Median (*Median*) Nilai yang terletak di tengah-tengah susunan suatu set nombor yang disusun secara tertib.

Min (*Mean*) Nilai yang diperoleh apabila jumlah nilai data dibahagi dengan bilangan data.

Mod (*Mode*) Nilai yang mempunyai kekerapan tertinggi bagi suatu set data.

Nilai ekstrem (*Extreme value*) Nilai melampau sama ada nilai yang terlalu kecil atau nilai yang terlalu besar.

Nisbah (*Ratio*) Pecahan yang membahagi dua atau lebih kuantiti yang sama unit ukurannya.

Nombor ganjil (*Odd numbers*) Nombor integer yang tidak boleh dibahagi tepat dengan angka 2.

Nombor genap (*Even numbers*) Nombor integer yang boleh dibahagi tepat dengan angka 2.

Nyahpecutan (*Deceleration*) Pecutan negatif atau pengurangan halaju terhadap masa.

Objek (*Object*) Bentuk, rajah atau objek asal dalam pelbagai transformasi.

Paksi simetri (*Axis of symmetry*) Garis lurus yang membahagikan sesuatu bentuk atau rajah kepada dua bahagian yang sama saiz dan bentuk.

Pantulan (*Reflection*) Transformasi yang membalikkan titik-titik pada satu satah.

Pecahan Algebra (*Algebraic fraction*) Pecahan yang pengangka atau penyebut atau keduanya merupakan sebutan atau ungkapan algebra.

Pecutan (*Acceleration*) Kadar perubahan laju berhubung dengan masa.

Pekali (*Coefficient*) Faktor dalam sesuatu hasil darab.

Pemboleh ubah (*Variable*) Kuantiti yang nilainya tidak diketahui dan tidak tetap, yang boleh mewakili sebarang nilai.

Pemboleh ubah bersandar (*Dependent variable*) Pemboleh ubah yang menjadi perkara dalam suatu rumus.

Pemboleh ubah tak bersandar (*Independent variable*) Pemboleh ubah lain yang bukan perkara dalam suatu rumus.

Pengangka (*Numerator*) Angka atau sebutan yang terletak di bahagian atas suatu pecahan.

Penyebut (*Denominator*) Sebutan atau ungkapan di bawah garis pecahan.

Perentas (*Chord*) Garis lurus yang menyambungkan sebarang dua titik pada lilitan bulatan.

Peristiwa (*Event*) Set kesudahan sesuatu eksperimen.

Perkara rumus (*Subject of a formula*) Suatu pemboleh ubah yang diungkapkan dalam bentuk suatu pemboleh ubah yang lain dan menjadi tajuk suatu rumus.

Persamaan linear (*Linear equation*) Persamaan yang terdiri daripada ungkapan linear.

Pintasan (*Intercept*) Nilai x atau nilai y apabila garis atau lengkung memotong paksi-x atau paksi-y masing-masing.

Plot (*Plot*) Perbuatan menanda titik-titik untuk melukis graf berdasarkan koordinat yang diberikan.

Pola nombor (*Number pattern*) Corak nombor dan urutan nombor yang disusun dalam corak tertentu.

Poligon sekata (*Regular polygon*) Poligon yang mempunyai sisi yang sama panjang dan sudut pedalaman yang sama besar.

Pusat (*Centre*) Titik yang terletak di tengah-tengah ruang.

Pusat putaran (*Centre of rotation*) Titik tetap yang padanya setiap titik pada satah berputar melalui sudut dan arah tertentu.

Ruang sampel (*Sample space*) Set semua kesudahan yang mungkin bagi suatu eksperimen.

Rumus algebra (*Algebraic formula*) Rumus yang menggunakan nombor, huruf dan tanda operasi dalam bentuk persamaan.

Sebutan Algebra (*Algebraic expression*) Rumus yang menggunakan nombor, huruf dan tanda operasi dalam bentuk persamaan.

Sektor (*Sector*) Bahagian dalam bulatan yang dibatasi oleh dua jejari dan lengkok yang menyambungkan titik hujung dua jejari itu.

Sifat geometri (*Geometrical characteristic*) Sifat dalam bidang matematik berkenaan dengan ukuran dan hubungan antara titik, garis, permukaan dan pepejal.

Simetri (*Symmetry*) Padanan tepat dari segi saiz dan bentuk antara satu bahagian atau sisi suatu arah atau objek.

Sisi lurus (*Side*) Garisan yang membentuk bentuk dua dimensi.

Sudut pedalaman (*Interior angle*) Sudut yang terbentuk oleh dua sisi bersebelahan di dalam sesuatu poligon.

Sudut pelengkap (*Complementary angle*) Dua sudut dengan hasil tambahnya ialah 90° .

Sudut peluaran (*Exterior angle*) Sudut yang terbentuk di antara sisi poligon yang dipanjangkan dengan sisi bersebelahannya.

Sudut penggenap (*Supplementary angle*) Dua sudut dengan hasil tambahnya ialah 180° .

Sukatan kecenderungan memusat (*Measure of central tendency*) Perwakilan bagi sekumpulan data seperti min, median dan mod.

Tembereng (*Segment*) Bahagian suatu bulatan yang disempadani oleh satu lengkok dan perentas yang menghubungkan kedua-dua hujung lengkok tersebut.

Titik tengah (*Midpoint*) Titik yang membahagi dua sama sesuatu tembereng.

Transformasi (*Transformation*) Proses mengubah kedudukan, orientasi atau saiz imej sesuatu objek melalui translasi, pantulan, putaran dan pembesaran.

Translasi (*Translation*) Transformasi yang melibatkan pemindahan semua titik pada suatu satah melalui arah dan jarak yang sama.

Ungkapan Algebra (*Algebraic expression*) Ungkapan yang menggabungkan nombor, pemboleh ubah atau entiti matematik lain dengan operasi.

Vektor (*Vector*) Arah pergerakan.

Rujukan

Allan, R., Capewell, D., Pated, N., & Mullarkey, P., 2008. *Maths Links 7B*. UK: Oxford University Press.

Barzilai, J. & Borwein, J. M., 1988. Two Point Step Size Gradient Methods. *Journal of Numerical Analysis*, 8: 141-148.

Chapin, S.H., Illingworth, M., & Landau, M., 2001. *Middle Grades Maths Tools for Success Course 2*. New Jersey: Prentice Hall.

Coxeter, H.S.M., 1969. *Introduction to Geometry*. Ed-2, New York: John Wiley & Sons.

Edwards, J.T. & John R.B., 2010. *Styles and Strategies for Teaching Middle School Mathematics*. USA: Corwin Press.

Howard, E., 1953. *An Introduction to the History of Mathematics*. USA: Holt, Rinehart and Winston, Inc.

Istilah Matematik untuk Sekolah-sekolah Malaysia, 2003. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.

John, M.L., 2013. *Axiomatic Geometry, Pure and Applied Undergraduate Texts*. USA: American Mathematical Society.

Joseph, Y., Teh, K.H., Loh, C.H., Ivy, C., Neo, C.H., Jacinth L., Ong, C.H., & Jeffrey, P., 2014. *New Syllabus Mathematics*. Ed-7, Singapore: Shinglee Publishers Pte. Ltd.

Kamus Dewan Edisi Keempat, 2005. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.

Paul, B., 2010. *Mathematics Pupils' Book*. USA: Macmillan.

Reviel, N., 2007. *The Transformation of Mathematics in the Early Mediterranean World*. Kuala Lumpur: Cambridge University Press.

Smith, D.E., 1958. *History of Mathematics*. New York: Dover Publications, Inc.

Tay, C.H., Riddington, M., & Grier, M., 2000. *New Mathematics Counts for Secondary 1 Normal Academic*. Singapore: Times Media.

Teh, K.S. & Cooi, C.K., 1982. *New Syllabus Mathematics*. Singapore: Shinglee Publisher Pte Ltd.



- bentangan 103
- bentuk tiga dimensi 102
- berserenjang 83
- bulatan 86
- dadu adil 279, 280, 284
- data 246, 247
- diameter 81
- faktor 27
- Faktor Sepunya Terbesar (FSTB) 28
- fungsi 146
- fungsi bukan linear 144
- fungsi linear 144
- garis lurus 150
- garis seranjang 60
- graf fungsi 146, 147
- hipotenusa 127
- hubungan 230
- identiti pemfaktoran 30
- ikut arah jam 227, 228
- imej 210
- isi padu 110
- isometri 230, 232
- jadual kekerapan 246
- jarak 272
- jarak mencancang 191
- jarak mengufuk 191
- jejari 76, 77
- jubin algebra 20
- jujukan 8
- kebarangkalian eksperimen 278, 279
- kebarangkalian teori 280
- kecerunan 190, 191
- kecondongan 190, 191
- kecuraman 190, 191
- kedudukan 135, 208
- kembangan 21
- kongruen 210
- koordinat 132
- kuasa dua sempurna 29
- laju 170
- laju purata 173
- laju seragam 172
- laju tak seragam 172
- lawan arah jam 225
- lengkok 60, 77
- lilitan 77
- luas permukaan 118
- masa 170
- median 247
- min 247
- mod 247
- nilai ekstrem 253
- nisbah 191
- Nombor Fibonacci 7
- nombor ganjil 13
- nombor genap 13
- nyahpecutan 179
- objek 208
- orientasi 210, 212
- origami 59
- paksi-x 150, 220
- paksi-y 150, 220
- paksi 222
- paksi simetri 235
- pantulan 218
- pasangan tertib 147
- pecahan algebra 35
- pecutan 179
- pekali 46
- pembahagi dua 81
- pemboleh ubah 44
- pemfaktoran 27
- penjelmaan 240
- perentas 82
- perimeter 46, 94
- peristiwa 282
- perkara rumus 46
- persamaan 153
- pintasan 198
- pola 2
- pola nombor 2
- poligon sekata 56
- pusat 76, 101
- pusat putaran 234
- ruang sampel 280, 282
- rumus 46
- rumus algebra 44
- satah Cartes 123, 124
- sebutan 11
- sebutan algebra 44
- sebutan serupa 23
- Segi Tiga Pascal 5
- sektor 77
- set 278
- sifat 101
- sifat geometri 101
- simetri 219
- simetri putaran 234
- skala 195
- songsangan 27
- sudut pedalaman 62
- sudut pelengkap 62
- sudut peluaran 62
- sudut penggenap 54
- sukatan kecenderungan memusat 262
- tembereng 132
- titik tengah 260
- translasi 230
- ungkapan algebra 10, 21
- vektor 213